

HRVATSKO FIZIKALNO DRUŠTVO

Državno povjerenstvo za fiziku

Bijenička 32, Zagreb

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2000. - 1. Grupa
Crikvenica, 17.-20. svibnja 2000.**Zadatak 1 (17 bodova)**

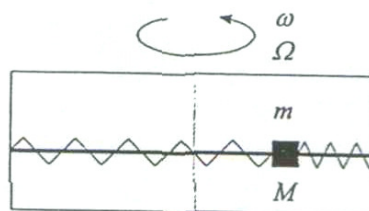
Planetarni sustav sastoji se od sunca, planete koja kruži oko sunca, te od mjeseća-satelita koji kruži oko planete. Nađite kako se odnose ophodna vremena (planete oko sunca i mjeseća oko planete) i linearne brzine (planete u odnosu na sunce i mjeseća u odnosu na planetu), ako je omjer masa sunca, planete i mjeseća jednak $3 \cdot 10^7 : 10^2 : 1$, a omjer polumjera kružnica po kojoj planeta kruži oko sunca, odnosno mjeseć oko planeta, iznosi $4 \cdot 10^2 : 1$.

Zadatak 2 (20 bodova)

'Uređaj' za mjerenje brzine vjetra sastoji se od dvije kuglice istog materijala povezane tankim štapom zanemarive mase, koji je obješen na sredinu štapa tako da se može slobodno rotirati u okomitoj ravnini. Ovisno o brzini vjetra v , uređaj će biti otklonjen za neki kut α u odnosu na okomicu zbog sile trenja uslijed gibanja zraka. Izračunajte brzinu vjetra v koji puše (u vodoravnom smjeru), ako taj kut iznosi $\alpha = 45^\circ$, te ako je sila trenja dana izrazom $F_t = kSv$ (k -koeficijent trenja, $S = r^2\pi$ -poprečni presjek kuglice). Koeficijent trenja iznosi $k = 110 \text{ kg/m}^2\text{s}$, polumjer donje kuglice $r_1 = 1 \text{ cm}$, gornje $r_2 = 0.5 \text{ cm}$, te njihova gustoća $\rho = 8.9 \text{ g/cm}^3$.

Zadatak 3 (17 bodova)

Promotrimo dva neovisna, po veličini različita, sistema koji se sastoje od cilindrične posude, dijametralno postavljenog štapa, malenog tijela koje bez trenja klizi po štapu i dviju opruga zanemarivih masa, 'omotanih' oko štapa i pričvršćenih za tijelo i stijenke posude (vidi sliku). Manji (odnosno veći) sistem rotira oko osi kutnom brzinom ω (odnosno Ω) i pri tom tijelo mase m (odnosno M) 'miruje' (rotira po kružnici konstantnog polumjera) na udaljenosti od polovice polumjera u odnosu na os vrtnje. Odredite omjer M/m ako je omjer $\Omega/\omega = 2$, te ako je odnos konstanti opruga u većem i manjem cilindru jednak $K/k = 2$.

**Zadatak 4 (16 bodova)**

Kuglica koja se po vodoravnoj podlozi giba brzinom od 5 m/s nalijeće na tri kocke (vidi sliku). Promjer kuglice jednak je bridu pojedine kocke, a mase svih tijela su jednake. Nađite brzine svih tijela nakon savršeno elastičnog sudara, ako su sudari savršeno centralni (tijela ne rotiraju). Zanimajte trenje.



DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2000. - 1. grupa
Eksperimentalni zadatak

ODREĐIVANJE GUSTOĆE TEKUĆINE

Pribor:

- čša s vodom
- čša s nepoznatom tekućinom
- mjerna traka (ravnalo)

Zadatak:

Odredi gustoću nepoznate tekućine isključivo zadanim priborom.

$$\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$$

- a) Objasni postupak i izvedi potrebne relacije za izvršenje zadatka (15 bodova)
- b) Mjerenje potrebnih veličina i račun gustoće nepoznate tekućine (10 bodova)
- c) Račun pogrešaka (5 bodova)

Ukupno 1. eksperimentalni zadatak:	30 bodova
------------------------------------	-----------

Rezultati zadataka 1. grupe (2000.)
(državno natjecanje)

Zadatak 1 (17 bodova)

Promotrimo kružno gibanje jednog laganog tijela (m) oko drugog (M), težeg. Izjednačavanjem inercijalne sile sa silom gravitacije:

$$4\pi^2 \frac{mR}{T^2} = G \frac{mM}{R^2} \Rightarrow \frac{MT^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G} = \text{konstanta} \quad (6)$$

Prema tome za planet i satelit mora vrijediti (1-parametri sunca, 2-parametri planeta, 3-parametri satelita):

$$\frac{M_1 T_2^2}{R_2^3} = \frac{M_2 T_3^2}{R_3^3} \quad (5)$$

Dakle, traženi omjer T_2/T_3 iznosi:

$$\frac{T_2}{T_3} = \sqrt{\frac{M_2}{M_1} \cdot \left(\frac{R_2}{R_3}\right)^3} \quad (2)$$

Kako je linearna brzina jednaka $v = 2\pi R/T$ to slijedi:

$$\frac{v_2}{v_3} = \frac{R_2}{R_3} \cdot \frac{T_3}{T_2} = \frac{R_2}{R_3} \cdot \frac{T_3}{T_2} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2} \cdot \frac{R_3}{R_2}} \quad (2)$$

Uvrštavanjem slijedi:

$$\frac{T_2}{T_3} = 14.61 \quad \frac{v_2}{v_3} = 27.39 \quad (1+1)$$

Zadatak 2 (20 bodova)

Štap sa kuglicama možemo zamisliti kao dva kraka poluge iste duljine. To znači da će sistem biti u ravnoteži onda kada komponente sila, od pojedinih kuglica, okomito na štap budu jednake. (5)

Iz dijagrama sila dobivamo komponente sila okomito na štap na donju kuglicu:

$$kS_1 v \frac{\sqrt{2}}{2} - m_1 g \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

Analogno na gornju kuglicu:

$$kS_2 v \frac{\sqrt{2}}{2} - m_2 g \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

Izjednačavanjem i sređivanjem dobiva se:

$$v = \frac{g}{k} \cdot \frac{m_1 - m_2}{S_1 - S_2} \quad (3)$$

Izrazimo li mase i poprečne presjeke pomoću gustoće i volumena tj. polumjera kuglica, dobiva se:

$$v = \frac{4g\rho}{3k} \cdot \frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1^2 - r_2^2} = \frac{4g\rho}{3k} \cdot \frac{r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2}{r_1 + r_2} = \frac{4g\rho r_1}{3k} \cdot \frac{1 + (r_2/r_1) + (r_2/r_1)^2}{1 + (r_2/r_1)} \quad (3)$$

Jvrštavanjem:

$$\begin{aligned} v &= 12.59 \text{ m/s } (g = 10 \text{ m/s}^2) \\ v &= 12.35 \text{ m/s } (g = 9.81 \text{ m/s}^2) \end{aligned} \quad (1)$$

Zadatak 3 (17 bodova)

Da bi tijelo 'mirovalo' na nekoj udaljenosti r od osi vrtnje, inercijalna sila mora biti jednaka sili kojom opruge djeluju na to tijelo. Tako dobivamo uvjet 'ravnoteže' za manji sistem:

$$m\omega^2 r = k(R+r) - k(R-r) = 2kr \quad \Rightarrow \quad m\omega^2 = 2k \quad (7)$$

Primjetimo da u gornji izraz ne ulazi r , što znači da je u tom slučaju bilo koji položaj odgovara 'ravnotežnom' položaju.

Potpuno analogno se dobiva i za veći sistem:

$$M\Omega^2 = 2K \quad (4)$$

Dijeljenjem ta dva uvjeta 'ravnoteže', te njihovim sređivanjem, dobivamo:

$$\frac{M}{m} = \frac{K}{k} \cdot \frac{\omega^2}{\Omega^2} \quad (5)$$

Uvrštavanjem:

$$\frac{M}{m} = \frac{1}{2} = 0.5 \quad (1)$$

Zadatak 4 (16 bodova)

'Na prste' se može zaključiti da će se kuglica, nakon sudara, gibati u suprotnom smjeru (ili će se zaustaviti), a da se srednja kocka neće pomaknuti. Preostale dvije kocke će se gibati istim brzinama, pod kutom od 45° u odnosu na početnu putanju kuglice. (5)

Pišemo zakone očuvanja impulsa i energije:

$$x\text{-smjer:} \quad mv_0 = mv + 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} mV \quad (3)$$

$$y\text{-smjer:} \quad (\text{automatski zadovoljeno!})$$

$$\text{energija:} \quad mv_0^2/2 = mv^2/2 + 2 \cdot mV^2/2 \quad (2)$$

Dijeljenjem jednadžbi sa m , te eliminiranjem v dobiva se jednadžba za brzinu V :

$$2V(2V - \sqrt{2}v_0) = 0 \quad (3)$$

Fizikalno rješenje iznosi:

$$V = \frac{\sqrt{2}}{2} v_0 \quad (1)$$

Uvrštavanjem u prvu jednadžbu, dobivamo i brzinu v :

$$v = v_0 - \sqrt{2}V = 0 \quad (1)$$

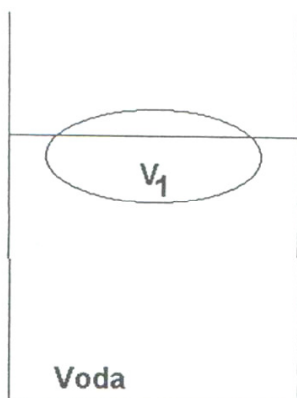
Uvrštavanjem:

$$V = 2.5\sqrt{2} = 3.5355 \text{ m/s} \quad (1)$$

$$v = 0$$

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2000. - 1. grupa
Rješenje eksperimentalnog zadatka

ODREĐIVANJE GUSTOĆE TEKUĆINE



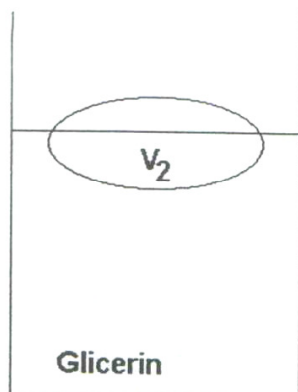
Tijelo pliva pa vrijedi da je težina tijela jednaka uzgonu,

$$V_{\text{tijela}} \cdot \rho_{\text{tijela}} \cdot g = V_1 \cdot \rho_{\text{vode}} \cdot g$$

gdje je V_1 uronjeni dio volumena tijela jednak produktu površine dna čaše, A , i visine za koju se podigne voda u čaši kad se uroni tijelo, h_1 , ($V_1 = A \cdot h_1$).

Pomoću gornje relacije dobivamo za gustoću tijela,

$$\rho_{\text{tijela}} = V_1 \cdot \rho_{\text{vode}} / V_{\text{tijela}} = A \cdot h_1 \cdot \rho_{\text{vode}} / V_{\text{tijela}}$$



Tijelo ponovo pliva pa opet vrijedi da je težina tijela jednaka uzgonu,

$$V_{\text{tijela}} \cdot \rho_{\text{tijela}} \cdot g = V_2 \cdot \rho_{\text{tek}} \cdot g$$

gdje je V_2 uronjeni dio volumena tijela jednak produktu površine dna čaše, A , i visine za koju se podigne tekućina u čaši kad se uroni tijelo, h_2 , ($V_2 = A \cdot h_2$).

Pomoću gornje relacije dobivamo za gustoću tijela,

$$\rho_{\text{tek}} = V_{\text{tijela}} \cdot \rho_{\text{tijela}} / V_2 = V_{\text{tijela}} \cdot \rho_{\text{tijela}} / (A \cdot h_2)$$

Uvrstimo li gore dobivenu relaciju za ρ_{tijela} , dobivamo relaciju za gustoću nepoznate tekućine,

$$\rho_{\text{tek}} = h_1 \cdot \rho_{\text{v}} / h_2. \quad (15 \text{ bodova})$$

Mjerenje h_1 i h_2

Izračun gustoće nepoznate tekućine, $\rho_{\text{tek}} = 1250 \text{ kg/m}^3$.

(10 bodova)

Račun pogrešaka

(5 bodova)