DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2002. - 1. Grupa
Novi Vinodolski, 9.-12. svibnja 2002.

Zadatak 1 (17 bodova)

Na balon volumena 2.5 l i mase (zajedno s nepoznatim plinom unutar balona) 450 mg obješena je nit duljine 2.4 m i površine presjeka 0.5 mm^2. Ako pustimo balon iznad površine mirnog jezera, do koje dubine će potonuti donji kraj niti? Gustoća zraka je 1.29 kg/m^3, jezerske vode 1 g/cm^3, a gustoća materijala od kojeg je načinjena nit iznosi 3 g/cm^3.

Zadatak 2 (18 bodova)

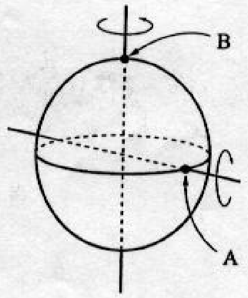
Dvije metalne ploče, od kojih na sredini jedne stoji čovjek, međusobno su povezane nerastezljivom niti prebačenom preko koloture. Mase niti i koloture se zanemarivo male. Sustav se nalazi u ravnoteži u Zemljinom gravitacijskom polju. U jednom trenutku čovjek skoči u vis početnom brzinom od 1.1 m/s i doskoči na sredinu druge ploče. Odredite vrijeme doskoka, ako su prije skoka ploče bile na istoj visini. Pretpostavite da je horizontalna komponenta smjera početne brzine čovjeka zanemariva, te zanemarite eventualne gubitke uslijed trenja. Osim toga, uzmite da je visina čovjeka puno manja od bilo koje druge dimenzije sustava.

Zadatak 3 (18 bodova)

Popularni uređaj za pranje automobila, tzv. *Mini-Washer*, sastoji se u bitnom od ulaza na koji se priključuje cijev iz vodovoda promjera 1.2 cm, izlazne cijevi malog promjera od 1.2 mm (kako bi se dobio tanki mlaz vode) na istoj visini kao i ulaz, te međudijela koji pomoću električne energije osigurava srazmjerno visoki tlak izlaznog mlaza, pogodnog za uklanjanje prljavštine. Izračunajte korisnost tog međudijela, ako na kutiji jednog od kupljenih *Mini-Washera* piše da troši 1300 W električne energije, te da za 1 minutu potroši 8 litara vode. (Gustoća vode iznosi 1 g/cm^3.)

Zadatak 4 (17 bodova)

Na planetoidu oblika *rotacionog elipsoida* dinamometar s obješenim utegom pokazuje isto izduženje, u točkama A i B u slučaju kada se planetodi vrti brzinom od 1.5 okret u 24 sata oko jedne od naznačenih osi (vidi sliku). Koliki bi bio međusobni odnos tih izduženja (u istim točkama A i B) kada bi se planetoid vrtio oko druge naznačene osi, istom frekvencijom kao i u prethodnom slučaju? Manji polumjer i masa planetoida iznose 6000 km i 2×10^{24} kg. ($G = 6.67\times10^{-11}$ m^3/kg s^2) (Napomena: *elipsa* je geometrijski lik koji – slikovito rečeno – možemo smatrati spljoštenom kružnicom; *rotacioni elipsoid* je geometrijsko tijelo nastalo vrtnjom *elipse* oko npr. njenog najduljeg promjera, analogno nastajanju kugle vrtnjom kružnice.)



DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2002. - 1. grupa
Eksperimentalni zadatak
ODREĐIVANJE KOEFICIJENTA TRENJA

Pribor:

plastična podloga
novčić od 10 lipa
ravnalo
stativni pribor

Zadatak:

Odredi isključivo zadanim priborom koeficijent trenja novca po plastičnoj podlozi

a) Objasni fizikalne osnove rješenja zadatka	(10 bodova)
b) Izvedi potrebne relacije za izvršenje zadatka	(7 bodova)
c) Izvrši potrebna mjerenja koristeći isključivo zadani pribor	(8 bodova)
d) Provesti osnovni račun pogreške	(5 bodova)
Ukupno 1. eksperimentalni zadatak:	30 bodova

Rezultati zadataka 1. grupe (2002.)
(državno natjecanje)

Zadatak 1 (17 bodova)

Najprije treba vidjeti da li je balon iznad ili dijelom ispod vode.
To se može vidjeti tako da se uzgon samog balon usporedi s njegovom težinom:

$$m_{balon}g - U_{balon} = m_{balon}g - \rho_{zrak}V_{balon}g = \left(4.5\times10^{-4} - 1.29\times2.5\times10^{-3}\right)g < 0 \qquad (3)$$

Prema tome, sâm balon bez niti je lakši od zraka, što znači da će balon čitavim svojim volumenom biti iznad vode. Prema tome, ispod površine vode se nalazi samo dio niti. *(2)*
U ravnoteži ukupnu sila koja djeluje na sistem balon-nit mora biti jednaka nuli:

$$m_{balon}g + m_{nit}g - U_{balon} - \tilde{U}_{nit} - U_{nit} = 0 \qquad (5)$$

Ovdje se **može** zanemariti uzgon niti u zraku ($\tilde{U}_{nit}$) budući je on puno manji od ostalih članova. U daljnjem računu taj član nije zanemaren. Slijedi (l – duljina niti, x – duljina niti koja se nalazi ispod površine jezera, S_{nit} – površina presjeka niti):

$$m_{balon}g + \rho_{nit}S_{nit}lg - \rho_{zrak}V_{balon}g - \rho_{zrak}S_{nit}(l-x)g - \rho_{voda}S_{nit}xg = 0 \qquad (4)$$

Rješavanjem gornje jednadžbe po x, slijedi:

$$x = l\frac{\rho_{nit} - \rho_{zrak}}{\rho_{voda} - \rho_{zrak}} - \frac{\rho_{zrak}V_{balon} - m_{balon}}{S_{nit}\left(\rho_{voda} - \rho_{zrak}\right)} \qquad (2)$$

Uvrštavanjem slijedi:

$x = 1.6407$ m (bez zanemarivanja $\tilde{U}_{nit}$) *(1)*

$x = 1.6500$ m (s zanemarenim $\tilde{U}_{nit}$)

Zadatak 2 (18 bodova)

S obzirom da je sistem u početku u ravnoteži, mora vrijediti:

$$m_2 = m_1 + m \qquad (1)$$

(m – masa čovjeka, m_1, m_2 – mase metalnih ploča)
Impuls sustava je sačuvan tako da iz poznavanja početne brzine čovjeka možemo dobiti i početnu brzinu koju je dobio sustav dvije ploča povezanih nerastezljivom niti

$$\left(m_1 + m_2\right)\tilde{v}_0 = mv_0 \quad \Rightarrow \quad \tilde{v}_0 = \frac{m}{m_1 + m_2}v_0 = \frac{m}{m + 2m_1}v_0 \qquad (2)$$

Nakon toga gibanje posebno čovjeka, i posebno sustava dviju ploča, odgovara vertikalnom hicu. Pri tom je akceleracija čovjeka jednaka $-g$. *(1)*
Akceleracija kojom se giba druga ploča (ploča na koju čovjek doskoči) može se naći iz Newtonovog drugog zakona, jer ona nije jednaka $-g$.

$$\left(m_1 + m_2\right)a = \left(m_2 - m_1\right)g \quad \Rightarrow \quad a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}g = \frac{m}{m + 2m_1}g \qquad (3)$$

Dakle, čovjek se giba akceleracijom $-g$ i s početnom brzinom $+v_0$, a **druga** ploča s akceleracijom $-a$ i početnom brzinom $+\tilde{v}_0$. *(3)*
Taj podatak možemo uvrstiti u 'standardne' izraze za ovisnost visine o vremenu (ovisnost visine prve ploče nam nije bitan):

$$h(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t \qquad (2)$$

$$h_2(t) = -\frac{1}{2}at^2 + \tilde{v}_0 t = \frac{m}{m+2m_1}\left[-\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t\right] \qquad (2)$$

Zahtjev iz zadatka znači:

$$h(t) = h_2(t) \quad \Rightarrow \quad -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t = \frac{m}{m+2m_1}\left[-\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t\right] \qquad (1)$$

To vodi na jednadžbu za t:

$$\frac{2m_1}{m+2m_1}\left[-\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t\right] = 0$$

Kraćenjem s t i rješavanjem preostale linearne jednadžbe, dobiva se:

$$t = \frac{2v_0}{g} \qquad (2)$$

Dakle, rezultat **ne** ovisi o pojedinim masama!

Uvrštavanjem slijedi:

$$t = 0.220\,\text{s} \ (g = 10\,\text{m/s}^2) \qquad (1)$$
$$t = 0.243\,\text{s} \ (g = 9.81\,\text{m/s}^2)$$

Zadatak 3 (18 bodova)

Uloga međudijela (tj. *Mini-Washer*a) jest da poveća kinetičku energiju vode koja mu ulazi kroz cijev. Snaga koja mu pri tom treba jest jednaka promjeni kinetičke energije koju on predaje vodi, u jedinici vremena Δt. *(2)*

Kinetička energija vode koja protekne kroz ulaznu cijev, u jedinici vremena, jednaka je:

$$E_u = \frac{1}{2}\Delta m_u \times v_u^2 = \frac{1}{2}\rho S_u v_u \Delta t \times v_u^2 = \frac{1}{2}\rho S_u v_u^3 \times \Delta t \qquad (3)$$

Analogno tome na izlazu je kinetička energija vode jednaka:

$$E_i = \frac{1}{2}\Delta m_i \times v_i^2 = \frac{1}{2}\rho S_i v_i \Delta t \times v_i^2 = \frac{1}{2}\rho S_i v_i^3 \times \Delta t \qquad (2)$$

Prema tome, razlika kinetičkih energija dana je s:

$$\Delta E = E_i - E_u = \frac{1}{2}\rho\left(S_i v_i^3 - S_u v_u^3\right)\Delta t \qquad (2)$$

Odatle dobivamo potrebnu snagu:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{1}{2}\rho\left(S_i v_i^3 - S_u v_u^3\right) \qquad (3)$$

Kako u čitavom procesu nema gubitka vode, to mora vrijediti (tok vode je sačuvan):

$$S_i v_i = S_u v_u \qquad (1)$$

Snaga se odatle može napisati npr. kao:

$$P = \frac{1}{2}\rho S_i v_i^3\left[1 - \left(\frac{S_i}{S_u}\right)^2\right] = \frac{1}{2}\rho\frac{I^3}{S_i^2}\left[1 - \left(\frac{S_i}{S_u}\right)^2\right] = \frac{1}{2}\rho\frac{I^3}{\pi^2 r_i^4}\left[1 - \left(\frac{r_i}{r_u}\right)^4\right] \qquad (2)$$

Ovdje smo s I označili (sačuvani) tok vode:

$$I = \frac{8\ \text{lit}}{1\ \text{min}} = \frac{4}{3}\times 10^{-4}\,\text{m}^3/\text{s} \qquad (1)$$

Uvrštavanjem dobivamo za snagu:

$$P = 926.48\,\text{W} \qquad (1)$$

Korisnost uređaja je dana omjerom potrebne i upotrebljene snage $P_0 = 1300$ W:

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{926.48}{1300} = 71.268\% \qquad (1)$$

Zadatak 4 (17 bodova)

Ako želimo da nam na polu i ekvatoru dimamometar pokazuje isti otklon, onda pol mora biti udaljeniji od centra planetoida s obzirom na udaljenost ekvatora. *(4)*

Možemo uzeti da se u tom slučaju planetodi vrti oko osi kroja prolazi kroz točku B. Tada vrijedi:

$$G\frac{mM}{(R+r)^2} = G\frac{mM}{R^2} - m\omega^2 R \qquad (3)$$

(R – manji polumjer planetoida, r – razlika većeg i manjeg polumjera).

Odatle možemo dobiti r/R (ili samo r):

$$\frac{r}{R} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\omega^2 R^3}{GM}}} - 1 = 9.775\times10^{-3} \quad \Rightarrow \quad r = 58.65\,\text{km} \qquad (2)$$

(ove numeričke vrijednost nisu uvjet za bodovanje).

Ako postavimo da se planetoid vrti oko druge naznačene osi, onda su sile u točkama A i B jednake:

$$F_A = G\frac{mM}{R^2} \qquad (2)$$

$$F_B = G\frac{mM}{(R+r)^2} - m\omega^2(R+r) \qquad (3)$$

Njihov omjer je jednak:

$$\frac{F_B}{F_A} = \frac{1}{\left(1+\frac{r}{R}\right)^2} - \frac{\omega^2 R^3}{GM}\left(1+\frac{r}{R}\right) = 1 - \frac{\omega^2 R^3}{GM}\left(1+\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\omega^2 R^3}{GM}}}\right) \qquad (2)$$

Uvrštavanjem:

$$\frac{F_B}{F_A} = 0.9613$$

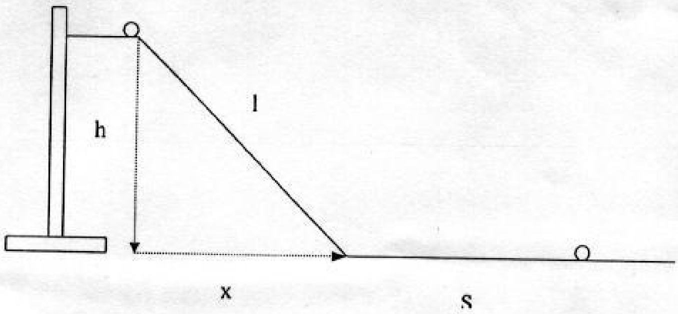
ili *(1)*

$$\frac{F_A}{F_B} = 1.040$$

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2002. - 1. grupa
Rješenje eksperimentalnog zadataka

ODREĐIVANJE KOEFICIJENTA TRENJA

Složiti pribor kao na slici:



Koristeći zakon očuvanja energije možemo pisati: (10 bodova)

$$mgh = F_{tr}\, l + F_{trl}\, s \qquad (1)$$

gdje je:

$$F_{tr} = \mu \frac{x}{l} mg \qquad i \qquad F_{trl} = \mu mg$$

Uvrštavanjem izraza za F_{tr} i F_{trl} u zakon očuvanja energije (1) i sređivanjem za koeficijent trenja dobivamo izraz:

$$\mu = \frac{h}{x + s}$$ (7 bodova)

Mjerenja duljina x, h i s i izračun koeficijenta trenja novčića po plastičnoj podlozi.
(8 bodova)

Račun pogreške (5 bodova)