

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2002. – 4. GRUPA

Zadatak 1 (10 bodova)

Energija mirovanja protona iznosi $m_{pc}^2 = 938 \text{ MeV}$. U kozmičkom zračenju posredno se detektiraju protoni energije čak i 10^{10} GeV . Prepostavite da proton tolike energije putuje kroz galaksiju promjera 10^5 svjetlosnih godina. Koliko vremena traje putovanje duž tolikog puta mjereno u sustavu protona? Na temelju izračunate brzine protona predložite način na koji bi se izdaleka moglo detektirati proton pri gibanju kroz galaksiju pretpostavljajući da je prosječan indeks loma u galaksiji nešto malo veći od 1. Prepostavite da se proton giba pravocrtno i jednolikom kroz galaksiju

Zadatak 2 (8 bodova)

Za predmet postavljen na optičku os pred sfernim konkavnim zrcalom na određenoj udaljenosti od zrcala, veličina slike je dvostruko manja od veličine predmeta. Kad se taj predmet pomakne za 5cm duž optičke osi, veličina njegove slike postaje četiri puta manja od veličine predmeta. Odredite žarišnu daljinu ovog konkavnog zrcala! Skicirajte karakteristične zrake u oba slučaja!

Zadatak 3 (12 bodova)

Izvor elektromagnetskog zračenja valne duljine λ i detektor elektromagnetskog zračenja međusobno su udaljeni x . Oba se nalaze u zraku na udaljenosti h od ravne staklene ploče. Indeks loma stakla je 1,33, a zraka 1. Izvor emitira zračenje u svim smjerovima.

- Skicirajte zrake koje interferiraju na mjestu detektora i napišite uvjet za njihovu konstruktivnu i destruktivnu interferenciju!
- Ako je $h=24\text{cm}$ i $x=14\text{cm}$, kolike su najveća valna duljina i najmanja valna duljina zračenja za koje će se pojaviti konstruktivna interferencija?
- Prepostavite da izvor emitira kontinuirani spektar zračenja svih valnih duljina i promatrate interferenciju vidljive svjetlosti. Izračunajte dvije valne duljine koje su najbliže valnoj duljini od 600nm za koje se pojavljuje destruktivna interferencija na mjestu detektora? Kolika je razlika tih valnih duljina?
- Možete li reći zašto pri gledanju predmeta (izvora zračenja kontinuiranog spektra) u zrcalu efekti interferencije najčešće nisu uočljivi? Koji bi uvjeti trebali biti zadovoljeni da se pri gledanju sitnog šarenog predmeta u zrcalu neke boje u nekim točkama predmeta slabije vide, to jest da su efekti interferencije uočljivi čovječjem oku? Obrazložite!

Zadatak 4 (10 bodova)

Energija prvog pobudenog stanja elektrona u nekom atomu je $2,58\text{eV}$ iznad njegovog osnovnog stanja. Jednom pobuden u to stanje, elektron u njemu ostaje u prosjeku $1,64 \cdot 10^{-7}\text{s}$, nakon čega emitira foton i vrati se u osnovno stanje.

- Kolika je valna duljina emitiranog fotona?
- Kolika je najmanja neodređenost energije tog fotona?
- Kolika je najmanja neodređenost valne duljine emitiranog fotona?

Zadatak 5 (10 bodova)

Kad metalnu elektrodu fotoćelije naizmjениčno osvijetlimo svjetlošću valne duljine $0,35\mu\text{m}$ i $0,54\mu\text{m}$, pripadne brzine elektrona koji izljeću iz te elektrode razlikuju se za faktor 2. Snaga lasera koji proizvodi svjetlost u oba slučaja iznosi 3mW , a snop u cijelosti dolazi na elektrodu.

- Koliki je izlazni rad metala?
- Koliko elektrona u jedinici vremena izlazi sa elektrode pri njenom osvjetljavanju svjetlošću zadanih valnih duljina pod grubom pretpostavkom da se sva upadna svjetlost iskoristi za fotoelektrični efekt?

NAPOMENA: Za $X \ll 1$ približno vrijedi $1/(1-X) \approx 1+X$, $1/(1+X) \approx 1-X$, $\sqrt{1-X} \approx 1-X/2$.

KONSTANTE: Planckova konstanta $h=6,626 \cdot 10^{-34}\text{Js}$, brzina svjetlosti $c=3 \cdot 10^8 \text{m/s}$, $1\text{eV}=1,6 \cdot 10^{-19}\text{J}$.

Rezultati zadatka 4. grupe i smjernice za bodovanje

Zadatak 1. (10 bodova)

Gledano iz sustava protona, put koji on mora prijeći je skraćen, odnosno iz njegova sustava potrebno je manje vremena za prolazak tako dugog puta. Vrijeme preleta mjereno u sustavu protona dano je sa $t = \frac{d\sqrt{1-\beta^2}}{v}$, gdje je $\beta = v/c$; d je udaljenost koju mora prijeći proton, a v je brzina njegova gibanja (**1 bod**).

$$\text{Za gibanje relativističkim brzinama vrijedi } E^2 - m_p^2 c^4 = p^2 c^2 = \left(\frac{m_p v}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right)^2 c^2 = \frac{m_p^2 c^4 v^2}{c^2 - v^2} \quad (2)$$

boda), iz čega slijedi $\beta^2 = 1 - \frac{m_p^2 c^4}{E^2} = 1 - \left(\frac{938}{10^{13}} \right)^2 = 1 - 8,8 \cdot 10^{-21}$ (**1 bod**). Dakle, brzina gibanja je

gotovo jednaka brzini svjetlosti u vakuumu (od nje se razlikuje na desetoj decimali) (**1 bod**).

U izraz za t uvrštavamo $1-\beta^2=8,8 \cdot 10^{-21}$, $v=3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ i $d=10^5 \text{ godina} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 9,5 \cdot 10^{20} \text{ m}$ (to je udaljenost od 10^5 svjetlosnih godina) (**1 bod**), te se dobije $t=9,38 \cdot 10^{-6} \text{ godina}=296 \text{ s}$ (**2 boda**).

Brzina gibanja protona energije 10^{10} GeV u galaksiji je gotovo jednaka brzini svjetlosti u vakuumu pa kad se on giba u području u kojem je indeks loma makar malo veći od 1, to znači da mu je brzina veća od brzine svjetlosti u tom području. Stoga će doći do emisije svjetlosti, poznate kao Čerenkovljevo zračenje, koja se može opaziti, to jest na taj način moguće je detektirati proton (**2 boda**).

Mogući su i drugi načini, primjerice posredno detekcijom čestica ili zračenja koje nastaje sudarom putujućeg protona sa ostalim česticama u svemiru.

Zadatak 2. (8 bodova)

Za predmet na mjestu 1 vrijedi jednadžba zrcala $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_1'} = \frac{1}{f}$

(**0,5 bod**) i $\frac{x_1}{x_1'} = \frac{y_1}{y_1'} = 2$ (**0,5 bod**) jer je slika dvostruko

manja od predmeta. Za predmet pomaknut na mjesto 2 vrijedi

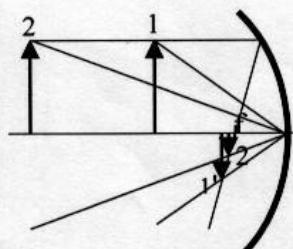
jednadžba zrcala $\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_2'} = \frac{1}{f}$ (**0,5 bod**) i $\frac{x_2}{x_2'} = \frac{y_2}{y_2'} = 4$ (**0,5**

boda) jer je slika četverostruko manja od predmeta. x označava

položaj predmeta na mjestu označenom pripadnim indeksom, a x' označava položaj slike zadanog predmeta. y označava iznos veličine predmeta, a y' iznos veličine slike za predmet u mjestu označenom indeksom (**2 boda za sliku**).

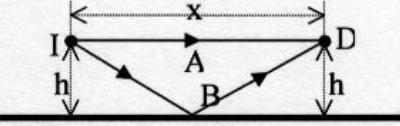
Iz prve dvije jednadžbe slijedi $x_1 = (1+2)f$ (**1 bod**), a iz druge dvije $x_2 = (1+4)f$ (**1 bod**).

Predmet je pomaknut za $d = x_2 - x_1 = (4-2)f$ (**1 bod**). Slijedi da je žarišna duljina zrcala $f=d/2=2,5 \text{ cm}$ (**1 bod**).



Zadatak 3. (12 bodova)

- i) (ukupno 4 boda) Od svih emitiranih zraka iz izvora I, u detektor D stižu dvije zrake prikazane na slici: jedna neposredno iz izvora (A), a druga nakon refleksije na staklenoj ploči (B). Zraka B reflektira se na pola puta od I do D jer je upadni kut jednak kutu odbijanja (**1 bod za sliku**).



Put koji prijeđe zraka A jednak je $d_A = x$, a zraka B prijeđe $d_B = 2\sqrt{h^2 + \frac{x^2}{4}}$ (**0,5 boda**). Zraka

B dobiva pri refleksiji na optički gušćem sredstvu skok u fazi za π , pa se njenom putu pribraja još $\lambda/2$ (**0,5 boda**).

Uvjet za konstruktivnu interferenciju je $d_B + \lambda/2 - d_A = k\lambda$, a za destruktivnu

$d_B + \lambda/2 - d_A = (k+1/2)\lambda$, gdje je k cijeli broj (**1 bod**). Uvrštavanjem izraza za puteve zraka

dobije se uvjet $2\sqrt{h^2 + \frac{x^2}{4}} - x = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda$ za konstruktivnu interferenciju, dok za destruktivnu

uvjet glasi $2\sqrt{h^2 + \frac{x^2}{4}} - x = k\lambda$ (**1 bod**).

- ii) (ukupno 2 boda) Valna duljina za koju se pojavljuje konstruktivna interferencija jednaka je

$$\lambda = \frac{\sqrt{4h^2 + x^2} - x}{k - 1/2} \quad (\text{0,5 boda})$$

Najveća valna duljina za koju je to moguće dobije se za $k=1$ (**0,5 boda**), što daje $\lambda=0,72\text{m}$ (**0,5 boda**).

Za najmanju valnu duljinu ne postoji ograničenje, to jest može se pojaviti konstruktivna interferencija zračenja po volji malih valnih duljina (koje zadovoljavaju uvjet) (**0,5 boda**).

- iii) (ukupno 3 boda) Destruktivna interferencija pojavljuje se za $\lambda = \frac{\sqrt{4h^2 + x^2} - x}{k}$ (**0,5 boda**). Da

bi bilo $\lambda=600\text{nm}$, mora biti $k=600000$, što je vrlo visoki red interferencije (**1 bod**). Najблиža valna duljina za koju se također pojavljuje destruktivna interferencija određena je sa $k=600001$, uz što se dobije $599,999\text{nm}$ (**1 bod**). Te valne duljine razlikuju se za $0,001\text{nm}$ (**0,5 boda**).

- iv) (ukupno 3 boda) Interferencija nije uočljiva jer su valne duljine za koje se javlja destruktivna interferencija vrlo bliske, a između njih se nalazi valna duljina za koju imamo konstruktivnu interferenciju. Tako su valne duljine u vidljivom dijelu spektra koje interferiraju konstruktivno i destruktivno vrlo gусте. Ljudsko oko ne može razlikovati tako bliske valne duljine, pa mu izgleda kao da vidi sve valne duljine, to jest ne primjećuje efekte interferencije. (**1,5 bod**)

Da bi se neke boje određenih dijelova predmeta pri gledanju u zrcalu slabije vidjele, mora se ostvariti destruktivna interferencija za tu boju. Pritom dvije susjedne valne duljine ne smiju biti tako bliske da bi ih oko moglo razlučiti, to jest interferencija unutar vidljivog dijela spektra treba biti što nižeg reda. To će biti ostvareno ako je $h << x$, to jest predmet (izvor svjetlosti) i promatrač (detektor) su vrlo blizu zrcala u odnosu na njihovu međusobnu udaljenost. Tada je brojnik u

izrazu $\lambda = \frac{\sqrt{4h^2 + x^2} - x}{k}$ mnogo manji nego u prethodnom primjeru, pa je manji i potreban k ,

čime λ za koje se javlja destruktivna interferencija postaju rjeđe te ih oko može razlikovati. Predmet bi u tom slučaju trebao biti isaran različitim bojama. Izvor i detektor bi trebali mirovati, jer mali pomaci mijenjaju uvjete interferencije. (**1,5 bod**)

Zadatak 4. (10 bodova)

- i) **(ukupno 2 boda)** Pri prijelazu elektron emitira foton čija je energija jednaka razlici energija prvog pobuđenog stanja i osnovnog stanja pa je energija nastalog fotona $E=2,58\text{eV}=4,128 \cdot 10^{-19}\text{J}$. Iz $E=h\nu=hc/\lambda$ (**1 bod**), gdje je $h=6,626 \cdot 10^{-34}\text{Js}$ i $c=3 \cdot 10^8\text{m/s}$, slijedi $\lambda=481,54\text{nm}$ (**1 bod**).
- ii) **(ukupno 3,5 boda)** Relacija koja povezuje neodređenost energije fotona (energije elektrona) i neodređenost vremena nastanka fotona (trajanja pobuđenog stanja) glasi $\Delta E \cdot \Delta t \geq h/2\pi$ (to se može izvesti iz relacije koja povezuje neodređenost količine gibanja i neodređenost položaja fotona) (**1,5 bod**). Za Δt uzmemmo prosječno vrijeme trajanja pobuđenog stanja $1,64 \cdot 10^{-7}\text{s}$ jer unutar tog vremena ne možemo odrediti kad je nastao foton (**1 bod**). Za neodređenost energije proizlazi $\Delta E \geq h/(2\pi\Delta t)=6,43 \cdot 10^{-28}\text{J}=4 \cdot 10^{-9}\text{eV}$ (**1 bod**).
- iii) **(ukupno 4,5 boda)** Foton energije E ima valnu duljinu $\lambda=hc/E$. Budući da je neodređenost energije ΔE , foton može imati i energiju $E+\Delta E$, to jest valna duljina mu može biti i $\lambda'=hc/(E+\Delta E)$ (**1 bod**). Tako da je neodređenost valne duljine $\Delta\lambda=\lambda-\lambda'=\frac{hc}{E}-\frac{hc}{E+\Delta E}$ (**1,5 bod**). Tu je moguće uvrstiti zadane veličine i dobiti rezultat, ali je moguće i koristiti se približnim izrazima za $\Delta E \ll E$ pri čemu se dobije

$$\Delta\lambda = \frac{hc}{E} \left(1 - \frac{1}{1 + \Delta E / E} \right) = \frac{hc}{E} \left(1 - \left(1 - \Delta E / E \right) \right) = \lambda \frac{\Delta E}{E} = \lambda \cdot \frac{4 \cdot 10^{-9}\text{eV}}{2,58\text{eV}} = 0,75 \cdot 10^{-6}\text{nm}$$
 (**2 boda**).

Zadatak 5. (10 bodova)

- i) **(ukupno 6 bodova)** Metalna elektroda fotoćelije obasjana svjetlošću valne duljine λ emitira elektrone brzine v , određene jednadžbom fotoelektričnog efekta: $\frac{hc}{\lambda} = W + \frac{1}{2}mv^2$ (**1 bod**), gdje je W izlazni rad, m masa elektrona, $h=6,626 \cdot 10^{-34}\text{Js}$ i $c=3 \cdot 10^8\text{m/s}$. Obasjavanjem svjetlošću dviju različitih valnih duljina, dobiju se i različite izlazne brzine: $v_{1,2}^2 = \frac{2}{m} \left(\frac{hc}{\lambda_{1,2}} - W \right)$ (**1 bod**). Uzmimo $\lambda_1=0,35\mu\text{m}$ i $\lambda_2=0,54\mu\text{m}$. Budući da je omjer pripadnih brzina jednak 2, a manjoj valnoj duljini odgovara veća brzina, slijedi $\frac{v_1}{v_2} = 2$ (**1 bod**), pa je $\frac{hc}{\lambda_1} - W = 2^2 \left(\frac{hc}{\lambda_2} - W \right)$ (**1 bod**), iz čega se dobije izlazni rad metala $W = hc \frac{\frac{2^2}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}}{2^2 - 1} = 3,015 \cdot 10^{-19}\text{J} = 1,88\text{eV}$ (**2 boda**).
- ii) **(ukupno 4 boda)** Za emitiranje svakog elektrona potrebno je hc/λ energije (**1 bod**). Upadna energija je jednaka $P \cdot \Delta t$, gdje je P snaga upadne svjetlosti (snaga lasera), a Δt jedinica vremena (**1 bod**). Ona će dovesti do emitiranja $N = \frac{P \cdot \Delta t}{hc/\lambda}$ elektrona (**1 bod**). Znači da je broj emitiranih elektrona u jedinici vremena jednak $n = \frac{P\lambda}{hc}$. Uvrštavanjem $P=0,003\text{W}$ i zadanih valnih duljina dobiju se $n_1=5,28 \cdot 10^{15}\text{s}^{-1}$ i $n_2=8,15 \cdot 10^{15}\text{s}^{-1}$ (**1 bod**).