

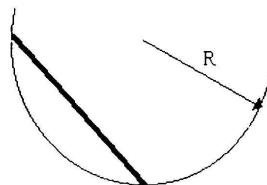
Državno natjecanje iz fizike '99 – 3. grupa

Zadatak 1 (15 bodova)

U dugoj horizontalno postavljenoj cijevi, polumjera R , koja je otvorena s obje strane, miruju dvije jednake pregrade. Između pregrada je stupac zraka duljine x_0 na atmosferskom tlaku. Pregrada, mase m , može bez trenja kliziti duž cijevi uz idealno zaptivanje. Slabi impuls p trenutno je predan jednoj od pregrada. Pokažite kako se gibanje pregrada može opisati kao kombinaciju jednolikog gibanja i malih oscilacija. Odredite frekvenciju malih oscilacija.

Zadatak 2 (20 bodova)

Štap, mase m i duljine $R\sqrt{2}$, miruje u ravni poprečnog presjeka učvršćenog žlijeba, polumjera presjeka R , s jednim krajem na dnu žlijeba. Žlijeb je postavljen horizontalno. Za koje sve iznose faktore trenja između štapa i žlijeba je to moguće?

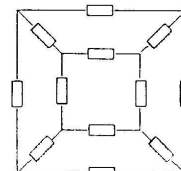


Zadatak 3 (20 bodova)

Valjak, mase m i polumjera r , kotrlja se u ravni poprečnog presjeka učvršćenog žlijeba polumjera presjeka R pod djelovanjem gravitacijske sile. Ako je faktor trenja između valjka i žlijeba jednak μ odredite maksimalnu amplitudu pri kojoj nema klizanja valjka.

Zadatak 4 (15 bodova)

Na svaku od osam stranica dvaju kvadrata stavljen je jedan kondenzator kapaciteta C , a na svaku od četiri spojnice između dva kvadrata jedna idealna zavojnica induktiviteta L . Odredite frekvenciju titranja tako dobivenog titrajnog kruga kad su struje u susjednim zavojnicama jednakih iznosa, ali suprotnih faza. Na prikazanoj shemi su svi elementi prikazani pravokutnicima kao općenite impedancije.



DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE "99. - 3. grupa
Eksperimentalni zadatak

MAXWELLOV KOTAČ

Pribor:

metalni kotač
osovine različitog promjera
konac
zaporni sat
ravnalo (mjerna traka)

Zadatak:

- | | |
|--|-----------|
| a) izvesti relaciju za akceleraciju gibanja M. kotača | 10 bodova |
| b) izvršiti potrebna mjerenja i odrediti akceleraciju za svaki par osovine | 12 bodova |
| c) rezultate mjerenja i računanja unijeti u odgovarajuću tablicu | 3 boda |
| d) grafički prikazati ovisnost akceleracije o polumjeru osovine | |
| - prema rezultatima eksperimenta | |
| - prema teorijskom računu za polumjere r od 0 do 2 cm. | 5 bodova |

Ukupno 3. eksperimentalni zadatak:

30 bodova

Državno natjecanje iz fizike '99 – 3. grupa

Rješenja zadataka

Zadatak 1 (15 bodova)

Indeks 1 je za pregradu na koju je djelovao impuls, a indeks 2 za onu drugu. Ishodište osi cijevi, osi x , nalazi se na položaju pregrade 1 prije djelovanja sile. Jednadžbe gibanja pregrada su

$$m_1 a_1 = (p_a - p') S, \quad (J1) \quad [1]$$

$$m_2 a_2 = (p' - p_a) S, \quad (J2) \quad [1]$$

gdje su $m_{1,2}$ njihove mase, a $a_{1,2}$ akceleracije, te $S = \phi^2 \pi / 4$. Tlak između pregrada je p' dok je p_a tlak izvan pregrada - tlak okoline cijevi. Kombinacija jednadžbi (J1)+(J2) daje

$$m_1 a_1 + m_2 a_2 = 0. \quad [2]$$

Lijeva strana je akceleracija težišta pregrada pomnožena ukupnom masom pregrada $M = m_1 + m_2$. Dakle, težište pregrada giba se jednoliko. Ako mu je brzina v_T , onda mu je trajektorija $x_T = v_T t + x_0/2$. [1]

Kombinacija (J2)/ m_2 -(J1)/ m_1 daje jednadžbu $a_2 - a_1 = S \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) (p' - p_a)$. [2]

Lijeva strana je relativna akceleracija pregrada, $a = a_2 - a_1$. Označavamo i $\mu \equiv m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$. Ako je x_0 ravnotežna udaljenost između pregrada, a x' udaljenost prilikom gibanja, onda je $x = x' - x_0$ mala veličina (jer je i polazni impuls mala smetnja). Akceleracija pomaka x je a . Slično je tlak δp , definiran pomoću $\delta p \equiv p' - p_a$, mala veličina. Zrak između pregrada je u izotermnoj promjeni

$$p_a x_0 = p' x' = (p_a + \delta p)(x_0 + x). \quad [2]$$

Nakon množenja zagrada dobiva se član $\delta p x$, koji je zanemariv u odnosu na ostale članove, tako da ostaje

$$p_a x + \delta p x_0 = 0. \quad [2]$$

Kombiniranjem ranijih izraza dolazi se do $\mu a + \frac{p_a S}{x_0} x = 0$, [1]

što je jednadžba malih titraja kutne frekvencije $\omega \equiv p_a S / \mu x_0$, s rješenjem $x = A \sin(\omega t + \varphi)$.

Brzina koja odgovara tom pomaku je $v = A \omega \cos(\omega t + \varphi)$.

Koordinate pregrada su $x_1 = x_T - x'/2$ i $x_2 = x_T + x'/2$, a njihove brzine $v_1 = v_T - v'/2$ i $v_2 = v_T + v'/2$.

Iz uvjeta da je u $t=0$ $x_1=0$ i $v_1=p/m_1$ slijedi

$$x_1(t) = \frac{p}{M} \left(t + \frac{\sin \omega t}{\omega} \right), \quad x_2(t) = x_0 + \frac{p}{M} \left(t - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right). \quad [1]$$

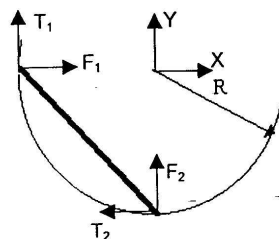
Zadatak 2 (20 bodova)

U ravnoteži vrijedi $(T_1 + T_2)R = GR/2 \Rightarrow T_1 + T_2 = G/2$, [3]

$$T_2 = F_1, \quad [3]$$

$$F_2 + T_1 = G, \quad [3]$$

za momente sila oko osi koja prolazi točkom O okomito na papir, te za sile duž osi x i y . U gornjem sustavu od tri jednadžbe javljaju se četiri nepoznanice. Za četvrtu jednadžbu prikladno je postaviti omjer



$$\alpha \equiv \frac{T_1}{F_1} \frac{F_2}{T_2} = \left(\frac{G}{2F_1} \right)^2 - 1 \geq 0,$$

gdje je zadnja jednakost dobivena pomoću ranije tri jednačbe. Smatrajući α poznatim nalazi se $T_2 = F_1 = G / (2\sqrt{\alpha+1})$, $F_2 = (G/2)(1+1/\sqrt{\alpha+1})$, te $T_1 = (G/2)(1-1/\sqrt{\alpha+1})$.

Ravnoteža je moguća pri $T_2 \leq \mu F_2 \Rightarrow 1 + \sqrt{\alpha+1} \geq \mu$, te $T_1 \leq \mu F_1 \Rightarrow \mu \geq \sqrt{\alpha+1} - 1$, [6]

tj. $\max\{0, (1/\mu)[(1/\mu) - 2]\} \leq \alpha \leq \mu(\mu+2)$; uz gornju granicu veću od donje:

$$(1/\mu)[(1/\mu) - 2] \leq \mu(\mu+2) \Rightarrow \mu \geq \sqrt{2} - 1 = 0,41. \quad [5]$$

(Može se rješavati i jednakovrijedan slučaj kad je štap na ravnoj podlozi naslonjen na okomiti zid.)

Zadatak 3 (30 bodova)

Jednačbu gibanja daje razmatranje momenata sila oko točke

$$A: I_A \alpha_A = -Gr \sin \varphi \approx -Gr \varphi, \quad [5]$$

$$\text{uz moment tromosti oko } A: I_A = mr^2 + mr^2/2. \quad [4]$$

Kutna akceleracija oko A zadovoljava $\alpha_A r = \alpha(R-r)$, [5]

gdje je α kutna akceleracija središta valjka za gibanje oko središta žlijeba. Kombiniranjem se dobiva

$$\alpha_\varphi + \frac{2}{3} \frac{g}{R-r} \varphi = 0, \quad (*) \quad [1]$$

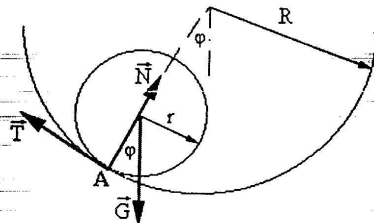
(što je jednačba malih titraja kutne frekvencije $\omega = \sqrt{2g/[3(R-r)]}$.)

Jednačbe gibanja projicirane na osi paralelne sili trenja i reakciji podloge su (uz $\sin \varphi \approx \varphi$ i $\cos \varphi \approx 1$)

$$G\varphi - T = (R-r)\alpha_\varphi \stackrel{(*)}{=} -2mg\varphi/3 \Rightarrow T = 5mg\varphi/3, \quad [2]$$

$$G - N = m\omega^2(R-r) \stackrel{(*)}{=} 2mg/3 \Rightarrow N = mg/3. \quad [2]$$

$$\text{Valjak će se kotrljati dok vrijedi } T \leq \mu N \Rightarrow 5mg\varphi/3 \leq \mu mg/3 \Rightarrow \varphi_{\max} = \mu/5. \quad [1]$$



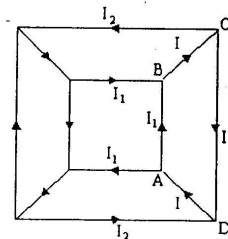
Zadatak 4 (15 bodova)

Za označavanje struja kroz pojedine grane na prikazanoj shemi upotrijebljena je simetrija strujnog kruga. [4]

Iz čvorova B i C slijedi $I_1 = I_2 = I/2$. [7]

Iz petlje ABCD slijedi $(Z_C + 2Z_L)I = 0$, [2]

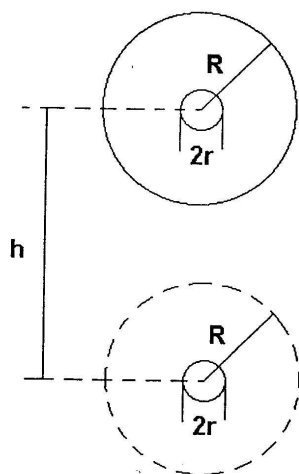
što zbog $Z_C = -i/(\omega C)$ i $Z_L = i\omega L$ daje rezonantnu kutnu frekvenciju $\omega = 1/\sqrt{2LC}$. [2]



DN-1999-g

Rješenje eksperimentalnog zadatka 3. grupe
Maxwellov kotač

a)



$$E_{\text{pot}} = E_{\text{trans}} + E_{\text{rot}}$$

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

$$I = \frac{mr^2}{2}; \omega = \frac{v}{r}$$

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{mr^2 v^2}{4r^2}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{R^2}{r^2}}} = \sqrt{2ah}$$

$$\Rightarrow a = \frac{g}{1 + \frac{R^2}{2r^2}}$$

10 bodova

b) Potrebno je izvršiti sljedeća mjerenja:

- mjerenje polumjera R neposredno pomoću mjerne trake ili ravnala
- određivanje polumjera osovine r pomoću niti koja se n puta namota na osovinu, izmjerimo duljinu l i odredimo polumjer pomoću relacije:

$$r = \frac{l}{2n\pi}$$

- visinu odredimo neposredno mjerenjem prijeđenog puta od gornje do donje točke
- vrijeme gibanja izmjerimo zapornim satom
- akceleraciju izračunamo pomoću relacije:

$$a = \frac{2h}{t^2}$$

12 bodova

c) Tablica mjerenih fizikalnih veličina:

R (m)	n	l (m)	r (m)	h (m)	t (s)	$a_{\text{exp}}(\text{m/s}^2)$	$a_{\text{teor}}(\text{m/s}^2)$

3 bodova

e) grafički prikazati ovisnost akceleracije o polumjeru osovine

- prema rezultatima eksperimenta
- prema teorijskom računu za polumjere r od 0 do 2 cm.

5 bodova