

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2001-4. grupa

Zadatak 1 (20 bodova)

Promotrite sustav od dvije tanke konvergentne leće L_1 i L_2 žarišnih daljina f_1 i f_2 . Leće su međusobno udaljene D i postavljene su tako da im se optičke osi podudaraju.

- Glavne ravni optičkog sustava su ravni koje imaju svojstvo da su točka koja se nalazi u jednoj glavnoj ravnini i konačna slika te točke koja se nalazi u drugoj glavnoj ravnini, jednakom udaljenom od optičke osi (predmet i konačna slika jednake su veličine). Te ravni su okomite na optičku os sustava i pretpostavite da se nalaze u prostoru izvan leća. Nadite udaljenost Δ_1 jedne glavne ravnine od leće L_1 i udaljenost Δ_2 druge glavne ravnine od leće L_2 !
- Međusobno paralelne zrake koje upadaju na leću L_1 fokusiraju se nakon izlaska iz leće L_2 s druge strane u jednoj točki zvanoj fokus sustava F_2 . Paralelne zrake koje upadaju prvo na leću L_2 fokusiraju se nakon izlaska iz leće L_1 u fokusu F_1 . Izrazite preko D , f_1 i f_2 udaljenost fokusa F_1 i F_2 od položaja leća L_1 i L_2 !

Radi jednostavnosti pretpostavite da je $D > f_1 + f_2$. Promatujte zrake svjetlosti koje će vas dovesti do rješenja za oba dijela zadatka.

Zadatak 2 (16 bodova)

Uzorak se sastoji od ogromnog broja kristalnih zrnaca koja su tako sitna da uzorak smatramo prahom. U uzorku se nalaze dvije vrste kristalnih zrnaca: A i B. Kristalna zrnca su idealna, to jest kristalne ravni su definirane duž cijelog zrnca bez međusobnog presijecanja i susjedne ravni su jednoliko razmaknute. Razmak susjednih ravni u kristalnim zrcima vrste A je 300pm, a u zrcima vrste B 144pm. Kristalna zrnca su nasumično usmjerena u svim pravcima, što znači da su i kristalne ravni također usmjerene u svim pravcima. Taj uzorak obasja se dobro usmjeranim monokromatskim snopom x-zraka valne duljine 185pm. Pretpostavite da je prah takav da x-zraka može doći nesmetano do svih zrnaca. Nakon refleksije na uzorku snop daje interferencijsku sliku na ravnoj fotografskoj ploči udaljenoj 65cm od uzorka i postavljenoj okomitno na pravac dolaznog snopa x-zraka prije refleksije.

- Skicirajte put dviju x-zraka koje se reflektiraju na atomima iz susjednih ravni jednog kristalnog zrnca i međusobno干涉iraju te izračunajte mogući kut (ili kutove) pod kojim se javlja izlazni interferencijski maksimum tih zraka s obzirom na smjer upadnih zraka, i to posebno za kristalno zrno A i kristalno zrno B!
- Kakva slika nastaje na fotografskoj ploči ako se difrakcija događa na opisanom uzorku? Sliku opišite veličinama koje smatraće potrebnim!
- Kakvu sliku daje difrakcija na uzorku u slučaju da energija upadnih x-zraka postane manja od 2keV?
- Kakvu sliku očekujete kada se uzorak obasja γ-zrakama energije 2MeV?

Zadatak 3 (18 bodova)

Za pogon u svemiru predložena je tanka lagana ploča izuzetne moći refleksije zračenja. Ploča je u obliku kvadrata stranice 100m i ona služi za pokretanje satelita. Satelit se nalazi na putanji oko Sunca. Intenzitet Sunčeve energije na udaljenosti $1,5 \cdot 10^{11}$ m (toliko je Zemlja udaljena od Sunca) iznosi 1374 J/m^2 . Sunce emitira fotone radikalno prema van i jedнако u svim smjerovima. Prepostavite da satelit u trenutku promatranja kruži na udaljenosti $6 \cdot 10^{11}$ m od Sunca.

- Pogonska ploča je postavljena tako da okomica na tu ploču leži u ravni putanje i zakrenuta je za kut θ od smjera kretanja satelita. Kolika je sila na satelit u smjeru njegovog gibanja koja nastaje zbog odbijanja rota fotona o ploču?
- Pri kutu $\theta = 54,7^\circ$ iz prethodnog dijela zadatka sila na satelit u smjeru njegovog kretanja koju proizvode fotoni bit će najveća. Koliki je tada njen iznos?

Zadatak 4 (16 bodova)

U katodnoj cijevi televizora elektroni se iz stanja mirovanja ubrzavaju naponom 15kV. Nakon ubrzavanja elektron prolazi kroz rupicu promjera 0,5mm i udara u sredinu zaslona koji je udaljen 30cm od rupice. Kolika je neodređenost položaja na kojem elektron dolazi na ekran nakon što je prošao kroz spomenutu rupicu? Komentirajte kako načelo neodređenosti utječe na jasnoću slike!

Konstante: brzina svjetlosti $c=3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
Planckova konstanta $h=6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
naboj elektrona $e=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Eksperimentalni zadatak - 4. grupa

ODREĐIVANJE INDEKSA LOMA NEPOZNATE TEKUĆINE

Pribor:

nepoznata tekućina u ampuli
pomična mjerka

Zadatak: Odredite indeks loma tekućine, n.

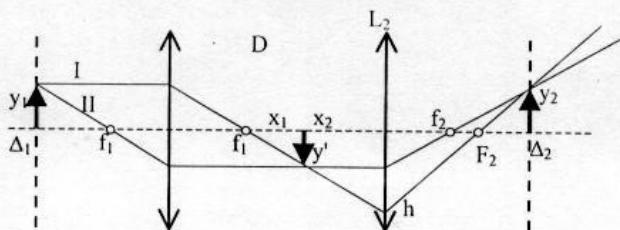
- | | |
|---|-----------|
| a) Objasniti teorijsku osnovu za rješavanje zadatka | 7 bodova |
| b) Izvedite potrebne relacije za n uz odgovarajuće crteže | 12 bodova |
| c) Izvršite mjerenja i rezultate prikažite tabelarno | 8 bodova |
| d) provedite račun pogrešaka | 3 boda |

Ukupno 4. eksperimentalni zadatak: 30 bodova

Opaska: Zadatak se priznaje ako je izrađen zadanim priborom. Učenik koristi svoj pribor za pisanje i kalkulator.

DN - 2001-2.
Rješenja zadatka 4. grupe i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (20 bodova)



slika: **4boda**

Promotrimo dvije zrake svjetlosti I i II. Zraka I će nam u presjeku sa optičkom osi sustava dati fokus F_2 u koji bi padale i ostale zrake paralelne sa I. Zraka II sa zrakom I služi nam za konstrukciju slike. Uzmimo da se predmet i slika nalaze u glavnim ravninama i udaljeni su Δ_1 i Δ_2 od leća L_1 i L_2 . Tada visine predmeta i slike moraju biti jednake. Jednadžbe leća su: $\frac{1}{\Delta_1} + \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f_1}$ i $\frac{1}{\Delta_2} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{f_2}$ gdje su x_1 udaljenost slike od leće L_1 nakon prolaska zrake kroz leću L_1 , a x_2 udaljenost te slike koja služi kao predmet za leću L_2 do te leće. Vrijedi jednakost $x_1 + x_2 = D$. **3boda**

Za visine predmeta y_1 , konačne slike y_2 i međuslike y' vrijede relacije: $\frac{x_1}{y'} = \frac{\Delta_1}{y_1}$ i

$\frac{x_2}{y'} = \frac{\Delta_2}{y_2}$. Budući da smo odabrali predmet i glavnu sliku u glavnoj ravnini, mora biti $y_1 = y_2$. **3boda**

a) Rješavanjem ovog sustava jednadžbi dobije se udaljenost glavnih ravnina Δ_1 i Δ_2

$$\text{od leća } L_1 \text{ i } L_2: \Delta_1 = \frac{Df_1}{D - f_1 - f_2} \text{ i } \Delta_2 = \frac{Df_2}{D - f_1 - f_2}. \quad \text{3boda}$$

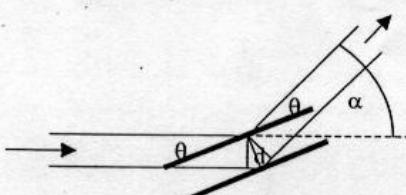
b) Zbog sličnosti trokuta možemo pisati (prateći sliku): $\frac{y_1}{f_1} = \frac{h}{D - f_1}$ i $\frac{y_2}{\Delta_2 - F_2} = \frac{h}{F_2}$.

2boda Dijeleći te dvije jednadžbe, uzimanjem $y_1 = y_2$ te uvrštavanjem Δ_2 dobije se $F_2 = \frac{f_2(D - f_1)}{D - f_1 - f_2}$. Zbog simetrije možemo napisati i: $F_1 = \frac{f_1(D - f_2)}{D - f_1 - f_2}$. **5bodova**

Zadatak 2 (16 bodova)

a) Zrake mogu interferirati samo ako je kut između upadne zrake i površine kristala jednak kutu između izlazne zrake i površine kristala. Tada je razlika prijedenog puta gornje i donje zrake jednaka $2 d \sin \theta$. **2boda**

Da bi interferencija bila konstruktivna, mora biti $2 d \sin \theta = k \lambda$. d je razmak medu susjednim ravninama, θ je kut između upadne zrake i površine kristala, λ valna duljina x-zraka, a k redni broj maksimuma. Kut pod kojim se javlja konstruktivna interferencija je $\alpha = 2 \theta$ s obzirom na smjer



upadnih zraka. **1bod + slika 2boda**

Uzimajući zadane vrijednosti $d_A=300\text{pm}$, $d_B=144\text{pm}$, $\lambda=185\text{pm}$ dobiju se kutovi prikazani u sljedećoj tablici: **2boda**

Uzorak A			Uzorak B		
k	θ_{Ak}	α_{Ak}	k	θ_{Bk}	α_{Bk}
1	18°	36°	1	40°	80°
2	38°	76°			
3	$67,7^\circ$	$135,4^\circ$			

b) Budući da ima mnogo nasumično orientiranih zrna, doći će do konstruktivne interferencije na svim zrnima kojima je kristalna ravnina nagnuta pod kutom θ s obzirom na upadni snop, i to u svim smjerovima. Stoga će slika na ravnoj okomitoj fotografskoj ploči biti svijetla kružnica. **3boda**

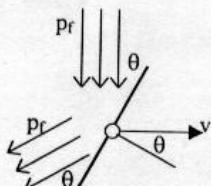
Budući da su dopušteni maksimumi pod kutovima α na bilo koju stranu s obzirom na smjer upadnog snopa, polumjeri kružnica će biti $l \frac{1}{2} \sin \alpha$, gdje je $l=0,65\text{m}$. U obzir dolaze kutovi α_{A1} , α_{A2} i α_{B1} koji su manji od 90° . Tako će polumjeri svijetlih kružnica na ploči iznositi $d_{A1}=47\text{ cm}$, $d_{A2}=26\text{cm}$ i $d_{B1}=36\text{cm}$.

Središta su im na produžetku ulaznog snopa. **2boda**

c) Energiji $E=2\text{keV}$ odgovara valna duljina $\lambda=hc/E=620\text{pm}$. Tada je $\lambda > 2d$ i pojavljuje se samo prolazni nulti maksimum koji je oslabljen zbog apsorpcije. **2boda**

d) Energiji $E=2\text{MeV}$ odgovara valna duljina $\lambda=hc/E=0,62\text{pm}$. Tada će biti $k=2d/\lambda$ interferenceskih maksimuma, što za uzorak A iznosi 967, a za uzorak B 464. Tako velik broj kružnica bit će vrlo teško razlučiti jedne od drugih. **2boda**

Zadatak 3 (18 bodova)



a) Fotoni upadaju na ploču pod kutom θ i pod istim kutom se od nje odbijaju. Ukupno skretanje fotona je 2θ pa je promjena količine gibanja jednog foton u smjeru vektora v jednaka $p_f \sin 2\theta$. Toliku količinu gibanja predaje jedan foton satelitu u smjeru gibanja. **3boda + 2boda slika**

$$\text{Vrijedi: } I = \frac{E}{St} = \frac{Nh\nu}{St} = \frac{Nh c}{St \lambda} = \frac{Ncp_f}{St}, \text{ gdje je } I$$

intenzitet zračenja na mjestu satelita, S površina poprečnog presjeka snopa fotona koji pada na ploču, N/t broj fotona koji pada na ploču u jedinici vremena, ν frekvencija, λ valna duljina fotona, c je brzina svjetlosti i h Planckova konstanta. **3boda**

Prepostavljamo da na ploče pada paralelan snop fotona jer je udaljenost od Sunca puno veća od dimenzija ploče. Ukupna količina gibanja koju fotoni predaju satelitu u smjeru njegova gibanja po jedinici vremena, to jest sila, iznosi

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{\Delta N}{\Delta t} p_f \sin 2\theta = \frac{IS}{c} \sin 2\theta. \quad \text{2boda}$$

Površina snopa koji pada na ploče jednaka je $\lambda^2 \sin \theta$ jer je ploča nagnuta za kut θ s obzirom na dolazni smjer fotona. **2boda**

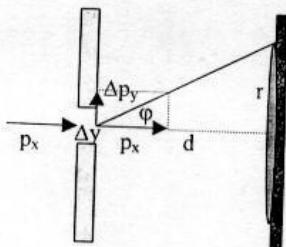
Budući da intenzitet zračenja sa Sunca opada sa kvadratom udaljenosti, to je

$$I = I_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 = 1374 \text{J/m}^2 \text{s} \cdot \frac{1}{16}, \text{ gdje je } I_0 \text{ intenzitet na udaljenosti } r_0 \text{ (Zemljinoj udaljenosti od Sunca), a } r \text{ je udaljenost satelita od Sunca. 2boda}$$

Tako je ukupna sila na satelit u smjeru gibanja $F = \frac{I^2 I}{c} \sin \theta \sin 2\theta$. 2bod

b) Uvrštavanjem u izraz za silu dobije se $F=2,2\text{mN}$. 2boda

Zadatak 4 (16 bodova)



Elektron se ubrzava razlikom potencijala V nakon čega mu je kinetička energija $K = eV$.

Količina gibanja je u horizontalnom smjeru (definiramo kao x-smjer) i iznosi

$$p_x = \sqrt{2mK} = \sqrt{2meV} = 6,61 \cdot 10^{-23} \text{kgm/s} . \underline{2boda}$$

Tolika je količina gibanja u x-smjeru i prije i poslije prolaska kroz rupu. (Ako računamo neodređenost

$$\Delta p_x \geq \frac{\hbar}{\Delta x} \text{ i za } \Delta x \text{ uzmemo } d \text{ (prepostavljena duljina unutar koje ne znamo gdje se elektron nalazi), dobijemo } \Delta p_x = 3,5 \cdot 10^{-34} \text{kgm/s, što je puno manje od } p_x, \text{ to jest } p_x \text{ smatramo određenom.)}$$

Pri prolasku kroz rupicu položaj u y-smjeru određen je promjerom rupice Δy . Stoga je količina gibanja u y-smjeru neodredena prema izrazu $\Delta p_y \geq \frac{\hbar}{\Delta y}$. 4boda+2boda slika

Kut za koji skreće elektron dan je s $\tan \varphi = \frac{\Delta p_y}{p_x}$. 1bod Odатle je

$$r = d \cdot \tan \varphi = d \frac{\Delta p_y}{p_x} \geq \frac{d \cdot \hbar}{p_x \cdot \Delta y} = \frac{d \cdot \hbar}{\Delta y \cdot \sqrt{2meV}} . \underline{1bod}$$

Uvrštavanjem zadanih veličina ($d=0,3\text{m}$, $\Delta y=0,5\text{mm}$, $\hbar=1,055 \cdot 10^{-34}\text{Js}$, $m=9,11 \cdot 10^{-31} \text{kg}$, $e=1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$, $V=15\text{kV}$) dobije se $r < 10^{-9} \text{ m}$. To je najmanji promjer unutar kojega je nemoguće odrediti mjesto na koje će doći elektron. 3boda

Načelo neodređenosti vrlo malo utječe na oštrinu slike. Greška iznosi svega 10 puta više od veličine atoma, što je neprimjetno na makroskopskoj skali promatrana. 3boda

DN-2001.q.

Rješenje eksperimentalnog zadatka 4. grupe

ODREĐIVANJE INDEKSA LOMA NEPOZNATE TEKUĆINE

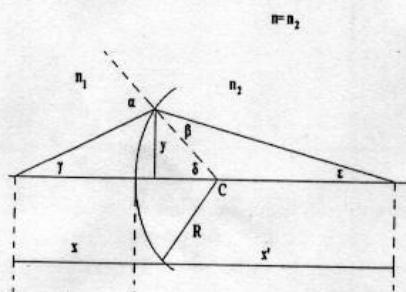
Sredstvo nepoznatog indeksa loma u ampuli djeluje kao povećalo. Zbog toga je potrebno rješavanje usmjeriti na mjerjenje visine predmeta (odabran slovo ili otisnut broj na ampuli) i mjerena visina slike istog predmeta gledajući ga kroz ampulu. Mjerjenje visine predmeta i slike izvodi se pomicnom mjerkom. Iz podataka dobivenih pomoću više mjerena može se odrediti indeks loma i provesti račun pogreške.

U rješavanju eksperimentalnog zadatka indeks loma ampute ne utječe bitno na rezultat jer je staklo ampute tanko. (4 boda)

Da bi došli do izraza za indeks loma potrebno je diskutirati pomak zrake svjetlosti iz zraka u sredstvo i prolaska zrake svjetlosti iz sredstva u zrak. U toj diskusiji podrazumjeva se da su promatrani kutevimali pa za njih vrijede Gaussove aproksimacije.

Promotrimo prolazak zrake svjetlosti iz zraka u sredstvo-ampulu:

mali kut	\Rightarrow	Gaussova aproksimacija
$\gamma + \delta + \pi - \alpha = \pi$	\Rightarrow	$\gamma + \delta = \alpha$
$\beta + \varepsilon + \pi - \delta = \pi$	\Rightarrow	$\beta + \varepsilon = \delta'$
$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$	\Rightarrow	$n_1 \alpha = n_2 \beta$
$\tan \gamma = y/x$	\Rightarrow	$\gamma = y/x$
$\sin \delta = y/R$	\Rightarrow	$\delta = y/R$



$$\tan \varepsilon = y/x' \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = y/x'$$

$$n_1(\gamma + \delta) = n_2(\delta - \varepsilon)$$

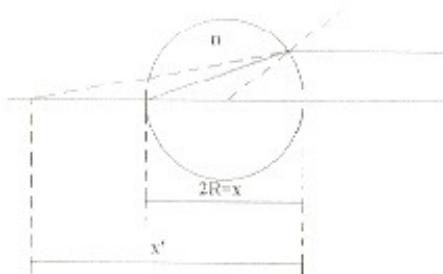
$$n_1 \left(\frac{y}{x} + \frac{y}{R} \right) = n_2 \left(\frac{y}{R} - \frac{y}{x'} \right)$$

sredivanjem gornje relaciјe dobivamo

$$\frac{n_1}{x} + \frac{n_2}{x'} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (3 \text{ boda})$$

Ščeno razmatranje provodimo za slučaj kota zraka svjetlosti prolazi iz sredstva u zrak i dobivamo relaciju;

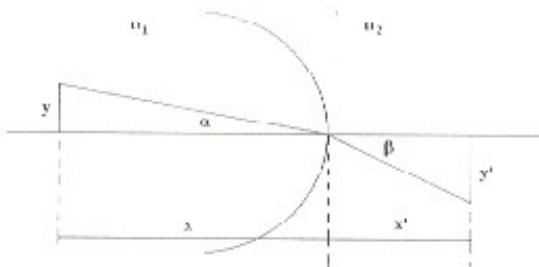
$$\frac{n_1}{x} + \frac{n_2}{x'} = \frac{n_1 - n_2}{R} \quad (2 \text{ boda})$$



Uvrštavanjem u gornju relaciju $n_2=1$, $n_1=n$ i $x=2R$, nakon sredivanja dobivamo relaciju za x' ,

$$x' = \frac{2R}{n-2} \quad (3 \text{ boda})$$

Povećanje;



$$\begin{aligned} n_1 \sin \alpha &= n_2 \sin \beta & \Rightarrow & n_1 \alpha = n_2 \beta \\ \tan \alpha &= y/x & \Rightarrow & \alpha = y/x \\ \tan \beta &= y'/x' & \Rightarrow & \beta = y'/x' \end{aligned} \quad (3 \text{ boda})$$

Kombiniranjem gornjih relacija dobivamo relaciju

$$\frac{y'}{y} = \frac{n}{2-n} \quad (2 \text{ boda})$$

Napravimo li supsticiju $k=y'/y$ i uvrstimo u gornju relaciju, nakon sredivanja dobivamo relaciju za indeks loma sredstva n ;

$$n = \frac{2k}{k+1} \quad (2 \text{ boda})$$

y' (mm)	y (mm)	k	n

(8 bodova)
(3 boda)

$$n = \underline{n} \pm \Delta n$$