

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2001. – 2. GRUPA

Zadatak 1 (14 bodova)

Zrak sadrži $a = 79$ volumnih postotaka dušika i $b = 21$ volumni postotak kisika. Ako je tlak zraka $p = 101325 \text{ Pa}$, temperatūra zraka $t = 20^\circ\text{C}$, a zrak smatramo idealnim plinom, nadite:

- parcijalne tlakove dušika p_a i kisika p_b u zraku,
- masene udjele dušika m_a/m i kisika m_b/m u zraku, gdje je m masa zraka,
- prosječnu molekularnu masu zraka M ,
- masenu gustoću zraka pri zadanim uvjetima.

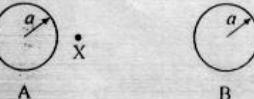
Molekularna masa dušika je $M_a = 28 \text{ g/mol}$, a kisika $M_b = 32 \text{ g/mol}$. Univerzalna plinska konstanta iznosi $R = 8.314 \text{ J/(Kmol)}$.

Zadatak 2 (16 bodova)

U toplinski izoliranom bakirom kalorimetru mase $m_k = 200 \text{ g}$ nalazi se $V_k = 0.5 \text{ l}$ vode temperature $t_k = 60^\circ\text{C}$. U kalorimetar ubaćimo komad bakra mase $m_b = 80 \text{ g}$ i temperaturе $t_b = 80^\circ\text{C}$. Koliku masu leda m_l temperature $t_l = -20^\circ\text{C}$ treba ubaciti u kalorimetar da bi temperatūra cijelog sustava u toplinskoj ravnoteži bila $t_e = 40^\circ\text{C}$? Specifični toplinski kapacitet vode je $c_v = 4180 \text{ J/(kgK)}$, bakra $c_b = 390 \text{ J/(kgK)}$, leda $c_l = 2090 \text{ J/(kgK)}$, a latentna toplina taljenja leda (tj. ona količina topline potrebna da se 1 kg leda rastali pri temperaturi od 0°C i priđe u vodu iste temperature) iznosi $L = 33300 \text{ J/kg}$. Gustoća vode iznosi $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.

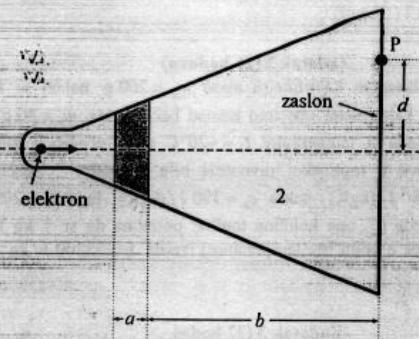
Zadatak 3 (22 boda)

- Na dvije metalne kugle A i B istog polumjera a , čija su središta udaljena za udaljenost koja je puno veća od njihova polumjera, stavljeni su naboji $+q$ na kuglu A, $-q$ na kuglu B. Skicirajte silnice električnog polja E svuda u prostoru!
- Koliko je električno polje na samoj površini kugli A i B i kakav je njegov smjer?
- Kolika je razlika električnog potencijala V između kugli A i B?
- Kako bi se kretao pozitivan naboj q_1 kada bismo ga stavili u neku točku prostora u kojem postoji električno polje kao u a) dijelu zadatka? Posebno, skicirajte putanje naboja q_1 koji je u početnom trenutku bio u točki X, odnosno Y.
- Jedna od metoda mjerjenja otpornosti ρ morske vode (a time i njene slanoće) sastoji se u tome da dvije metalne kugle istih polumjera a spustimo duboko ispod površine vode na istu dubinu. Kugle su na međusobnoj udaljenosti puno većoj od njihova polumjera, te vise na izoliranim metalnim žicama. Žice spojimo na izvor konstantne struje jakosti I i mjerimo razliku potencijala U između kugli. Kako je gustoća struje $j(P)$ (gustoća struje je vektor u smjeru toka struje, a iznos vektora gustoće struje je jakost struje u točki prostora P podijeljena s iznosom površine okomite na smjer struje) dana kao $j(P) = E(P)/\rho(P)$, gdje je $E(P)$ vektor električnog polja u točki prostora P, a $\rho(P)$ otpornost tvari u istoj točki, nadite iznos otpornosti ρ morske vode uz uvjet da je otpornost morske vode konstantna. Jedna od bitnih pretpostavki točnosti ove metode je ta da je otpornost materijala od kojega su načinjene kugle puno manja od otpornosti tvari koje mjerimo ovom metodom. Zašto?



Zadatak 4 (18 bodova)

Na slici je dan princip rada televizijskog prijemnika: elektroni ubrzani razlikom potencijala U ulaze u područje 1 širine a , u kojem postoji homogeno magnetsko polje B okomito na ravninu slike. Nakon izlaska iz područja 1, elektroni prolaze kroz područje 2 širine b , te udaraju u poseban premaz na unutarnjoj strani zaslona i time stvaraju svjetlu točku P. Cijelim putem elektroni se kreću u zrakopraznom prostoru, a položaj svijetle točke se mijenja promjenom iznosa magnetskog polja. Nadite smjer magnetskog polja (tj. iz ravnine slike ili u ravninu slike) da bi elektron došao u točku P, te otklon d elektrona od njegovog početnog smjera gibanja (tj. položaj točke P na zaslonu), ako je $U = 9000 \text{ V}$, $B = 0.01 \text{ T}$, $a = 1 \text{ cm}$, $b = 20 \text{ cm}$, masa elektrona je $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, a naboj elektrona $q = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.



Eksperimentalni zadatak 2.grupa

Ovisnost otpora žaruljice o jakosti struje

Zadatak

- Snimiti $I-U$ karakteristiku žaruljice i proučiti ovisnost otpora žaruljice o jakosti struje.

Pribor

- baterija 4.5 V
- otporna žica namotana na daščicu
- žaruljica za napon do 4.5 V
- otpornik od 1Ω
- voltmetar
- 7 žica za spajanje
- 6 "krokodilki"
- milimetarski papir (2 arka A3 formata)

U sklopu zadatka je potrebno:

- Nacrtati shemu te objasniti strujni krug i postupak pomoću kojeg će se moći vrlo precizno snimiti $I-U$ karakteristika žaruljice. (8 bodova)
- Napraviti niz mjerena (mjerena treba početi od vrlo malih napona-od najviše 0.01 V pa sve do oko 3 V; ukupno najmanje 20 mjerena) i podatke prikazati tabelarno. (10 bodova)
- Grafički prikazati ovisnost jakosti struje o naponu ($I-U$ karakteristiku žaruljice) te ovisnost otpora žaruljice o jakosti struje. (5 bodova)
- Teorijski prodiskutirati dobivenu $I-U$ karakteristiku žaruljice i ovisnost otpora žaruljice o jakosti struje. (7 bodova)

DN-2001-7.
Rezultati zadatka 2. grupe (2001) i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (14 bodova)

a) Dušik i kisik se nalaze u istom volumenu V . Vrijede jednadžbe stanja idealnog plina, za dušik:

$$p_a V = n_a RT \quad (1/2)$$

gdje je p_a parcijalni tlak dušika i n_a množina dušika u volumenu V , te za kisik:

$$p_b V = n_b RT \quad (1/2)$$

gdje je p_b parcijalni tlak kisika i n_b množina kisika u istom volumenu V .

S druge strane, dušik koji zauzima volumen $V_a = aV$ nalazi se pod tlakom p , a kisik koji zauzima volumen $V_b = bV$ nalazi se pod istim tlakom p , pa možemo napisati druge jednadžbe stanja plina. Za dušik:

$$p V_a = n_a RT, \quad (1/2)$$

$$\text{i } p V_b = n_b RT \text{ za kisik.} \quad (1/2)$$

Izjednačavajući desne strane jednadžbi plina posebno za dušik, a posebno za kisik, dobivamo za dušik:

$$p_a V = p V_a, \text{ odakle slijedi} \quad (1/2)$$

$$p_a = p V_a / V = ap = 80046.75 \text{ Pa,} \quad (1/2)$$

$$\text{a za kisik iz } p_b V = p V_b \text{ dobivamo} \quad (1/2)$$

$$p_b = p V_b / V = bp = 21278.25 \text{ Pa.} \quad (1/2)$$

b) Iz jednadžbe stanja plina $pV = nRT = \frac{m}{M} RT$ dobiva se:

$$\text{- za dušik } m_a = \frac{paVM_a}{RT}, \quad (1/2)$$

$$\text{- za kisik } m_b = \frac{pbVM_b}{RT}. \quad (1/2)$$

$$\text{Odatle je omjer } \frac{m_a}{m_b} = \frac{aM_a}{bM_b}, \quad (1/2)$$

a kao je $m_a + m_b = m$, rješavanjem tog sustava jednadžbi dobiva se omjer mase dušika i ukupne mase zraka:

$$\frac{m_a}{m} = \frac{aM_a}{aM_a + bM_b} = 0.767, \quad (1)$$

$$\text{i za kisik } \frac{m_b}{m} = \frac{bM_b}{aM_a + bM_b} = 0.233. \quad (1)$$

c) Iz jednadžbe stanja idealnog plina

$$pV = nRT = \frac{m}{M} RT = (n_a + n_b)RT = \left(\frac{m_a}{M_a} + \frac{m_b}{M_b}\right)RT, \text{ za molarnu masu zraka } M, \text{ koristeći} \quad (1)$$

omjeru masa iz c) dijela zadatka, dobiva se

$$M = aM_a + bM_b = 28.84 \text{ g/mol.} \quad (2)$$

d) Iz jednadžbe stanja idealnog plina $pV = nRT = \frac{m}{M} RT$ slijedi

$$p = \frac{m}{V} \frac{RT}{M} = \rho \frac{RT}{M}, \text{ odakle za gustoću zraka } \rho \text{ pri zadanim uvjetima dobivamo} \quad (2)$$

$$\rho = \frac{PM}{RT} = 1.199 \text{ kg/m}^3. \quad (1)$$

Zadatak 2 (16 bodova)

Stavljanjem komada bakra u kalorimetar, bakar se ohladi i predaje količinu topline $m_b c_b (t_b - t_1)$ vodi i kalorimetru, koji pak apsorbiraju količinu topline jednaku

$$m_v c_v (t_1 - t_v) + m_b c_b (t_1 - t_v), \quad (2)$$

gdje je $m_v = \rho V_v = 0.5 \text{ kg}$ masa vode u kalorimetru.

Izjednačavanjem te dvije količine topline, za ravnotežnu temperaturu t_1 prije stavljanja leda dobivamo

$$t_1 = \frac{(m_v c_v + m_b c_b)t_v + m_b c_b t_b}{m_v c_v + (m_b + m_v)c_b} = 60.28 \text{ }^\circ\text{C}. \quad (3)$$

Da bi se postigla tražena temperatura od $t_s = 40 \text{ }^\circ\text{C}$, sustavu voda+kalorimetar+bakar treba uduzeti količinu topline Q_1 ,

$$Q_1 = [m_v c_v + (m_b + m_v)c_b](t_1 - t_s) = 44599.77 \text{ J}. \quad (3)$$

Količinu topline Q_1 treba potrošiti na grijanje leda od $t_l = -20 \text{ }^\circ\text{C}$ do $0 \text{ }^\circ\text{C}$, taljenje leda i grijanje vode nastale taljenjem od $0 \text{ }^\circ\text{C}$ do $t_s = 40 \text{ }^\circ\text{C}$:

$$Q_1 = m_l c_l (0 \text{ }^\circ\text{C} - t_l) + m_l L + m_v c_v (t_s - 0 \text{ }^\circ\text{C}), \quad (3)$$

odakle je

$$m_l = \frac{Q_1}{-c_l t_l + L + c_v t_s} = 0.184 \text{ kg leda}. \quad (2)$$

Zadatak 3 (22 boda)

a) Silnice električnog polja skicirane su na slici u dvije dimenzije. Prostorni izgled dobiva se rotacijom oko spojnica središta kugli.

b) Kako je udaljenost kugli puno veće od njihova polumjera, električno polje na samoj površini kugli je radijalno i jednak je električnom polju na površini usamljenih kugli:

$$E(A) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2}, \text{ usmjerenod površine kugle A} \quad (2)$$

$$E(B) = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 a^2}, \text{ usmjerenod preme središtu kugle B.} \quad (2)$$

c) Kao i u b) slučaju, električni potencijal kugli jednak je električnom potencijalu usamljenih kugli:

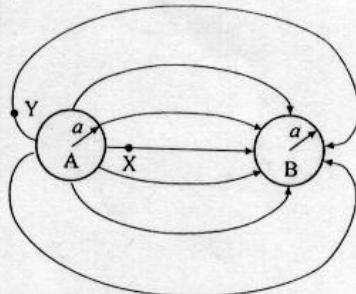
$$V(A) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}, \quad (1)$$

$$V(B) = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 a}. \quad (1)$$

Razlika potencijala između kugli je

$$V = V(A) - V(B) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 a}. \quad (1)$$

d) Pozitivan naboje bi se kretao po silnicama rezultantnog električnog polja, kao što je naznačeno na slici pod a) dijelom rješenja.



e) Strujni krug kroz tekućinu je zatvoren time što se pozitivan naboj kreće od kugle A prema kugli B (kao u d) dijelu zadatka). Kako je otpornost materijala od kojega su kugle napravljene puno manja od otpornosti vode, gustoća struje j uz samu površinu kugle je ista. Ukupna struja I koja teče od površine kugle A je:

$$I = 4\pi a^2 j = 4\pi a^2 \frac{E}{\rho} = 4\pi a^2 \frac{1}{\rho} \frac{q}{4\pi \epsilon_0 a^2} = \frac{q}{\epsilon_0 \rho}. \quad (3)$$

Koristeći Ohmov zakon da je električni otpor $R = V / I$, te V iz c) dijela zadatka, dobivamo

$$\rho = 2\pi a \frac{V}{I}. \quad (4)$$

Zadatak 4 (18 bodova)

Apsolutna vrijednost naboja elektrona je $e = |q|$. Elektron ubrzan razlikom potencijala U postiže brzinu

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = 5.623 \cdot 10^7 \text{ m/s.} \quad (2)$$

Ulazeći tom brzinom u područje s magnetskim poljem, Lorentzova sila na elektron eBv (jer su brzina elektrona i smjer magnetskog polja okomiti) izjednačava se s centrifugalnom silom kružnog gibanja elektrona po polumjeru r , mv^2/r . Odатле je polumjer kruženja elektrona jednak

$$r = \frac{mv}{eB} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}} = 3.201 \cdot 10^{-2} \text{ m.} \quad (2)$$

Da bi elektron došao u točku P, po pravilu desne ruke smjer magnetskog polja mora biti iz ravnine slike.

Izlaskom iz područja 1, elektron se od početnog smjera gibanja otklonio za iznos y , te svoj put kroz područje 2 nastavlja gibajući se po tangenti na točku kružnice u kojoj napušta područje 1 (vidi sliku).

$$y = r - r \cos \alpha \quad (1)$$

Kako je $\sin \alpha = \frac{a}{r}$, $y = r - \sqrt{r^2 - a^2} = 1.6 \cdot 10^{-3} \text{ m,}$

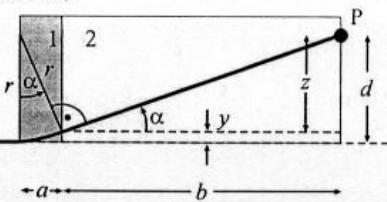
$$a z = b \operatorname{tg} \alpha = b \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = \frac{ab}{\sqrt{r^2 - a^2}} = 65.8 \cdot 10^{-3} \text{ m,}$$

pa je time ukupan otklon elektrona jednak

$$d = y + z = 67.4 \text{ mm,} \quad (2)$$

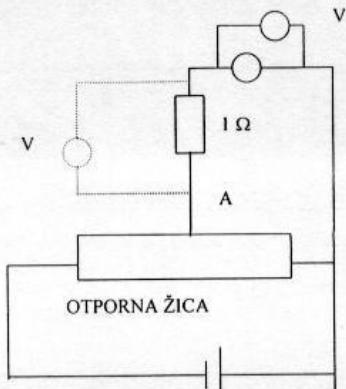
ili u analitičkom obliku, $d = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}} + \frac{ab + a^2 - \frac{2mU}{eB^2}}{\sqrt{\frac{2mU}{eB^2} - a^2}} = 67.4 \text{ mm.}$

Zadatak je bez korištenja trigonometrijskih funkcija moguće riješiti i korištenjem sličnosti trokuta.



Rješenje eksperimentalnog zadatka 2.grupa

Strujni krug je potrebno spojiti kao što prikazuje slika:



Otpornu žicu treba spojiti na izvor struje tako da služi kao potenciometar kojim reguliramo razliku potencijala na žaruljici kako bismo mogli precizno snimiti $I-U$ karakteristiku žaruljice. Pomicanjem "krokodilke" A mijenjamo napon i jakost struje kroz žaruljicu.

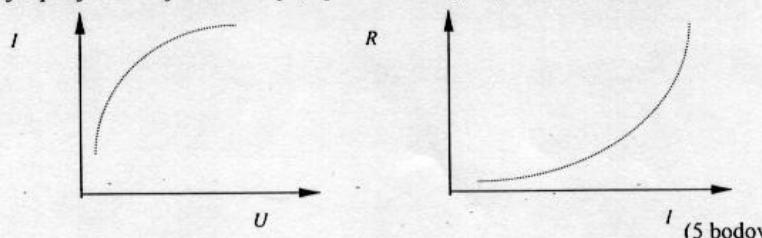
Od mjernih instrumenata imamo na raspolaganju samo voltmetar, tako da napon na žaruljici mjerimo spajanjem voltmetra paralelno sa žaruljicom, a jakost struje očitavamo mjeranjem napona na otporniku od 1Ω koji je serijski spojen u krug sa žaruljicom. (8 bodova)

Rezultate prikažemo tabelarno:

Br. mjerena	I (A)	U (V)	R (Ω)

(10 bodova)

Kada grafički prikažemo ovisnost jakosti struje o naponu ($I-U$) i ovisnost otpora o jakosti struje ($R-I$) vidjet ćemo da te ovisnosti nisu linearne. Za male napone struja brže raste s naponom, a kasnije taj rast sve više usporava. Otpor za male vrijednosti struje sporije raste s jakosću struje, a porastom struje i porast otpora je brži.



(5 bodova)

Opisana zapažanja objašnjavamo promjenom otpora volframove niti žaruljice zbog promjene temperature. Naime, porastom jakosti struje kroz žaruljicu raste i temperatura niti pa zbog toga raste i njezin otpor što objašnjava nelinearne promjene jakosti struje s naponom. Poznato je da za svaki vodič u određenom području temperatura vrijedi $R = R_0(1 + \alpha t)$ gdje je R_0 otpor kod $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, α termički koeficijent otpora, a t temperatura vodiča.

(7 bodova)