2

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE '99 – 4. grupa

Zadatak 1 (10 bodova)

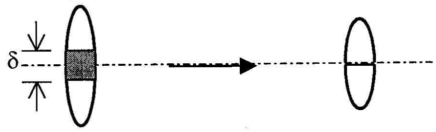
Jedna od metoda za mjerenje žarišne duljine nepoznate leće jest Besselova metoda. Između predmeta i zastora udaljenih za d postavi se konvergentna leća tako da na zastoru dobijemo oštru sliku. Zatim leću pomaknemo za udaljenost a po optičkoj osi dok opet ne dobijemo oštru sliku (predmet i slika su transponirani). Odredi žarišnu duljinu f te leće ako je d=40cm i a=10cm.

Zadatak 2 (10 bodova)

Kapilarna cjevčica vanjskog promjera D=6mm načinjena je od stakla indeksa loma n=3/2. Kada cjevčicu gledamo sa strane, čini nam se da je njen unutrašnji promjer d'=3mm. Odredi stvarni unutrašnji promjer cjevčice d.

Zadatak 3 (12 bodova)

Tanka okrugla leća prerezana je po dijametru na dvije identične polovice. Zbog konačne debljine pile, pri rezanju je odbrušen pojas širine δ=1mm (osjenčeni dio na slici). Nakon toga polovice su opet sastavljene u jedinstvenu cjelinu. Interferencijski uređaj ostvaren je na slijedeći način: na optičku os postavljen je točkasti izvor monokromatske svjetlosti λ=500nm, na udaljenosti x=5cm iza njega leća, a zatim na udaljenosti l=101cm od nje zastor. Odredi žarišnu duljinu leće ako je razmak susjednih tamnih linija interferencije t=0.2mm.



Zadatak 4 (8 bodova)

Geostacionarni satelit ima dva solarna kolektora smještena simetrično u odnosu na os rotacije. Njihova međusobna udaljenost je d=20m. Iz laboratorija na Zemlji kolektore se "gađa" usmjerenim elektromagnetskim valom valne duljine λ=650nm. Instrumenti u laboratoriju mjere zračenje s oba kolektora u trenutku kad je projekcija njihovog međusobnog razmaka, gledana sa Zemlje, najveća. Zabilježena je razlika u valnoj duljini $\Delta\lambda$=0.01nm između ta dva signala. Odredi frekvenciju rotacije satelita pretpostavivši da zračenje upada okomito na os rotacije.

Zadatak 5 (10 bodova)

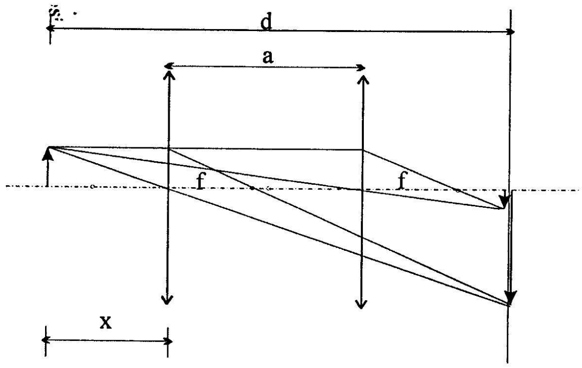
Sferična čestica prašine mase $m=6.91 \bullet 10^{-18}$kg, radijusa $r=8 \bullet 10^{-8}$m nalazi se u svemiru na udaljenosti d=1au (1au=$150 \bullet 10^{6}$km - astronomska jedinica) od Sunca. Efektivna udarna površina (tzv. udarni presjek) za sunčevo zračenje na česticu je $S=r^2\pi$, a efikasnost refleksije je η=80%. Intenzitet sunčevog zračenja na udaljenosti 1au je I=1374Wm^{-2}. Odredi koliki put prevali čestica nakon t=1000 s u odnosu na početni položaj ako je u početnom trenutku padala ka Suncu brzinom v_0=2 m/s. Pretpostavi da je pomak čestice jako mali spram njene udaljenosti od Sunca.
(masa Sunca $M_S=2 \bullet 10^{30}$kg, gravitacijska konstanta $G=6.672 \bullet 10^{-11}$Nm^{2}kg^{-2})

ŽN-1999. g.

Rješenja zadataka 4. grupe i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (10 bodova)

Slika:



(4 boda)

1.) $$\frac{1}{x}+\frac{1}{d-x}=\frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{x(d-x)}=\frac{1}{f}$$

2.) $$\frac{1}{x+a}+\frac{1}{d-x-a}=\frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{(x+a)(d-x-a)}=\frac{1}{f}$$

(3 boda)

Eliminiramo x iz (1.)=(2.):

$$x=\frac{1}{2}(d-a)$$

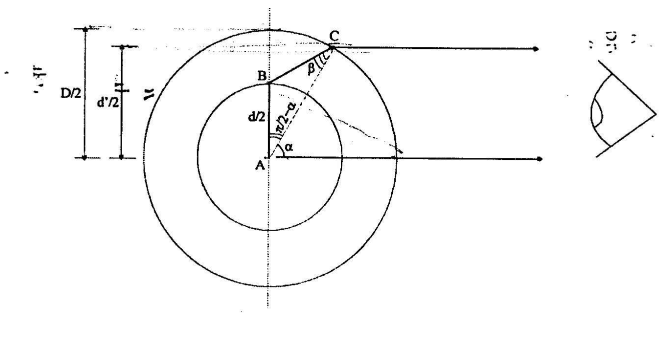
Uvrstivši x u (1.) dobivamo

$$f=\frac{d^2-a^2}{4d}=9.375\,\text{cm}$$

(3 boda)

Zadatak 2 (10 bodova)

Slika:



(3 boda)

1.) $d'=D\sin(\alpha)$

2.) Sinusov poučak za ΔABC:

$$\frac{\frac{d}{2}}{\sin(\beta)}=\frac{\frac{D}{2}}{\sin\left(\pi-\left(\frac{\pi}{2}-\alpha+\beta\right)\right)}$$

$$d=D\frac{\sin(\beta)}{\cos(\alpha-\beta)}$$

3.) Zakon loma:

$$\frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)}=\frac{1}{n}$$

(4 boda)

Iz (1.), (2.), (3.) slijedi:

$$\sin(\alpha)=d'/D$$
$$\sin(\beta)=(1/n)(d'/D)$$

$$d=D\frac{\sin(\beta)}{\cos(\alpha)\cos(\beta)+\sin(\alpha)\sin(\beta)}$$

Uvrstivši za kosinuse u nazivniku izraze $\cos(x)=(1-\sin^2(x))^{1/2}$ konačno dobivamo

$$d=\frac{d'}{n}\frac{1}{\frac{1}{n}\left(\frac{d'}{D}\right)^2+\sqrt{1-\left(\frac{d'}{D}\right)^2}\sqrt{1-\frac{1}{n^2}\left(\frac{d'}{D}\right)^2}} \;=\; 2.034\,\text{mm}$$

(3 boda)

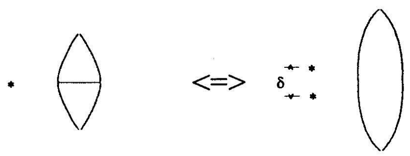
Napomena:
U slučaju vrlo malog d => d'<<D, razlomak što množi d'/n u gornjem izrazu teži ka 1, pa je približno rješenje

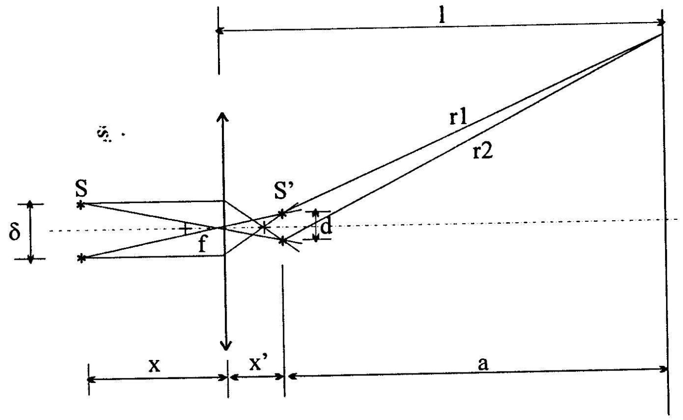
$$d\approx d'/n=2\text{mm}.$$

Zadatak 3 (12 bodova)

Za prerezanu leću i dalje vrijede jednadžbe konjugacije. Problem izvora na optičkoj osi i prerezane leće kojoj nedostaje sloj širine δ ekvivalentan je problemu cijele leće i dva izvora odmaknuta od optičke osi simetrično za δ/2.

Slika:





(3 boda)

Jednadžbe konjugacije:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x'}=\frac{1}{f} \Rightarrow x'=\frac{f\,x}{x-f}$$

$$\frac{d}{\delta}=\frac{x'}{x}=\frac{f}{x-f} \Rightarrow d=\delta\frac{f}{x-f}$$

Iz slike:

$$a=l-x' \Rightarrow a=l-\frac{f\,x}{x-f}$$

Razmak tamnih (ili svijetlih) linija interferencije:

$$t=\frac{a\lambda}{d}$$

(5 bodova)

Kombinacijom gornjih jednadžbi dobivamo konačno:

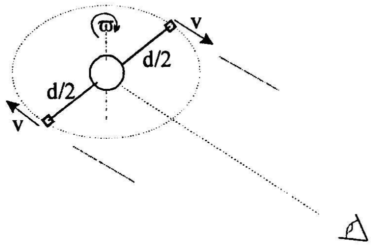
$$f=\frac{l\,x}{x+l+\frac{t\delta}{\lambda}} = \cancel{3.46}\,\mathrm{cm}$$

4.764

(4 boda)

Zadatak 4 (8 bodova)

Slika:



(1 bod)

Projekcija udaljenosti kolektora je najveća upravo kad je tangencijalna brzina jednog usmjerena ka promatraču u laboratoriju, a drugog usmjerena od njega.
U pitanju je **dvostruki relativistički Dopplerov efekt** – prvo se giba prijemnik (kolektor), a nakon refleksije on predstavlja izvor koji se giba. Ako ukupni pomak u valnoj duljini za zračenje reflektirano s kolektora koji se giba "k nama" i onog "od nas" $\Delta\lambda$, onda je pomak u odnosu na upadni val $\Delta\lambda/2$.

(1 bod)

(Izraz za standardni-jednostruki relativistički Dopplerov efekt: $\lambda' = \lambda\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$)

Promatrajmo zračenje reflektirano s kolektora koji se giba "k nama". Bilježimo smanjenje valne duljine ("pomak ka plavom"):

$$\lambda - \frac{\Delta\lambda}{2} = \lambda\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$$

Iz gornjeg izraza dobivamo obodnu brzinu v kojom se giba kolektor:

$$v = c\frac{1-\frac{\lambda-\frac{\Delta\lambda}{2}}{\lambda}}{1+\frac{\lambda-\frac{\Delta\lambda}{2}}{\lambda}}$$

$$= c\frac{\frac{\Delta\lambda}{4}}{\lambda-\frac{\Delta\lambda}{4}} = 1154\,\mathrm{ms^{-1}}$$

Odatle lako izračunamo frekvenciju rotacije satelita:

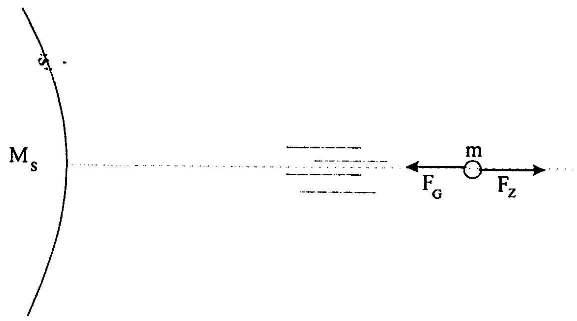
$$\omega = \frac{v}{d/2} = 115.4\,\mathrm{s^{-1}}$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 18.4\,\mathrm{Hz}$$

(6 bodova)

Zadatak 5 (10 bodova)

Slika:



Akceleracija čestice: $\vec{a} = \frac{1}{m}\left(\vec{F}_Z + \vec{F}_G\right)$, gdje je F_Z sila uslijed tlaka zračenja, a F_G gravitacijska sila koja djeluje na česticu.

Izaberemo li koordinatni sustav na pravcu gdje je pozitivni pomak u smjeru "od Sunca", imamo:

$$a = \frac{1}{m}\left(F_Z - F_G\right)$$

(1 bod)

Gravitacijska sila:

$$F_G = G\frac{M_S m}{d^2} = 4.10 \cdot 10^{-20}\,\mathrm{N}$$

(2 boda)

Sila tlaka zračenja je $F_Z = \frac{1}{c} P \cdot \eta$, gdje je P=I•S snaga zračenja, I je intenzitet zračenja, a $S=r^2\pi$ je udarni presjek. Dakle,

$$F_Z = \frac{1}{c}\eta I r^2 \pi = 7.37 \cdot 10^{-20}\,\mathrm{N}$$

Uvrštavanjem gornjih iznosa dobivamo

$$a=4.73 \bullet 10^{-3}\ \mathrm{ms}^{-2}.$$

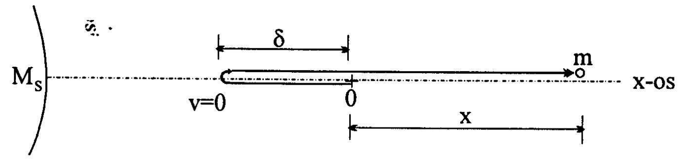
(3 boda)

U gore izabranom koordinatnom sustavu jednadžba gibanja čestice glasi:

$$x(t) = -v_0 t + \frac{a}{2}t^2$$

Uvrštavanjem t=1000s i iznosa v_0=2 m/s nalazimo x(1000s)=365 m>0. Kako je čestica u početnom trenutku padala ka Suncu (u negativnom smjeru koordinatnog sustava), a konačni pomak u odnosu na ishodište je pozitivan, zaključujemo da je čestica morala promijeniti smjer gibanja pa u ukupni prevaljeni put treba uključiti i dvostruki iznos udaljenosti obratne točke od ishodišta (2δ).

Slika:



Koordinate obratne točke:

$v(t_0) = 0 = -v_0+at_0$

$t_0= v_0/a = 422.8$ s $(0< t_0<t \Rightarrow$ čestica je promijenila smjer gibanja)

$\delta = x(t_0) = -422.8$ m

Ukupni prevaljeni put:

$s = 2|\delta|+x(1000s) = 1.211$ km

(4 boda)