

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2001. – 2. GRUPA

Zadatak 1 (12 bodova)

Podmornica ima masu od $m=990$ tona, te ukupan volumen od $V_0=1000$ m³, od kojega $V_S=V_0/50$ čine spremnici koji se mogu puniti i prazniti s vodom (masa vode ne ulazi u masu podmornice m). Dok su spremnici ispunjeni zrakom i podmornica plovi na površini, u visokotlačne boce ukupnog volumena $V_B=2$ m³ spremi se zrak pod tlakom od $p_B=200$ bar. Nakon toga se iz spremnika izbaci sav zrak, spremnici se u cijelosti ispune vodom i podmornica počinje tonuti. Do koje maksimalne dubine podmornica može zaroniti da bi opet mogla izroniti samo izbacivanjem vode iz spremnika korištenjem stlačenog zraka, ako je temperatura vode u spremnicima ista kao i temperatura zraka u visokotlačnim bocama i ne mijenja se? Gustoća vode je $\rho=1000$ kg/m³, ubrzanje sile teže $g=10$ m/s², a atmosferski tlak je $p_A=1$ bar.

Zadatak 2 (6 bodova)

U cilindru automobilskog motora izgara $m=42$ mg benzina u jednom kružnom procesu. Koeficijent iskorištenja motora iznosi $\eta=25\%$, a toplotna vrijednost benzina je $L=3.3 \cdot 10^7$ J/kg. Kolika se maksimalna prosječna snaga može dobiti iz jednog cilindra ako se u jednoj minuti u cilindru ostvari $n=2000$ kružnih procesa?

Zadatak 3 (9 bodova)

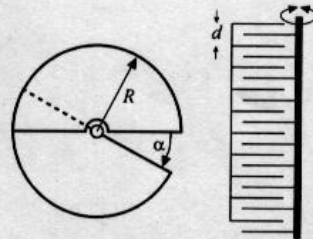
Izolirana metalna kugla A polumjera r_A nabijena je na razliku potencijala od U_0 u odnosu na zemlju, te odspojena od izvora napona. Kuglu A prinesemo drugu izoliranu i nenabijenu metalnu kuglu B polumjera r_B tako da se dodirnu, a zatim kuglu B odmaknemo od kugle A. a) Koliki su iznosi naboja na kuglama A i B nakon njihovog odmicanja? b) Kolika je i kakva sila između kugli A i B ako su im središta udaljena za udaljenost R ?

U rješavanju zadatka pretpostavite da je naboj ravnomjerno raspoređen po površini kugli.

Zadatak 4 (9 bodova)

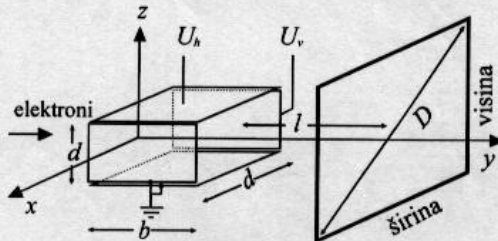
Kondenzator je sastavljen od dva niza paralelnih tankih polukružnih ploča: jedan niz je učvršćen, a drugi niz je pričvršćen na osovinu tako da se njegove ploče rotiranjem osovine mogu uvlačiti i izvlačiti između ploča prvog niza. Razmak između ploča je $d=2$ mm, polumjer ploča $R=2$ cm, a pomične ploče su na sredini prostora između učvršćenih ploča. Ako se kondenzator sastoji od istog broja $n=10$ pokretnih i nepokretnih ploča, a nalazi se u zraku, nađite: a) ekvivalentnu shemu kondenzatora preko serijskih i/ili paralelnih spojeva kondenzatora kojega čini po jedan par ploča, b) ovisnost ukupnog kapaciteta kondenzatora o kutu $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$, c) maksimalni kapacitet.

Dielektrična konstanta vakuma je $8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m.



Zadatak 5 (14 bodova)

U sustav elektroda, kojega čine horizontalni i vertikalni par paralelnih ploča duljina $b=5$ cm i udaljenosti $d=4$ cm, na jednakoj udaljenosti od objiju parova ploča ulazi uzak snop elektrona ubrzanih razlikom potencijala od $U=7000$ V. Nakon izlaska iz sustava elektroda, elektroni padaju na pravokutni zaslon udaljen za $l=30$ cm od ploča. Ako dijagonala zaslona iznosi $D=63$ cm, a širina zaslona se prema njegovoj visini odnosi kao 4:3, koliki moraju biti apsolutni iznosi napona U_h i U_v da bi elektroni mogli stići do krajnjih točaka zaslona? Efekti na rubovima ploča se zanemaruju, a cijeli se sustav nalazi u vakuumu.



✓
3N

Rezultati zadataka 2. grupe (2001) i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (12 bodova)

Izranjanje podmornice je moguće ako je ukupna težina podmornice i vode u spremnicima manja od sile uzgona, a granična vrijednost je ako su te dvije sile jednake:

$$(m + \rho V_1)g = V_0 \rho g, \quad (2)$$

gdje je V_1 volumen vode u spremnicima nakon istiskivanja, odakle je najmanji iznos od V_1

$$V_1 = V_0 - m / \rho = 10 \text{ m}^3 \text{ vode}, \quad (1)$$

što znači da iz spremnika treba izbaciti

$$V_1 = V_S - V_1 = 10 \text{ m}^3 \text{ vode}. \quad (1)$$

Ukupna množina zraka u bocama prije zaranjanja je (T_Z je temperatura zraka u bocama)

$$n = \frac{p_B V_B}{RT_Z}, \quad (1)$$

hidrostatski tlak vode na dubini h je $p_V = \rho gh + p_A$, (2)

a za izbacivanje volumena V_1 vode potrebna je množina zraka

$$n_V = \frac{p_V V_1}{RT_Z}. \quad (1)$$

Nakon istiskivanja vode u visokotlačnim spremnicima ostaje množina zraka od

$$n_B = \frac{p_V V_B}{RT_Z}. \quad (1)$$

Kako je $n = n_V + n_B$, (1)

za maksimalnu dubinu vode h se dobiva

$$h = \frac{1}{\rho g} \left(\frac{p_B}{1 + \frac{V_1}{V_B}} - p_A \right) = 3233 \text{ m}. \quad (2)$$

Zadatak 2 (6 bodova)

Koeficijent iskorištenja definiran je kao

$$\eta = \frac{W}{Q_1}, \quad (1)$$

gdje je W koristan rad, a Q_1 količina topline dobivena izgaranjem benzina i ona je jednaka

$$Q_1 = mL. \quad (1)$$

Odatle je

$$W = \eta mL, \quad (1)$$

a vrijeme trajanja jednog kružnog procesa je

$$t = 1/n. \quad (1)$$

Maksimalna prosječna snaga je

$$P = W/t = \eta n mL = 11550 \text{ W}. \quad (2)$$

Zadatak 3 (9 bodova)

U početku je potencijal kugle A jednak $U_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_A}{r_A}$, odakle je početni naboj na kugli A jednak

$$q_A = 4\pi\epsilon_0 r_A U_0. \quad (1)$$

Nakon dodira s kuglom B, potencijali objiju kugli su jednaki, naboj kugle A postaje q_A' , naboj kugle B postaje q_B , te je

$$\frac{q_A}{r_A} = \frac{q_B}{r_B}, \quad (1)$$

a iz zakona o sačuvanju naboja $q_A = q_A' + q_B$.
 Iz gornje dvije jednadžbe slijedi

$$q_A' = \frac{r_A}{r_A + r_B} q_A = \frac{4\pi\epsilon_0 r_A^2}{r_A + r_B} U_0, \quad (2)$$

$$q_B = \frac{r_B}{r_A + r_B} q_A = \frac{4\pi\epsilon_0 r_A r_B}{r_A + r_B} U_0, \quad (2)$$

Sila između kugli A i B je odbojna i iznosi

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_A' q_B}{R^2} = 4\pi\epsilon_0 \frac{r_A^3 r_B}{(r_A + r_B)^2} \frac{U_0^2}{R^2}. \quad (2)$$

Zadatak 4 (9 bodova)

a) Uvidom koje su ploče na istom potencijalu, dobiva se ekvivalentna shema od 19 kondenzatora koji su paralelno spojeni, a svaki pojedinačni kondenzator čini jedan par od nepomične i pomične ploče međusobno udaljenih za $d = d/2$. (4)

b) Kako se radi o sustavu planparalelnih ploča, svaki par predstavlja planparalelni kondenzator kapaciteta $C_1 = \epsilon_0 S / d$, (1)

gdje je S površina prekrivanja jednaka

$$S = R^2 \alpha / 2 \quad (\text{za kut } \alpha \text{ izražen u radijanima, ako je } \alpha \text{ izražen u stupnjevima, tada je } S = R^2 \pi \alpha / 360^\circ). \quad (1)$$

Ukupni kapacitet je tada (za kut α izražen u radijanima)

$$C = 19C_1 = \frac{19\epsilon_0 R^2 \alpha}{d} = 3.363 \cdot 10^{-11} \alpha \text{ [F]}. \quad (2)$$

c) maksimalni kapacitet je za $\alpha = \pi$ i on je jednak $C_{\max} = 1.0565 \cdot 10^{-10} \text{ F}$. (1)

Zadatak 5 (14 bodova)

Elektroni ubrzani razlikom potencijala U postižu brzinu $v_0^2 = 2qU/m$, gdje je q naboj elektrona, a m njegova masa. (1)

Unutar parova ploča postoje električna polja:

$$\text{- u } z \text{ smjeru } E_z = U_A / d, \quad (1)$$

$$\text{- u } x \text{ smjeru } E_x = U_A / d, \quad (1)$$

- u y smjeru nema električnog polja pa se komponenta brzine elektrona u tom smjeru ne mijenja i ostaje v_0 . (1)

Razmatranje gibanja u yz ravnini:

u sustavu horizontalnih elektroda elektron se ubrzava u z smjeru ubrzanjem $a_z = \frac{q}{m} E_A$, (1/2)

te nakon izlaska iz sustava horizontalnih elektroda u točki A nastavlja gibanje po tangenti

$$v_z = a_z t_0, \quad (1/2)$$

gdje je vrijeme preleta $t_p = b / v_0$. (1)

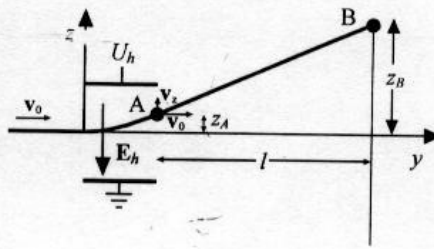
Elektron udara u gornji rub zaslona u točki B.

Iz sličnosti trokuta

$$\frac{z_B - z_A}{l} = \frac{v_z}{v_0} \quad (1/2)$$

$$\text{i } z_A = a \cdot t_p^2 / 2 \quad (1/2)$$

$$\text{dobiva se } U_h = \frac{2Ud}{b\left(\frac{b}{2} + l\right)} z_B. \quad (1)$$



Kako je omjer širine (jednake $4a$) i visine (jednake $3a$) zaslona $4:3$, $D^2 = (4a)^2 + (3a)^2$, odatle je $a \approx D/5$, pa je (1)

$$z_B = 3a/2 \approx 3D/10 \quad (1/2)$$

$$\text{i } U_h = \frac{3Dd}{5b\left(\frac{b}{2} + l\right)} U = 6513.23 \text{ V}. \quad (1)$$

Napomena 1: U xy ravnini za analogne veličine a_x, v_x , sličnost trokuta, x_A i x_B vrijede analogni izrazi, pa svaku bodovati s $1/2$ boda, što ukupno daje $5 \cdot 1/2 = 2.5$ bodova.

Analogno izrazu za U_h , za xy ravninu dobivamo (uz $x_B = 4a/2$)

$$U_v = \frac{2Ud}{b\left(\frac{b}{2} + l\right)} x_B = \frac{4Dd}{5b\left(\frac{b}{2} + l\right)} U = 8684.31 \text{ V}. \quad (1)$$

Napomena 2: Ako je izraz za U_v napisan bez međukoraka za a_x, v_x , sličnost trokuta, x_A i x_B , a dobiven je direktnom analogijom izrazu za U_h , tada ga treba bodovati s **3.5 bodova**.

Napomena 3: Ako je izvršena provjera da uz izračunate napone elektroni ne udare u ploče prije izlaska:

$$z_A = \frac{b^2 U_h}{4Ud} = \frac{3Db}{20\left(\frac{b}{2} + l\right)} = 1.45 \text{ cm} < d/2 = 2 \text{ cm}$$

$$\text{i } x_A = \frac{b^2 U_h}{4Ud} = \frac{Db}{5\left(\frac{b}{2} + l\right)} = 1.94 \text{ cm} < d/2 = 2 \text{ cm},$$

ukupnim bodovima dodati još dva boda.