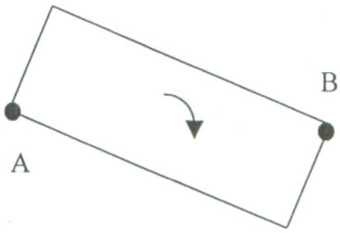
Županijsko natjecanje iz fizike 2000. – 3. grupa

1. zadatak (10 bodova)

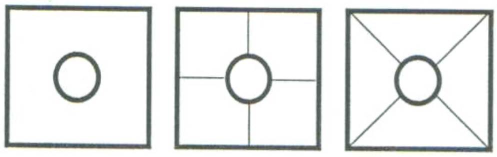
Tanka greda mase 25 kg može rotirati bez trenja u horizontalnoj ravnini oko štapa provučenog kroz njen vertikalni otvor. Otvor se nalazi na 1/3 duljine grede od njenog kraja spojenog za oprugu konstante elastičnosti 100 $N \cdot m^{-1}$, postavljenoj u ravnotežnom položaju okomito na gredu isto u horizontalnoj ravnini. Odredite period malih titraja grede.

2. zadatak (10 bodova)



Kutija, oblika kvadra mase 10 kg, oslonjena je na držače *A* i *B*, tako da joj dno zatvara kut od 30° s horizontalom. Za postojeće sile pritiska kutije na držače sile trenja su najveće moguće da spriječe propadanje kutije zakretanjem u prikazanom smjeru. Kojim silama kutija djeluje na držače za faktor trenja između držača i kutije jednak 1?

3. zadatak (10 bodova)



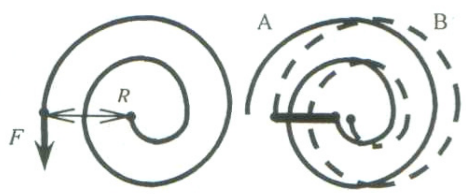
a) b) c)

U kružni otvor čelične ploče, slika a), postavi se eksploziv. Njegovim aktiviranjem nastaje udarni val koji prolazi kroz ploču. To je longitudinalni val koji pokazuje svojstva refleksije i interferencije kao i drugi valovi, ali je znatno jačeg intenziteta. Pod djelovanjem udarnog vala ploča puca. Koja od slika b) i c) pokazuje na kojim mjestima je došlo do pucanja ploče?

4. zadatak (10 bodova)

Kao nagradu za rješavanje zadataka iz fizike Hinko je od Uredništva MFLa dobio knjigu *Titranja* i knjigu *Valovi*. Knjigu *Titranja* odmah je počeo čitati Vinko, a knjigu *Valovi* Dinko, dva Hinkova mlađa brata koji o tim područjima do tada nisu ništa znali. Kad je svaki pročitao svoju knjigu, Vinko je rekao da koristeći znanje o uzgonu može odrediti površinu jezera mjerenjem perioda malih titraja nekog tijela poznatih dimenzija i gustoće u njemu. Međutim, Dinko je pokazao da Vinkov izvod ne vrijedi uvijek. Što je o mjerenju rekao Vinko, a što Dinko?

5. zadatak (10 bodova)



a) b)

Općenito, spiralna opruga se zakreće za mali kut α pod djelovanjem tangencijalne sile F, slika a). Pritom vrijedi $FR=D\alpha$, gdje je R udaljenost hvatišta od središta, a D konstanta elastičnosti opruge. Dvije spiralne opruge, A i B, konstanti D_A i D_B, jednakih radijusa R, spojene su pomoću štapa duljine d, slika b). Pritom sila F djeluje na hvatište opruge A kojoj je središte spojeno na jedan kraj štapa. Drugi kraj štapa spojen je za hvatište opruge B, učvršćenog središta. Taj serijski spoj treba zamijeniti jednom, ekvivalentnom spiralnom oprugom konstante D' kojoj se hvatište podudara s hvatištem opruge A, a središte sa središtem opruge B. Odredite D'.

Županijsko natjecanje iz fizike2000. – 3. grupa
Rješenja zadataka

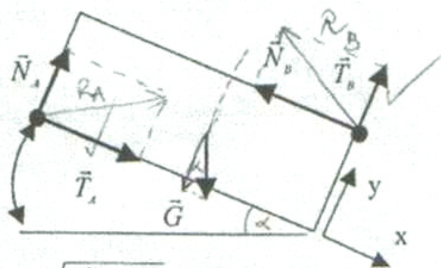
1. zadatak (10 bodova)

Moment tromosti rotiranja grede oko štapa je $I = I_T + m(1/2 - \eta)^2 d^2$, $I_T = md^2/12$. [2]
Kad se iz položaja ravnoteže greda pomakne za kut α (u radijanima) onda njena kutna akceleracija a_α zadovoljava $Ia_\alpha = -F\eta d$, [3]
uz elastičnu silu opruge F. Za horizontalni pomak opruge y je $F = ky = k\eta d\alpha$. [3]
Navedene relacije daju $Ia_\alpha + k\eta^2 d^2 \alpha = 0$, [1]

što predstavlja jednadžbu malih titraja perioda $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}\frac{\eta^2 - \eta + 1/3}{\eta^2}}$ = <u>3,14 s</u>.[1]

2. zadatak (10 bodova)

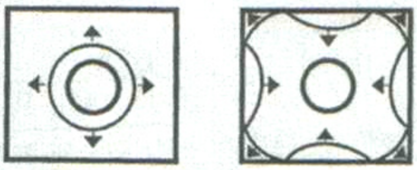
Prikazane su sile koje djeluju na kutiju. [2]
Dok kutija miruje za projekcije sila na osi x i y vrijedi:
$N_A + T_B = G\cos\alpha$ ✓ $N_B - T_A = G\sin\alpha$. ✓ [3]
Dodatno je $T_A = \mu N_A$ i $T_B = \mu N_B$. ✓ [1]
Iz tih se jednadžbi dobivaju T_A, T_B, N_A i N_B, npr.
$N_A = G(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)/(1+\mu^2)$, = 18,3 (17,9) [1]
$N_B = G(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)/(1+\mu^2)$. [1]



Kutija na držač A djeluje s $\sqrt{T_A^2 + N_A^2}$ = <u>25 N</u>, a na držač B s $\sqrt{T_B^2 + N_B^2}$ = <u>95 N</u>. [2]
Gornji rezultati dobiveni su za g=9,81 m·s^{-2}, a priznaju se i rezultati za g=10 m·s^{-2}.

3. zadatak (10 bodova)

Udarni val, nastao aktiviranjem eksploziva, prolazi kroz stijenku ploče i giba se u ploči. [2]
Valna fronta udarnog vala prije nego stigne do rubova ploče je kružnica, sl. a). Strelice pokazuju smjer napredovanja vala. [2]
Na vanjskom rubu ploče dolazi do djelomične refleksije udarnog vala. Na sl. b) prikazana je valna fronta udarnog vala nakon te refleksije. Vide se četiri dijela valne fronte koji se opet gibaju prema unutrašnjosti ploče. [3]



a) b)

Susjedni dijelovi valne fronte međusobno će se poklopiti duž dijagonale ploče. [1]
Zbog konstruktivne interferencije dolazi do jačanja intenziteta vala, što uzrokuje pucanje ploče. Dakle, <u>slika c)</u> iz zadatka pokazuje kako ploča puca. [2]

4. zadatak (10 bodova)

Vinko: kad tijelo miruje silu težu uravnotežuje uzgon. Prilikom malih titraja, akceleraciju uzrokuje promjena u uzgonu zbog promjenjive dubine uranjanja tijela. [1]
Radi jednostavnosti, neka je tijelo uspravni valjak visine H, površine baze S_t, gustoće ρ_t. Kad se iz ravnotežnog položaja tijelo pomakne prema dolje za Δy, dubina uranjanja tijela promijeni se za $\Delta y + \Delta y'$. Pritom je $\Delta y'$ dodatno povišenje razine vode zbog pomaka tijela koje zadovoljava $S_t\Delta y = (S - S_t)\Delta y'$, [2]

tako da za gibanje tijela vrijedi

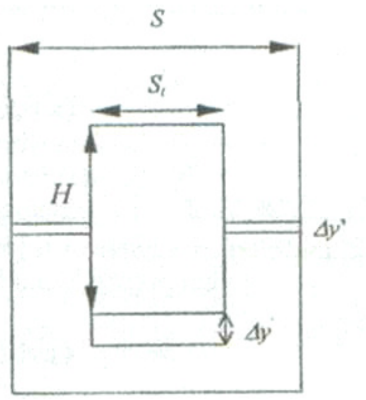
$$ma_y = -\Delta U = -\rho_v g S_t (\Delta y + \Delta y'),$$ [1]

što sređivanjem daje $\rho_t H a_y + \rho_v g \dfrac{S}{S - S_t}\Delta y = 0$.

Odatle je period malih titraja

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\rho_t}{\rho_v}\frac{H}{g}\left(1 - \frac{S_t}{S}\right)}. \qquad (*)$$ [1]

Iz (*) se dobiva $S = S_t\left[1 - \dfrac{\rho_v}{\rho_t}\dfrac{g}{H}\left(\dfrac{T}{2\pi}\right)^2\right]^{-1}$, [1]



za površinu vode.

Dinko: izvod vrijedi ako se na površini vode zbog titranja tijela ne stvaraju valovi nego se razina vode pomakne za $\Delta y'$ po cijelom jezeru. [1]

To je moguće za dovoljno veliki T dan s (*). [1]

Međutim, u (*) treba uzeti u obzir da mora biti $\rho_t < \rho_v$ da tijelo ne bi potonulo. Dodatno, $\Delta y'$ mora biti dovoljno velik da bi se osjetio njegov utjecaj, tj. S_t ne smije biti znatno manji od S. [1]

Povećanjem S_t se smanjuje T, pa H mora biti dovoljno velik. [1]

Dakle, metoda je primjenjiva ako dovoljno visoko tijelo kojemu površina nije znatno manja od površine vode dovoljno polagano titra.

5. zadatak (10 bodova)

Ako su α_A i α_B kutovi zakreta serijski spojenih spiralnih opruga, a α kut zakreta ekvivalentne spiralne opruge, onda prema uvjetu zadatka vrijedi $\alpha = \alpha_A + \alpha_B$. [1]

Sila F na oprugu A djeluje momentom $M_A = FR = D_A\alpha_A$, [1]

koji se prenosi preko štapa na oprugu B, [2]

na čijem hvatištu uzrokuje tangencijalnu silu $F_B = M_A/d$. $= \frac{FR}{d}$ [2]

Zakretanje opruge B zbog sile F_B zadovoljava $F_B R = D_B \alpha_B$. [1]

Za ekvivalentnu oprugu vrijedi $F(2R-d) = D\alpha$. [2]

Navedene relacije daju $\dfrac{F(2R-d)}{D} = \dfrac{FR}{D_A} + \dfrac{FR^2}{dD_B}$, tj. $\dfrac{1}{D} = \dfrac{R}{2R-d}\left(\dfrac{1}{D_A} + \dfrac{R}{d}\dfrac{1}{D_B}\right)$. [1]

Napomena: za opruge postavljene jednu iznad druge na slici (kad je $d=R$), dobiva se standardni izraz za serijski spoj opruga.