

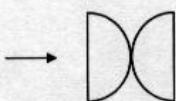
## ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2001. - 4. grupa

### Zadatak 1 (10 bodova)

Kad Sunce izlazi ili zalazi i ugledamo ga upravo na horizontu, ono je zapravo ispod horizonta (horizont je određen tangentom na Zemljinu površinu). Razlog tome je postojanje Zemljine atmosfere. Radi jednostavnosti prepostavite da je atmosfera jednolike gustoće i jednolikog indeksa loma  $n$  te se proteže do visine  $h$  iznad Zemljine površine gdje naglo završava. Izrazite pomoću indeksa loma atmosfere  $n$ , visine do koje se proteže atmosfera  $h$  te polumjera Zemlje  $R$  kut za koji je Sunce ispod prividnog smjera! Izračunajte taj kut znajući  $R=6378\text{km}$ ,  $n=1,0003$  i  $h=20\text{km}$  i napišite omjer tog kuta sa kutom veličinom Sunca koja iznosi oko pola stupnja.

### Zadatak 2 (10 bodova)

Staklena kugla polumjera  $R=2\text{cm}$  prerezana je na dva jednakna dijela. Svaki dio se okreće naopako tako da se sada polukugle dodiruju točkama koje su najudaljenije od ravnih ploha. Okomito na jednu ravnu plohu dolazi snop monokromatske svjetlosti valne duljine  $\lambda=600\text{nm}$  i prolazi kroz polukugle te na drugoj ravnoj plohi, koja je obojana da bi se na njoj vidjela svjetlost, nastaju svijetli Newtonovi presteni. Koliko takvih prstenova bi se trebalo izbrojiti unutar kružnice polumjera  $1\text{mm}$ ?



### Zadatak 3 (10 bodova)

Monokromatska zraka termalnih neutrona mase  $1,675 \cdot 10^{-27}\text{kg}$  i kinetičke energije  $0,025 \text{ eV}$  upada na kristal kojemu su ravnine paralelne površini međusobno razmaknute  $1,2 \cdot 10^{-10} \text{m}$ . Napomena:  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

- Pod kojim kutovima se pojavljuju Braggove refleksije?
- Ispod koje kritične kinetičke energije protona  $E_0$  više neće biti difrakcijske slike?

### Zadatak 4 (10 bodova)

Razmotrite Comptonovo raspršenje fotona na elektronu koji se giba. Prije sudara foton ima valnu duljinu  $\lambda$  i giba se u  $+x$  smjeru, a elektron ukupne energije  $E$  giba se u  $-x$  smjeru. Nakon centralnog sudara oba se kreću u  $-x$  smjeru, to jest foton se raspršio za  $180^\circ$ . Izvedite izraz za valnu duljinu raspršenog fotona  $\lambda'$ , a zatim pokažite da se u slučaju  $E \gg mc^2$ , gdje je  $m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  masa mirovanja elektrona, dobiveni izraz svodi na

$$\lambda' = \frac{hc}{E} \left( 1 + \frac{m^2 c^4 \lambda}{4hcE} \right).$$

Izračunajte valnu duljinu  $\lambda'$  snopa fotona nakon raspršenja za  $180^\circ$  u centralnom sudaru sa snopom elektrona u kojem je svaki elektron ukupne energije  $E=10 \text{ GeV}$  ako je snop infracrvenog zračenja iz  $\text{CO}_2$  lasera prije raspršenja bio valne duljine  $\lambda=10,6\mu\text{m}$ .

$$(\text{Koristan izraz: } \sqrt{1 \pm \frac{x}{a}} \xrightarrow{x \ll a} 1 \pm \frac{x}{2a}).$$

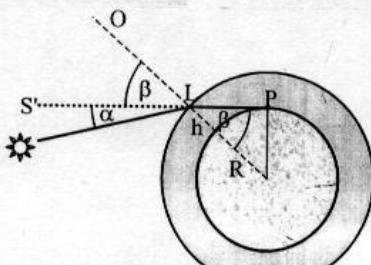
### Zadatak 5 (10 bodova)

Prepostavite da za ion berilija  $\text{Be}^{3+}$  (4 protona, 4 neutrona, jedan elektron) vrijedi Bohrov model atoma kakav vrijedi i za vodikov atom. Jedina razlika je u masi i naboju jezgre. Izvedite i izračunajte energiju najnižeg (osnovnog) stanja! Kolika mora biti valna duljina zrake koja iz prvog pobuđenog stanja u ionu  $\text{Be}^{3+}$  izbjije elektron tako da on izleti kinetičkom energijom od 20 eV daleko od jezgre?

5N

Rezultati zauataka 4. grupe i smjernice za bodovanje (2001. g.)

Zadatak 1 (10 bodova)



(slika i opis: 2 boda)

Zraka svjetlosti dolazi od Sunca pod kutom  $\alpha + \beta$  s obzirom na okomicu O i pri ulasku u atmosferu u točki L se lomi pod kutom  $\beta$  s obzirom na okomicu O te dolazi do promatrača na površini Zemlje u točki P. Njemu izgleda kao da zraka dolazi iz smjera S'.

Zakon loma svjetlosti (1):  $\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} = n$ , gdje je  $n$  indeks loma atmosfere. (1 bod)

Geometrijski odnosi daju (2):  $\sin \beta = \frac{R}{R+h}$ , gdje su  $R$  polumjer Zemlje i  $h$  visina atmosfere s obzirom na tlo. (1 bod)

Iz relacije (1) je  $\sin(\alpha + \beta) = n \sin \beta \Rightarrow \alpha + \beta = \arcsin(n \sin \beta)$ .

Uzimanjem u obzir relacije (2) dobije se:

$$\alpha = \arcsin\left(n \frac{R}{R+h}\right) - \arcsin\left(\frac{R}{R+h}\right). \quad (3 \text{ boda})$$

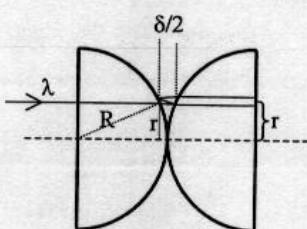
(Drugačiji izrazi su ispravni pod uvjetom da se mogu svesti na ovaj!)

Uvrštavanjem  $R=6378\text{km}$ ,  $h=20\text{km}$ ,  $n=1,0003$  dobije se:

$$\alpha = \arcsin(0,997173) - \arcsin(0,996874) \approx 0,222^\circ. \quad (2 \text{ boda})$$

Ta vrijednost iznosi 44,4% kutne veličine Sunca. (1 bod)

Zadatak 2 (10 bodova)



Pri izlazu, na desnoj strani, interferiraju dvije zrake: zraka koja prolazi kroz sustav bez refleksije i zraka koja se reflekira na desnoj i na lijevoj polukugli da bi izišla gdje i prva zraka. Budući da je  $r \ll R$  ( $r$  - udaljenost zrake od optičke osi i polumjer prstena,  $R$  - polumjer polukugala), zrake tijekom lomova i refleksija gotovo da ni ne skreću i moguća je njihova interferencija. (Skica i opis: 3 boda)

$$\text{Pravokutnost trokuta daje: } \left(R - \frac{\delta}{4}\right)^2 + r^2 = R^2. \quad (1)$$

$$\text{Kvadriranje (1) daje: } R^2 - \frac{R\delta}{2} + \frac{\delta^2}{16} + r^2 = R^2 \quad (2).$$

Zanemarujemo član  $\delta^2$  jer je mnogo manji od ostalih, u što se može i naknadno uvjeriti.

$$\text{Proizlazi: } \delta = \frac{2r^2}{R} . (3)$$

(2 boda)

Svaka refleksija zrake dodaje optičko.n putu  $\frac{\lambda}{2}$  pa dvije refleksije daju  $\lambda$ . Ta se razlika puta ne vidi (pomaknutost za jedan period) pa nema dodatne faze zbog refleksije.

(1 bod)

Svjetli prsteni pojave se tamo gdje je  $\delta = k\lambda$ , pri čemu je  $k$  cijeli broj, a  $\lambda$  valna duljina (uvjet za konstruktivnu interferenciju).

(1 bod)

$$\text{Uvrštanjem (3) dobije se: } k = \frac{2r^2}{R\lambda} . (4)$$

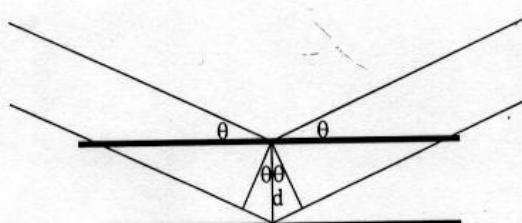
Uzimanjem  $r=1\text{mm}$ ,  $R=2\text{cm}$ ,  $\lambda=600\text{nm}$ , dobije se  $k=166,6$ .

Izbjegli bismo 166 svjetlih prstena.

Ako uzmemo i središnju svjetlu točku, tada je to 167.

(3 boda)

### Zadatak 3 (10 bodova)



a)

Valna duljina termalnih neutrona iznosi

$$(1) \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_n K}} = 1,81 \cdot 10^{-10} \text{m}, \text{gdje je } K \text{ kinetička energija puno manja od energije}$$

mirovanja neutrona pa ne moramo uzimati relativističke efekte.

(2 boda)

Uvjet za Braggovu refleksiju je:

$$2d \sin \theta = n\lambda, \text{ gdje je } d \text{ razmak među ravninama, } n \text{ cijeli broj, a } \theta \text{ kut pod kojim upada snop s obzirom na površinu (slika).}$$

(1 bod)

$$\text{Uzimanjem } d=1,2 \cdot 10^{-10} \text{m dobije se: } \sin \theta = \frac{n\lambda}{2d} = n \cdot 0,754.$$

(2 boda)

Refleksija se, očito, pojavljuje samo za  $n=1$ , i to za kut  $\theta=49^\circ$ .

b)

Kritična energija postiže se za:  $\lambda = 2d$ .

(2 boda)

$$\text{Tada iz (1) slijedi: } E_0 = \frac{h^2}{8m_n d^2} = 2,275 \cdot 10^{-21} \text{J} = 0,014 \text{eV.}$$

(3 boda)

Ispod te energije valna duljina je veća od granične i Braggova refleksija nije moguća.

### Zadatak 4 (10 bodova)

#### PRIJE SUDARA

$$\begin{array}{c} h\nu, h/\lambda \\ \xrightarrow{\hspace{1cm}} \end{array} \quad \begin{array}{c} E, p \\ \xleftarrow{\hspace{1cm}} \end{array}$$

#### POSLIJE SUDARA

$$\begin{array}{c} h\nu', h/\lambda' \\ \xleftarrow{\hspace{1cm}} \end{array} \quad \begin{array}{c} E', p' \\ \xleftarrow{\hspace{1cm}} \end{array}$$

Pri sudaru elektron apsorbira foton frekvencije  $\nu$  i valne duljine  $\lambda$  i emitira foton frekvencije  $\nu'$  i valne duljine  $\lambda'$  te mu se promijene energija i količina gibanja.

Zakon očuvanja energije:  $h\nu + E = h\nu' + E'$  (1). (1,5 boda)

Zakon očuvanja količine gibanja:  $\frac{h}{\lambda} - p = -\frac{h}{\lambda'} - p'$  (2). (1,5 boda)

Mogući način rješavanja sustava jednadžbi:

U jednadžbu  $E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$  uvrstimo  $E$  i  $p'$  izraženo iz (1) i (2).

Nakon kvadriranja i uređivanja uzimanjem u obzir  $\nu = \frac{c}{\lambda}$  i  $E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$  dobije se:

$$p\lambda'c + p\lambda c + E\lambda' - E\lambda = 2hc.$$

Slijedi izraz za valnu duljinu emitiranog elektrona:

$$\lambda' = \frac{2hc}{E+pc} + \frac{E-pc}{E+pc}\lambda = \frac{2hc}{E+\sqrt{E^2-m^2c^4}} + \frac{E-\sqrt{E^2-m^2c^4}}{E+\sqrt{E^2-m^2c^4}}\lambda \quad (3). \quad (4 \text{ boda})$$

Razvojem  $\sqrt{E^2-m^2c^4} = E\left(1-\frac{m^2c^4}{2E^2}\right)$  u (3) za  $E > mc^2$  dobije se:

$$\lambda' = \frac{2hc}{E\left(1+\frac{m^2c^4}{2E^2}\right)} + \frac{1-\frac{m^2c^4}{2E^2}}{1+\frac{m^2c^4}{2E^2}}\lambda = \frac{hc}{E} + \frac{m^2c^4}{4E^2}\lambda = \frac{hc}{E}\left(1 + \frac{m^2c^4\lambda}{4hcE}\right) \quad (4). \quad (2 \text{ boda})$$

Uvrštanjem  $h=6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ,  $c=3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ,  $m=9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $\lambda=10.6 \mu\text{m}$ ,  $E=10 \text{ GeV}=1.6 \cdot 10^{-9} \text{ J}$  (primijetiti da je  $E > mc^2$ ) dobije se:

$$\lambda'=1.242 \cdot 10^{-16} \text{ m} \quad (1+56)=7,08 \cdot 10^{-15} \text{ m}. \quad (1 \text{ bod})$$

### Zadatak 5 (10 bodova)

U Bohrovu modelu atoma elektron je u stabilnoj orbiti za kutnu količinu gibanja određenu sa:

(1)  $L = mv_n r_n = n \frac{h}{2\pi}$ , gdje je  $h$  Planckova konstanta,  $m$  masa elektrona,  $r_n$  polumjer orbite elektrona,  $v_n$  brzina elektrona na toj orbiti, a  $n$  redni broj stanja. (1 bod)  
Pritom elektrostatska sila jezgre na elektron služi kao centripetalna pa je:

(2)  $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e \cdot 4e}{r_n^2} = \frac{mv_n^2}{r_n}$ , gdje je  $e$  naboj elektrona, a  $4e$  naboj jezgre.  $\varepsilon_0=8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$

je permitivnost vakuuma. (1 bod)

Iz (1) je  $r_n = \frac{n\hbar}{2\pi m v_n}$  što uvršteno u (2) daje  $v_n = \frac{2e^2}{\varepsilon_0 h} \frac{1}{n}$  (3) pa je  $r_n = \frac{\varepsilon_0 \hbar^2}{4\pi m e^2} n^2$  (4).

Energija elektrona je zbroj potencijalne i kinetičke energije:

$E = -\frac{e \cdot 4e}{4\pi\varepsilon_0 r_n} + \frac{1}{2} mv_n^2$ , što uvrštanjem (3) i (4) te nakon sređivanja postaje:

$$E = -\frac{2e^4 m}{\varepsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2} = -3,488 \cdot 10^{-17} \text{ J} \cdot \frac{1}{n^2} = -218 \text{ eV} \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (2,5 \text{ boda})$$

Za osnovno stanje je  $n=1$  pa mu je energija  $E_1 = -218 \text{ eV}$ . (0,5 boda)

Energija prvog pobuđenog stanja ( $n=2$ ) je  $E_2 = -54,5 \text{ eV}$ . (1 bod)

Da bi elektron iz  $n=2$  izletio kinetičkom energijom  $E_k=20 \text{ eV}$ , treba mu predati energiju (kinetička energija i svedavanje energije vezanja):

$$\Delta E = E_k - E_2 = 20 \text{ eV} - (-54,5 \text{ eV}) = 74,5 \text{ eV} = 1,2 \cdot 10^{-17} \text{ J}. \quad (2 \text{ boda})$$

Toliku energiju će mu predati foton ( $E=h\nu$ ) valne duljine

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = 16,7 \text{ nm}. \quad (2 \text{ boda})$$