

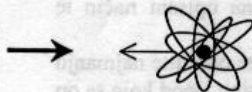
DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2002.-4. grupa

Zadatak 1 (18 bodova)

Neke ribe imaju sjajno-srebrni izgled koji ih skriva dok plivaju osvijetljenim oceanom. Ta boja potječe od pločica izraslih na površini ribe. Svaka pločica sastoji se od nekoliko slojeva kristalnog gvanina ($n_g=1,8$) i citoplazme ($n_c=1,33$), koji se izmjenjuju jedan za drugim, tako da je sloj gvanina u dodiru s vodom ($n_v=1,33$) oko ribe. Pretpostavite da je u tipičnoj pločici debljina slojeva gvanina $d_g=74\text{nm}$, a citoplazme $d_c=100\text{nm}$. Promatrajte refleksiju svjetlosti na prvih pet graničnih ploha kod jedne pločice! Na svakoj plohi dio svjetlosti prolazi a dio se reflektira. Pretpostavite da je ljudskom oku vidljiva svjetlost valnih duljina $400\text{nm}-800\text{nm}$!

- Za svjetlost koja okomito upada na pločicu izračunajte valnu duljinu unutar vidljivog dijela spektra (koju bi ta svjetlost imala u vakuumu) za koju će reflektirane zrake sa promatranih slojeva biti približno u fazi! Ako bijela svjetlost upada na takvu pločicu, koja boja će se najjače reflektirati? Inače, površina ribe ima mnogo pločica u kojima su različite debljine slojeva, tako da se sva vidljiva svjetlost jako dobro reflektira.
- Boja svjetlosti koja se najintenzivnije reflektira ovisi o kutu njenog upada. Izračunajte za koje valne duljine (vakuumske vrijednosti) će se pojaviti maksimumi u reflektiranoj svjetlosti ako bijela svjetlost upada pod kutom 30° s obzirom na okomicu pločice. Inače, pločice su kod ribe usmjerene u mnogim smjerovima, tako da se u određenom smjeru pojavljuju refleksije mnogih valnih duljina.

Zadatak 2 (18 bodova)



Atomi razrijeđenog plina mogu se usporavati pomoću laserske svjetlosti. Energija fotona iz snopa podesi se na nešto nižu vrijednost od energije potrebne za pobuđivanje atoma iz osnovnog stanja u prvo pobuđeno stanje. Tada atom koji se giba ususret fotonu može apsorbirati takav foton, a rezultat je njegovo usporavanje. Nakon toga dolazi do emisije fotona i povratka atoma u svoje osnovno stanje te gibanja u nekom drugom smjeru. Budući da se atomi u plinu gibaju u svim smjerovima, koristi se više laserskih snopova u različitim smjerovima da bi se sve komponente brzine umanjile te tako dobio plin čiji se atomi gibaju znatno umanjenom brzinom. Promatrajte atome natrija mase $m=3,82 \cdot 10^{-26}\text{kg}$, kod kojih je energija prvog pobuđenog stanja $E=3,36 \cdot 10^{-19}\text{J}$ iznad osnovnog stanja, a širina tog stanja je $\Gamma=7 \cdot 10^{-27}\text{J}$, što znači da energija može biti u intervalu od $E-\Gamma/2$ do $E+\Gamma/2$. Pri temperaturi $2,3\text{K}$ karakteristična brzina natrijevih atoma u plinu je 50m/s . Pretpostavite da se atom te brzine giba prema snopu svjetlosti.

- Kolika mora biti frekvencija svjetlosti i njena valna duljina da bi atom apsorbirao foton?
- Kolika će biti promjena brzine atoma apsorpcijom fotona?
- U kojem intervalu mogu biti brzine atoma da bi oni mogli apsorbirati fotone izračunate energije?

Zadatak 3 (17 bodova)

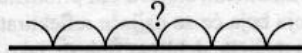


Kugla polumjera r i temperature T_0 okružena je tankim sfernim štitom polumjera R tako da im se središta poklapaju. Temperatura izvan štita vrlo je mala u usporedbi s temperaturama kugle i štita. Pretpostavite da se toplina između kugle, štita i okoline prenosi jedino zračenjem! Intenzitet zračenja sa površine crnog tijela je $I = \Delta P / \Delta S = \sigma T^4$, gdje je T temperatura te površine, a σ Stefan-Boltzmannova konstanta. Sve površine štita i kugle zrače kao crno tijelo. Također, sve površine štita i kugle apsorbiraju zračenje kao crno tijelo. Pretpostavite da se T_0 održava konstantnom pomoću izvora topline u kugli!

- Kolika je temperatura štita u termodinamičkoj ravnoteži?
- Za koliki faktor štit smanjuje brzinu gubitka topline kugle s obzirom na onu kad štita ne bi bilo?

Zadatak 4 (17 bodova)

Nedavno je uočeno da se neutron ($m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$) iznad zrcala u gravitacijskom polju Zemlje može nalaziti samo na određenim visinama, slično kao što elektron u atomu može imati samo određene energije. Eksperiment je urađen tako da se snop vrlo sporih neutrona ispusti u horizontalnom smjeru iznad posebnog zrcala, te se oni gibaju u konstantnom gravitacijskom polju Zemlje (vertikalno ubrzanje $g = 9,81 \text{ m/s}^2$) elastično se odbijajući od zrcala. Pretpostavite da u horizontalnom smjeru na neutrone ne djeluje nikakva sila! Iznad zrcala postavljen je detektor koji bilježi pojavljivanje neutrona u ovisnosti o visini. Uočeno je da detektor daje pozitivan signal samo ako je postavljen na određene visine, dok između tih visina detektor ne bilježi prisutnost neutrona. To je navelo na zaključak da su visine nalaska neutrona iznad zrcala »kvantizirane«, to jest da je on sa znatnom vjerojatnošću samo na određenim visinama.



- Napišite izraz za mehaničku energiju neutrona koji se giba na opisani način te istaknite konstantne članove i one koji se mijenjaju!
- Koristeći Heisenbergovo načelo neodređenosti za vertikalni smjer odredite najmanju visinu iznad pločice na kojoj će neutron biti detektiran, to jest visinu ispod koje se on ne bi smio nalaziti! Podite od činjenice da će na toj visini neutron imati najmanju dopuštenu ukupnu energiju! Kolikoj gravitacijskoj potencijalnoj energiji odgovara izračunata visina u ovom slučaju?
- Što načelo neodređenosti govori o gibanju u horizontalnom smjeru i kakva je posljedica toga na minimalnu energiju?

Napomena: funkcija $f(x) = x + a/x^2$ uz $a > 0$ postiže svoju najmanju vrijednost za $x^3 = 2a$.

Konstante:

brzina svjetlosti: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Planckova konstanta: $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

naboj elektrona: $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2002. - 4. grupa
Eksperimentalni zadatak

ODREĐIVANJE DEBLJINE SLOJA ZRAKA IZMEĐU DVIJU
PLANPARALELNIH PLOČA

Pribor:

planparalelna ploča poznatog indeksa loma n
ploča stiropora
papir
4 pribadače
ravvalo
kutomjer

Zadatak:

Odredi debljinu sloja zraka između planparalelnih ploča poznatog indeksa loma n isključivo zadanim priborom.

- a) Objasni fizikalne osnove rješenja zadatka. (12 bodova)
- b) Mjerenjem potrebnih veličina odredi debljinu sloja zraka ne rastavljajući uzorak. (8 bodova)
- c) Rezultate prikaži tablično. (6 bodova)
- d) Provedi osnovni račun pogreške. (4 bodova)

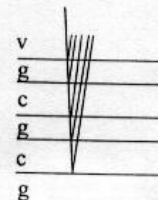
Ukupno 4. eksperimentalni zadatak:

30 bodova

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2002.
RJEŠENJA ZADATAKA -4. grupe

Zadatak 1 (18 bodova)

- a) Zraka svjetlosti upada okomito na površinu pločice i na svakoj se graničnoj plohi dio reflektira, a dio prolazi. Na slici je prikazano prvih 5 zraka koje su reflektirane (trebale bi biti okomite na plohe), te ih označimo redom 1,2,3,4,5 slijeva udesno. **(1b)**



Pri refleksiji na sredstvu većeg indeksa loma nego što je onaj odakle zraka dolazi dodaje se optičkom putu zrake $\lambda/2$. **(1b)** Uzimajući da je $n_g=1,8$ i $d_g=74\text{nm}$, te $n_c=1,33$ i $d_c=100\text{nm}$, ispada $n_g d_g=133,2\text{nm}$ i $n_c d_c=133\text{nm}$, pa uzmimo za te veličine 133nm . Razlike optičkih putova između zraka moraju za njihovu konstruktivnu interferenciju biti cjelobrojni višekratnici valne duljine: **(1b)**

$$\delta_{12}=2n_g d_g - \lambda/2 = k_1 \lambda, \text{ to jest } 266\text{nm} = (k_1 + 1/2) \lambda,$$

$$\delta_{23}=2n_c d_c + \lambda/2 = k_2 \lambda, \text{ to jest } 266\text{nm} = (k_2 - 1/2) \lambda,$$

$$\delta_{34}=\delta_{12} \text{ i } \delta_{45}=\delta_{23}, \text{ što daje iste uvjete kao prethodna dva izraza. (1b) Zatim:}$$

$$\delta_{13}=2n_g d_g + 2n_c d_c + 0 = k_3 \lambda, \text{ to jest } 532\text{nm} = k_3 \lambda, \text{ a } \delta_{24}=\delta_{13}=\delta_{35} \text{ daje isto. (1b) Dalje:}$$

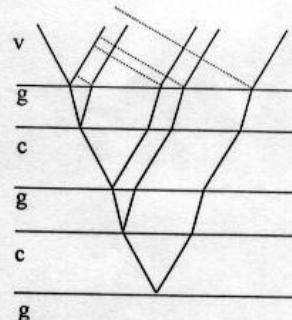
$$\delta_{14}=4n_g d_g + 2n_c d_c - \lambda/2 = k_4 \lambda, \text{ to jest } 798\text{nm} = (k_4 + 1/2) \lambda,$$

$$\delta_{25}=2n_g d_g + 4n_c d_c + \lambda/2 = k_5 \lambda, \text{ to jest } 798\text{nm} = (k_5 - 1/2) \lambda \text{ (1b) i naposljetku:}$$

$$\delta_{15}=4n_g d_g + 4n_c d_c = k_6 \lambda, \text{ to jest } 1064\text{nm} = k_6 \lambda. \text{ (1b)}$$

Od svih mogućih izbora cijelih brojeva k_i za valnu duljinu određenu gornjim uvjetima koja spada u vidljivi dio spektra dobije se $\lambda=532\text{nm}$. Znači, najintenzivnije se reflektira zelena boja. **(1b)**

- b) Kad svjetlost upada iz vode pod kutom α s obzirom na okomicu, ona u gvanin ulazi pod kutom β danim izrazom $n_g \sin \beta = n_c \sin \alpha$, to jest $\beta=21,7^\circ$. **(1b)** U citoplazmi je kut opet jednak $\alpha=30^\circ$ jer je indeks loma isti kao i kod vode. Kut između okomice i svih zraka u gvaninu je β , a u citoplazmi α . **(1b)**



Put zrake unutar sloja je $d_g/\cos \beta$ ili $d_c/\cos \alpha$. No, jedna od zraka koje interferiraju prelazi određeni put u vodi koji druga zraka ne prelazi, a taj iznosi $l \sin \alpha$ (koji treba množiti sa $n_v=n_c$), gdje je l udaljenost točaka na površini pločice gdje izlaze zrake. l može biti $2d_g \tan \beta$ ili $2d_c \tan \alpha$ ili njihovi zbrojevi, ovisno o tome koje zrake uspoređujemo. **(2b)**

Pri refleksiji zrake na gušćem sredstvu dodaje se u optičkom putu $\lambda/2$.

Izračunavanjem razlike optičkih putova među različitim zrakama uz uvjet za konstruktivnu interferenciju dobiju se valne duljine (potrebno je koristiti $n_g \sin \beta = n_c \sin \alpha$ i $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$):

$$\delta_{12}=2n_g d_g / \cos \beta - 2n_c d_g \tan \beta \sin \alpha - \lambda/2 = 2n_g d_g \cos \beta - \lambda/2 = k_1 \lambda, \text{ što za } k_1=0 \text{ daje } \lambda=494,3\text{nm}, \text{ (1b)}$$

$$\delta_{23}=2n_c d_c / \cos \alpha + \lambda/2 - 2n_c d_c \tan \alpha \sin \alpha = 2n_c d_c \cos \alpha + \lambda/2 = k_2 \lambda, \text{ što za } k_2=1 \text{ daje } \lambda=460,7\text{nm}, \text{ (1b)}$$

$$\delta_{34}=\delta_{12} \text{ i } \delta_{45}=\delta_{23}, \text{ što daje iste valne duljine. Zatim:}$$

$$\delta_{13}=2n_g d_g / \cos \beta + 2n_c d_c / \cos \alpha + 0 - 2n_c d_g \tan \beta \sin \alpha - 2n_c d_c \tan \alpha \sin \alpha = 2n_g d_g \cos \beta + 2n_c d_c \cos \alpha = k_3 \lambda, \text{ što za } k_3=1 \text{ daje } \lambda=477,5\text{nm}, \text{ a } \delta_{24} \text{ i } \delta_{35} \text{ daju isto. (1b) Dalje:}$$

$$\delta_{14}=4n_g d_g / \cos \beta + 2n_c d_c / \cos \alpha - \lambda/2 - 4n_c d_g \tan \beta \sin \alpha - 2n_c d_c \tan \alpha \sin \alpha = 4n_g d_g \cos \beta + 2n_c d_c \cos \alpha - \lambda/2 = k_4 \lambda, \text{ što za } k_4=1 \text{ daje } \lambda=483,1\text{nm}, \text{ (1b)}$$

$$\delta_{25}=2n_g d_g / \cos \beta + 4n_c d_c / \cos \alpha + \lambda/2 - 4n_c d_g \tan \beta \sin \alpha - 2n_c d_g \tan \alpha \sin \alpha = 2n_g d_g \cos \beta + 4n_c d_c \cos \alpha + \lambda/2 = k_5 \lambda, \text{ što za } k_5=2 \text{ daje } \lambda=471,9\text{nm} \text{ (1b) i naposljetku:}$$

$$\delta_{15}=4n_g d_g / \cos \beta + 4n_c d_c / \cos \alpha - 4n_c d_g \tan \beta \sin \alpha - 4n_c d_g \tan \alpha \sin \alpha = 4n_g d_g \cos \beta + 4n_c d_c \cos \alpha = k_6 \lambda, \text{ što za } k_6=2 \text{ daje } \lambda=477,5\text{nm}. \text{ (1b)}$$

Sve ove valne duljine javljaju se kao najintenzivnije nakon opisane refleksije.

Zadatak 2 (18 bodova)

- a) Atom mase m prije apsorpcije giba se brzinom v ususret fotonu valne duljine λ . Nakon apsorpcije količina gibanja atoma smanjena je na $mv' = mv - h/\lambda$, to jest brzina je smanjena za $\Delta v = -hf/mc$. (2b) Očuvanje energije glasi: $hf + mv^2/2 = E + mv'^2/2$, gdje je E razlika energija prvog pobuđenog stanja i osnovnog stanja. (2b) Dio energije fotona potroši se za pobuđivanje atoma, a dio na njegovo usporavanje. Uvrštavanjem v' iz prve u drugu jednadžbu dobije se $hf(1+v/c) = E + h^2f^2/2mc^2$. (1b) Napišimo rješenje ove jednadžbe u obliku $hf = E/(1+v/c - hf/2mc^2)$. (1b) Zanimarimo $hf/2mc^2$, te za $v \ll c$ (1b) dobijemo $hf = E(1-v/c) = 3,36 \cdot 10^{-19} (1 - 50/300000000) \text{ J}$, to jest frekvencija je $5,071 \cdot 10^{14} \text{ Hz} - 8,5 \cdot 10^7 \text{ Hz}$. (1b) Znači, energija fotona mora biti nešto malo niža od E . Sad vidimo da smo s pravom zanemarili $hf/2mc^2 = 4,9 \cdot 10^{-11}$ što je puno manje od v/c pa neznatno pridonosi promjeni rješenja. Valna duljina potrebnog fotona je $591,6 \text{ nm}$, to jest malo viša od toga (uvećana za dio od oko 10^{-7} od toga). (1b)
- b) Smanjenje količine gibanja atoma jednako je količini gibanja apsorbiranog fotona, pa je $\Delta v = -hf/mc = -0,029 \text{ m/s}$. (3b)
- c) Iz dobivenog izraza $hf(1+v/c) = E$ treba naći u kojem intervalu smije biti brzina atoma, (1b) ako je energija prvog pobuđenog stanja u intervalu Γ . Slijedi da je $hf v/c = \Gamma$, (2b) iz čega se dobije širina intervala brzine $v_i = c\Gamma/hf = 6,25 \text{ m/s}$. (2b) Smanjenje brzine pri apsorpciji puno je manje od intervala u kojem smije biti brzina da bi apsorpcija bila moguća, što govori da će isti atom moći mnogo puta apsorbirati foton te se tako znatno usporiti. (1b)

Zadatak 3 (17 bodova)

Korištene su oznake iz teksta zadatka.

- Kad ne bi bilo štita, kugla bi zračila u okolinu snagom $P_0 = 4\pi r^2 \sigma T_0^4$. (2b)
- Kad je štit u termodinamičkoj ravnoteži s kuglom, snaga koju štit dobiva od kugle mora biti jednaka snazi koju štit zrači prema van (inače bi se grijao ili hladio). (2b) Snaga koju štit zrači prema van iznosi $P_v = 4\pi R^2 \sigma T_1^4$. (2b) A kugla daje štitu onoliko koliko zrači umanjeno za onoliko koliko joj štit vraća, (2b) to jest: $P_0 - 4\pi r^2 \sigma T_1^4 = 4\pi R^2 \sigma T_1^4$. (2b)
- a) Izjednačavanjem se dobije $4\pi r^2 \sigma T_0^4 - 4\pi r^2 \sigma T_1^4 = 4\pi R^2 \sigma T_1^4$, (2b) iz čega slijedi $T_1^4 = T_0^4 r^2 / (r^2 + R^2)$. (1b)
- b) Kugla gubi snagu: $4\pi r^2 \sigma T_0^4 - 4\pi r^2 \sigma T_1^4 = 4\pi r^2 \sigma T_0^4 (1 - r^2 / (r^2 + R^2)) = 4\pi r^2 \sigma T_0^4 R^2 / (r^2 + R^2)$. (2b) To znači da štit smanjuje gubitak snage na $P_0 R^2 / (R^2 + r^2)$. (2b)

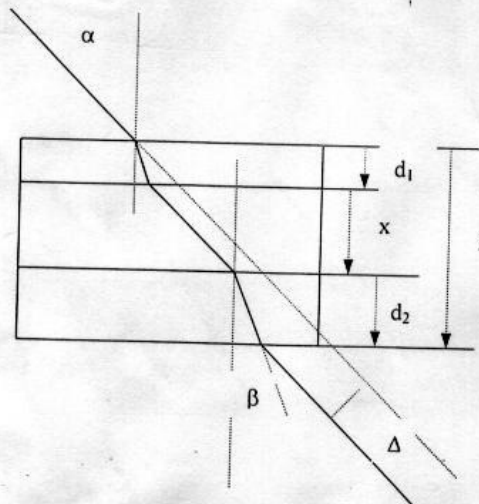
Zadatak 4 (17 bodova)

- a) Mehanička energija gibanja neutrona je $E = m_n g z + m_n v_z^2/2 + m_n v_x^2/2$, gdje je z visina na kojoj je neutron iznad zrcala, v_z komponenta brzine neutrona u vertikalnom smjeru i v_x horizontalna komponenta brzine. (1b) v_x je konstantna jer nema nikakvih sila u horizontalnom smjeru. (1b) Budući da je energija očuvana, onda je i $m_n g z + m_n v_z^2/2$ konstantno. (1b)
- b) Polazimo od toga da je energija minimalna, što znači da je $E_z = m_n g z + p_z^2/2m_n$ minimalno. (1b) Smanjujući visinu z smanjujemo i njenu neodređenost Δz , ali time se povećava neodređenost Δp_z , što znači da i p_z mora biti veći. (1b) Dakle, za određeni z , E_z postiže najmanju vrijednost. (1b) Neodređenosti su vezane po Heisenbergovu načelu $\Delta z \Delta p_z \geq \hbar$. (1b) Uzmimo da z i p_z poprimaju najmanje vrijednosti, a to su barem Δz i Δp_z . (1b) Tada je $E_z = m_n g \Delta z + \hbar^2 / (2m_n (\Delta z)^2)$. (1b) Iz ovog izraza potrebno je pronaći Δz za koji je $E_z = m_n g (\Delta z + \hbar^2 / (2gm_n^2 (\Delta z)^2))$ minimalno. (1b) Prema napomeni zadatka, izraz u zagradi je minimalan za $\Delta z = [\hbar^2 / (gm_n^2)]^{1/3}$. (2b) Uvrštavanjem se dobije $7,39 \mu\text{m}$. (1b) Pripadna potencijalna energija je $1,2 \cdot 10^{-31} \text{ J}$. (1b)
- c) Načelo neodređenosti ne postavlja uvjet na horizontalnu komponentu brzine. (1b) Njena neodređenost može biti i po volji mala jer se neutron može nalaziti bilo gdje u x -smjeru. (1b) Što je sigurno, ono ne utječe na minimalnu visinu nalaska neutrona iznad zrcala. (1b)

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2002. - 4. grupa
Rješenje eksperimentalnog zadatka

ODREĐIVANJE DEBLJINE SLOJA ZRAKA IZMEĐU DVIJU
PLANPARALELNIH PLOČA

Uzorak se sastoji od 2 planparalelne ploče razmaknute za udaljenost x koju tražimo.



$$\Delta = \frac{d}{\cos\beta} \sin(\alpha - \beta) \Rightarrow d = \Delta \frac{\cos\beta}{\sin(\alpha - \beta)} \quad (1)$$

Izmjerimo pomak upadne zrake Δ nakon što zrak prođe kroz uzorak, debljinu uzorka l i kut α dok kut β možemo izračunati pomoću relacije:

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \Rightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right)$$

ili eliminacijom kuta β dobivamo relaciju za d ,

$$d = \Delta / \{ \sin\alpha [1 - (1 - \sin^2\alpha)^{1/2} / (n^2 - \sin^2\alpha)^{1/2}] \} \quad (1)$$

Pomoću relacije (1) izračunamo ukupnu debljinu, $(d_1 + d_2)$, planparalelnih ploča d . Debljina sloja zraka dana je relacijom:

$$x = l - d \quad (2) \quad (12 \text{ bodova})$$

Izvršiti potrebna mjerenja i izračunati debljinu zraka x pomoću relacije (2)

(8 bodova)

Tablični prikaz rezultata mjerenja i računa debljine sloja zraka (6 bodova)

Račun pogreške (4 bodova)