

Županijsko natjecanje iz fizike '99 – 3. grupa

Zadatak 1 (10 bodova)

Greda mase 40kg leži na tri jednake opruge postavljene na rubovima grede i njenoj sredini. Dok čovjek mase 80kg prelazi gredu ona titra. Prijelaz traje pet titraja grede. Kad čovjek, noseći teret, počinje drugi put prelaziti gredu srednja opruga puca. Odredite masu tereta ako je drugi prijelaz trajao četiri titraja grede. Cijelo vrijeme greda je horizontalna, a čovjek hoda jednakom brzinom.

Zadatak 2 (10 bodova)

Iz opruge, konstante 100Nm^{-1} , isječeno je nekoliko zavoja i odbačeno. Time dobivene dvije opruge međusobno su spojene tankim elementom mase 1kg , zanemarive visine. Ukupna duljina okomito postavljenih spojenih komada uz dodatno opterećenje masom od 1kg na kraju drugog dijela opruge, jednaka je duljini početne, neizrezane opruge jednako postavljene i opterećene na donjem kraju masom 1kg . Tada su i duljine oba spojena komada međusobno jednakе. Odredite duljinu isječenog i odbačenog dijela opruge. Za koliko se duljine nenapregnutih komada razlikuju od polovice duljine nenapregnute početne opruge?

Zadatak 3 (10 bodova)

Na jednom mjestu se nalaze tri jednake opruge, konstanti k . Točku u kojoj su međusobno spojene označimo kao A . Položaji slobodnih krajeva opruga odgovaraju vrhovima jednakostraničnog trokuta T_1 sa težištem u A . Na drugom mjestu se nalaze tri jednake opruge, konstanti k' , spojene su tako da predstavljaju stranice jednakostraničnog trokuta T_2 , tj. svakom vrhu trokuta odgovara spoj dviju opruga. Pretpostavimo da na svaki od tri vrha trokuta T_1 i T_2 djeluje jednaka sila tako da trokuti ostaju jednakostranični. Ako se vrhovi trokuta u oba skupa pomiču za jednak iznos odredite k'/k .

Zadatak 4 (10 bodova)

Mali primopredajnik, koji emitira zvuk frekvencije 100Hz , počinje slobodno padati s visine 1km iznad prostrane ravnice. Odredite razliku najmanje i najveće frekvencije koju primopredajnik padajući registira, kao i trajanje intervala primanja frekvencija. Brzina zvuka iznosi 330ms^{-1} .

Zadatak 5 (10 bodova)

Na bridovima *kocke* nalaze se otpornici otpora R , kondenzatori kapaciteta C i idealne zavojnice induktiviteta L . Na svakom bridu je samo jedan element, a na svim međusobno paralelnim bridovima nalazi se samo jedna vrsta elementa. *Kocka* je u strujni krug spojena vrhovima između kojih se nalazi jedan otpornik. Odredite rezonantne frekvencije *kocke* ako je jedan od preostalih otpornika kratko prespojen a druga dva odspojena.

Županijsko natjecanje iz fizike '99 – 3. grupa
Rješenja zadataka

Zadatak 1 (10 bodova)

Nekoliko paralelno spojenih opruga konstanti k_1, k_2, \dots, k_n može se zamijeniti jednom oprugom konstante $k' = k_1 + k_2 + \dots + k_n$ tako da se za istu silu dobiva jednak pomak. [4]

Pri prvom prijelazu je period titranja $T_1 = 2\pi\sqrt{(M+m)/(3k)}$,

[2]

a pri drugom prijelazu $T_2 = 2\pi\sqrt{(M+m+m')/(2k)}$, [2]

gdje je M masa grede, m masa čovjeka, te m' masa tereta. Iz $T_1/T_2 = 4/5 \equiv \eta$

[1]

$$\text{slijedi } m' = (M+m)\left(\frac{2}{3\eta^2} - 1\right) = 5\text{kg}. \quad [1]$$

Zadatak 2 (10 bodova)

Duljina opterećene, početne, neisječene opruge je $l_A = l_0 + mg/k$, [1]
uz duljinu neopterećene opruge l_0 i masu tereta $m=1\text{kg}$.

Duljine pojedinih dijelova opterećenog spoja su $x + 2mg/k$, te $l_0 - \Delta l - x + mg/k$, [3]

pri čemu je x duljina odsječenog dijela koji je postavljen kao gornji (tj. on je spojen na ovjesište i na drugi dio preko elementa, a ne dotiče ga teret). Ukupna duljina spojenih komada isječene opruge jednaka je zbroju duljina pojedinog dijela $l_B = l_0 - \Delta l + 3mg/k$. [2]

Iz uvjeta $l_A = l_B$ slijedi $\Delta l = 2mg/k = 20\text{cm}$, [1]

uz uvjet $l_0 > 20\text{cm}$.

Kako su ti dijelovi jednakе duljine slijedi $x = l_0/2 - 3\Delta l/4$,

tj. 75% za odsječenog dijela je gornji dio opruge kraći od polovice početne opruge. [2]

Iz $x > 0$ slijedi $l_0 > 3\Delta l/2 = 30\text{cm}$. [1]

Zadatak 3 (10 bodova)

Oprugama konstanti k jedan kraj (središte trokuta) ostaje nepomičan pa je $F = kx$. [1]

Kad se vrhovi trokuta skupa opruga konstanti k' pomakne za x , duljina opruga promijeni se za $x' = 2x \cos 30^\circ = x\sqrt{3}$. [3]

Ako sila F' djeluje na jednu od opruga, vrijedi $F = 2F' \cos 30^\circ$, [2]

gdje je F sila koja djeluje na jedan od vrhova. Kako je $F' = k'x'$ [1]

slijedi $F = F'\sqrt{3} = k'x'\sqrt{3} = 3k'x$, [2]

pa je $k = 3k'$. [1]

Zadatak 4 (10 bodova)

Primopredajnik počne padati u trenutku $t=0$ s visine h , a prvi signal detektira u trenutku $t_- = (2h - \Delta)/c = \sqrt{2\Delta/g}$,

odakle se najprije određuje pomak detektora za to vrijeme $-\Delta$. Pritom je c brzina zvuka.

Dobiva se $t_- = (c/g)(\sqrt{1+4hgc^{-2}} - 1)$, i tad je brzina primopredajnika $v(t_-) = gt_-$. [2]

Emitiranje i registriranje zvuka traje do $t_+ = \sqrt{2h/g}$, kada se trenutak slanja i registriranja gotovo podudaraju, pri brzini $v(t_+) = \sqrt{2gh}$. [2]

Neka je f' frekvencija zvuka kojeg primopredajnik emitira u trenutku t_1 . Frekvencija f'' zvuka koji se reflektira od podloge je, zbog Dopplerovog efekta $f'' = f / (1 - v(t_1) / c)$, [2]

Taj zvuk primopredajnik registrira u trenutku t_2 na frekvenciji

$$f''' = f' / (1 + v(t_2) / c) = f / (1 + v(t_2) / c) / (1 - v(t_1) / c). \quad [2]$$

Pritom je t_2 funkcija od t_1 , te je i f''' funkcija od t_1 . Frekvencija f''' raste porastom t_1 , pa je najmanja primljena frekvencija $f'''(0)$, a najveća primljena frekvencija $f'''(t_+)$. Njihova je razlika

$$f'''(t_+) - f'''(0) = f / ((1+x)/(1-x) - \sqrt{1+2x}) = 0,27f = 27\text{Hz}, \quad [1]$$

gdje je $x \equiv 2ghc^{-2} = 0,18$.

Interval primanja signala je $t_+ - t_- = 8,5\text{s}$. [1]

Zadatak 5 (10 bodova)

Opisani strujni krug predstavljen u ravnini prikazan je na slici a). [3]

Zavojnice su impedancije označene induktivitetom L , kondenzatori kapacitetom C . Otpornici su, radi lakšeg razlikovanja označeni slovima X, Y, W i Z , a svi su jednakog otpora R . Od njih se ne prespaja samo X . Od otpornika Y, W i Z kratko spojeni otpornik zamjenjuje se vodičem , [1]

a ostala dva otpornika odspajaju. U sva tri slučaja strujni krug svodi se na oblik prikazan na slici b),

$$\text{te za ukupnu impedanciju } Z_{UK} \text{ vrijedi} \quad [1]$$

$$Z_{UK} = \frac{2RAB}{2AB + R(A+B)}, \quad [2]$$

gdje su impedancije A i B dane u tablici s navedenim prespojenim otpornikom. Ujedno se u tablici nalazi vrijednost kutne frekvencije ω za koju nastupa rezonancija, tj. iščezava imaginarni dio od Z_{UK} , a onda i od $1/Z_{UK}$.

prespojeni otpornik	A	B	ω
Y	$iL\omega$	$i[L\omega 2/(C\omega)]$	$1/\sqrt{LC}$
W	$i[L\omega 1/(C\omega)]$	$i[L\omega 1/(C\omega)]$	$0, 1/\sqrt{LC}$
Z	$i[2L\omega 1/(C\omega)]$	$-i/(C\omega)$	$\infty, 1/\sqrt{LC}$

Po jedan bod se dobiva za određivanje rezonantne frekvencije $1/\sqrt{LC}$ za svaku situaciju, ukupno do [3] boda.

Napomena: Rezonantna frekvencija $\omega=0$ nastupa kad su u obje impedancije A i B kondenzatori. Slično, $\omega=\infty$ nastupa kad se u obje grane javlja zavojnica. U slučajevima prespojenih W i Z u rezonanciji iščezava i Z_{UK} .

