

## DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2003. – 2. GRUPA

### **Zadatak 1 (15 bodova)**

Procesor računala tijekom rada ima snagu od  $P = 150$  W i zagrijava se. Da bi se spriječilo preveliko zagrijavanje procesora, što može dovesti do njegovog uništenja, procesor se hlađi strujom zraka iz ventilatora: zrak temperature  $t_u = 21^\circ\text{C}$  biva usisan od ventilatora, prolazi kraj procesora i izlazi iz kućišta računala s temperaturom od  $t_i = 30^\circ\text{C}$ . Temperatura procesora ovakvim hlađenjem dostiže  $t = 36^\circ\text{C}$  i osigurava normalan rad procesora, dok bi bez hlađenja temperatura procesora dostizala temperaturu od  $t_m = 90^\circ\text{C}$ . Ako ventilator prilikom jednog svog punog okreta usije  $V_i = 0.23$  litre zraka, koliki mora biti minimalan broj okretaja ventilatora u jednoj minuti da temperatura procesora ne prijeđe temperaturu  $t$ ? U rješavanju zadatka pretpostavite da je promjena temperature procesora direktno razmjerna korištenoj snazi procesora (koja je u intervalu od nule do  $P$ ). Tlak zraka je  $p_z = 1020$  hPa, toplinski kapacitet zraka je  $c = 1020 \text{ J}/(\text{kg K})$ , molarna masa zraka je  $M = 28.8 \text{ g/mol}$ , a univerzalna plinska konstanta  $R = 8.314 \text{ J}/(\text{K mol})$ .

### **Zadatak 2 (17 bodova)**

U kinetičkoj teoriji plinova molekule plina se medusobno sudaraju, sudarima prenose energiju i tako se uspostavlja ravnotežno stanje u plinu. Prosječan put koji molekula prevali bez sudara s ostalim molekulama naziva se srednji slobodni put.

- a) Zamislite dvije identične kuglice promjera  $d$  koje se kreću jedna prema drugoj paralelnim stazama. Da bi se one sudarile (raspršile), kolika mora biti minimalna udaljenost između njih?
- b) Efektivna površina sudara (tzv. udarni presjek  $\sigma$ ) je površina oko jedne kuglice da bi sigurno došlo do sudara. Koliki je iznos udarnog presjeka za pojedinu kuglicu iz a) dijela zadatka?
- c) Ako je gustoća kuglica (tj. broj kuglica po jedinici volumena) jednak  $n$ , koliki je ukupni broj  $b$  kuglica po jediničnoj površini okomitoj na smjer gibanja jedne kuglice (nazovimo je A) koja je bez sudara prešla put  $\Delta x$ ?
- d) Ako svaka od kuglica na koju kuglica A nailazi tijekom prevaljenog puta  $\Delta x$  po svojoj stazi predstavlja centar raspršenja, kako ukupna sudarna površina  $\sigma_u$  svih kuglica ( $\sigma_u$  je ovdje bez dimenzija!) ovisi o  $\Delta x$ ?
- e) Vjerojatnost sudara kuglice A s ostalim kuglicama jednak je iznosu  $\sigma_u$  iz d) dijela zadatka. Ako je  $\sigma_u(\Delta x = 0) = 0$  (tj. neposredno nakon sudara), u trenutku sljedećeg sudara kuglice A je  $\sigma_u = 1$ . Koliki je srednji slobodni put  $l$  kuglice A?
- f) Pretpostavite da su gore spomenute kuglice u stvari molekule plina. Ako želite da topli čaj uliven u termos-bocu ostane što duže topao, koliki bi trebao biti maksimalan tlak zraka  $p$  u izolacijskom prostoru između dviju stijenki termos-boce širokom  $s = 1 \text{ cm}$ , tako da bi hlađenje čaja (tj. prijenos topline gibanjem molekula s unutarnje na vanjsku stijenu) bilo minimalno uz dati tlak zraka  $p$  u izolacijskom prostoru? Temperatura plina je  $T = 290 \text{ K}$ , Boltzmannova konstanta  $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ , a za promjer "molekule" zraka pretpostavite da iznosi  $d = 0.37 \text{ nm}$ .
- g) Koliko je srednje vrijeme između sudara "molekula" zraka pod uvjetima iz f) dijela zadatka? Za iznos brzine "molekula" zraka koristite tipičnu vrijednost brzine molekula na zadanoj temperaturi (ili odgovarajući izraz), s time da se on ne smije razlikovati više od 10 puta od točnog izraza za brzinu, a za masu "molekule" zraka koristite  $m = 5 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ .

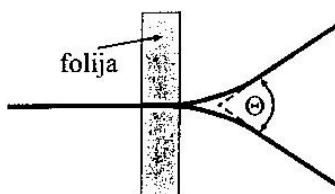
### Zadatak 3 ( 19 bodova)

U veliku posudu su vertikalno stavljene dvije pravokutne metalne ploče, koje su međusobno paralelne i udaljene za  $d = 2$  mm. U posudu je uliveno ulje (s time da je razina ulja manja od gornjeg ruba ploča) relativne dielektrične konstante  $\epsilon_r = 2.2$  i gustoće  $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ . Ako se sada između ploča uspostavi razlika potencijala od  $U = 1000 \text{ V}$ , kako se i zašto promjenila razina ulja između ploča? Dielektrična konstanta vakuma je  $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$ , a ubrzanje sile teže iznosi  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ .

### Zadatak 4 (19 bodova)

Uzak snop jednostruko pozitivno nabijenih jezgara molekula vodika  $\text{H}_2^+$  ubrzan je razlikom potencijala od  $U = 10^6 \text{ V}$  i pada pod pravim kutem na metalnu foliju debljine  $d = 100 \mu\text{m}$ . Prolaskom kroz foliju, molekula  $\text{H}_2^+$  lako preda preostali elektron foliji, a zbog odbojne električne sile između dva protona, koja je sada potpuno neuravnotežena, molekula  $\text{H}_2^+$  se raspade na dva protona.

- Ako je maksimalni kutni rasap izlaznog snopa protona  $\Theta = 0.4^\circ$  i uz pretpostavku da se brzina protona u smjeru gibanja molekule  $\text{H}_2^+$  nije mnogo promjenila prolaskom kroz foliju u odnosu na brzinu  $\text{H}_2^+$  molekule, nađite međusobnu udaljenost protona u molekuli vodika.
- Zašto izlazeći protoni nisu skupljeni u dva snopa, već postoji njihovo rasipanje unutar kuta  $\Theta$ ?



**DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2003**  
**Eksperimentalni zadatak – 2 razred**

**Elektromotorni napon izvora**

**Pribor:**

- Nepoznati izvor struje
- Žice za spajanje (3)
- Krokodilke (4)
- Ampermeter
- Otporna žica poznatog otpora
- Mjerna traka
- Milimetarski papir

**Zadatak**

⇒ Odrediti elektromotorni napon i unutarnji otpor nepoznatog izvora, te struju kratkog spoja grafičkom metodom

U sklopu zadatka je potrebno:

- Nacrtati strujni krug pomoću kojeg će se vršiti mjerjenja (2 boda)
- Teorijski obrazložiti postupak mjerjenja i određivanja elektromotornog napona i unutarnjeg otpora (8 bodova)
- Napraviti što više mjerjenja (otpor žica za spajanje zanemariti) i rezultate prikazati tabelarno (6 bodova)
- Odnos mjerenih veličina prikazati grafički (5 bodova)
- Odrediti iz grafa: elektromotorni napon (3 boda)  
unutarnji otpor izvora (3 boda)  
struju kratkog spoja (3 boda)

**Napomena:** pojedina mjerjenja raditi kratko jer se izvor troši

## Rezultati zadataka 2. grupe (2003.) i smjernice za bodovanje

### Zadatak 1 (15 bodova)

Kako je promjena temperature procesora razmjerna snazi, a procesor normalno radi na temperaturi  $t$ , to znači da je procesoru potrebno hlađenjem odvesti dio snage  $fP$ , gdje je  $f = (P - P(t)) / P = 1 - (t - t_u) / (t_m - t_u) = 0.783$ . (3)

Iz zakona očuvanja energije  $mc(t_i - t_u) = fP\tau$  dobiva se masa zraka u jedinici vremena potrebna za traženo hlađenje, i ona iznosi  $m/\tau = 0.0128 \text{ kg/s}$ . (4)

Iz jednadžbe stanja idealnog plina  $p_1 V = mRT_u / M$  (gdje je  $T_u = t_u + 273 \text{ [K]}$ ) dobiva se volumen usisanog zraka u jedinici vremena  $V/\tau = mRT_u / (p_1 M) = 0.0107 \text{ m}^3/\text{s} = 10.7 \text{ l/s}$ . (4)

Traženi broj okretaja ventilatora tada je  $n = \frac{V/\tau}{V_1} = 46.5 \text{ o/s} = 2790 \text{ o/min}$ . (4)

### Zadatak 2 (17 bodova)

a) Minimalna udaljenost je ona kada se kuglice dotiču, tj.  $d$ . (1)

b) Udarni presjek je  $\sigma = \pi d^2$ . (2)

c)  $b = n\Delta x$ . (2)

d)  $\sigma_v = b\sigma = \pi d^2 n \Delta x$ . (2)

e) Iz  $\sigma_u = 1 = \pi d^2 n l$  se dobiva  $l = \frac{1}{\pi d^2 n}$  (točan numerički izraz je za  $\sqrt{2}$  manji, ali je za njegovo izvođenje potreban nešto komplikiraniji izvod koji traži poznavanje raspodjele brzina u idealnom plinu, što je van okvira programa iz fizike za druge razrede srednjih škola). (2)

f) Da bi se spriječio direktni prijenos topline (energije) između zidova stijenki, srednji slobodni put mora biti manji od razmaka stijenki (tako da se molekula sudari s drugim molekulama, a ne drugom stijenkom), zato je  $l = 1 \text{ cm}$ . (2)

Iz jednadžbe stanja plina  $p = nkT$ , gdje je  $n$  gustoća molekula, za tlak se dobiva

$$p = \frac{kT}{\pi d^2 l} = 0.93 \text{ Pa}. \quad (2)$$

g) Iz kinetičke teorije plinova kinetička energija jedne molekule idealnog plina mase  $m$  je  $\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} kT$ . Otuda je brzina molekula plina  $v = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = 490 \text{ m/s}$ . (2)

(točno bi bilo koristiti izraz za srednju brzinu molekula  $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ , no ona se dobiva iz poznavanja raspodjela brzina molekula u idealnom plinu, pa vrijedi primjedba kao i u e) dijelu rješenja. Bitno je napomenuti da se navedene brzine mnogo ne razlikuju jer je  $\langle v \rangle / v = 0.92$ , pa je za kvalitativno rješenje, tj. rješenje do na red veličine, izraz za  $v$  posve prihvatljiv.)

Srednje slobodno vrijeme između sudara tada je  $\tau = l/v = 2 \cdot 10^{-5} \text{ s}$ . (2)

### Zadatak 3 (19 bodova)

Radi se o pločastom kondenzatoru. Prije priključenja napona, ukupni kapacitet je jednak (paralelni spoj kondenzatora!)  $C_0 = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{la}{d} + \epsilon_0 \frac{lb}{d} = \frac{\epsilon_0 l}{d} (\epsilon_r a + b)$ , gdje je  $l$  širina ploča kondenzatora,  $a$  je visina ulja, a  $b = v - a$  visina ploča kondenzatora iznad razine ulja. (2)

Zbog polarizacije molekula ulja i međudjelovanja polariziranog naboja i ukupnog električnog polja između ploča, javlja se sila koja nastoji dielektrik (ulje) uvući između ploča kondenzatora, tj. razina ulja se priključenjem napona podiže do konačne visine  $a+h$ . (2)

U ravnotežnom stanju je kapacitet jednak

$$C_0 = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{l(a+h)}{d} + \epsilon_0 \frac{l(b-h)}{d} = \frac{\epsilon_0 l}{d} (\epsilon_r (a+h) + b - h). \quad (2)$$

Promjena energije kondenzatora zbog podizanja ulja za visinu  $h$  je

$$\Delta W = \frac{1}{2} (C_1 - C_0) U^2 = \frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) l h U^2}{2d}, \quad (4)$$

i ta energija ide u promjenu potencijalne energije  $\Delta E_{\text{pot}}$  izdignutog sloja ulja, kada se centar mase ulja između ploča podigne s visine  $a/2$  na visinu  $(a+h)/2$ . (2)

Tada je  $\Delta E_{\text{pot}} = (\rho d l h) g (h/2) = \rho d l g h^2 / 2$ . (2)

Izjednačavanjem  $\Delta W = \Delta E_{\text{pot}}$  se za visinu podizanja ulja  $h$  dobiva (2)

$$h = \frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) U^2}{\rho d^2 g} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0.3 \text{ mm}. \quad (3)$$

#### Zadatak 4 (19 bodova)

a) Razmotrimo prvo što se fizikalno događa raspadom mirujuće molekule vodika. U tom trenutku dva protona se počinju odbijati i svaki dobiva impuls sile u smjeru osi molekule. Ti impulsi su po iznosu jednaki, ali su suprotnih smjerova (uz zanemarivanje relativne brzine protona u molekuli prije raspada). Kada su protoni dosta udaljeni, električna sila između njih je zanemariva i oni se kreću jednoliko po pravcu brzinom  $v_\perp$ .

Zbog sačuvanja energije, potencijalna energija dva protona u trenutku raspada molekule,

$$E_{\text{pot}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{d} \quad (\text{gdje je } q \text{ naboј protona, a } d \text{ međusobna udaljenost dva protona u molekuli vodika}), \quad (4)$$

prelazi u kinetičku energiju dva protona na velikoj međusobnoj udaljenosti (na maloj udaljenosti brzina između protona nije stalna)  $E_{\text{kin}} = 2 \frac{mv_\perp^2}{2}$ , gdje je  $m$  masa protona. (3)

Iz  $E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}}$  tada se dobiva  $v_\perp = \sqrt{q^2 / (4\pi\epsilon_0 md)}$ . (2)

Ubrzanjem jednostruko ionizirane molekule vodika razlikom potencijala  $U$ , iz  $qU = 2 \frac{mv_\parallel^2}{2}$

se dobiva brzina vodikove molekule  $v_\parallel = \sqrt{qU/m}$ , (2)

što je i projekcija brzine protona na smjer gibanja molekule vodika, koja se po pretpostavci nije promjenila.

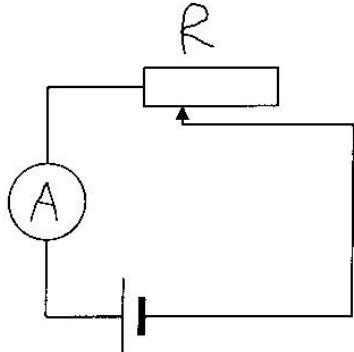
Najviše se otklanjaju protoni iz molekula vodika čija je os bila približno okomita na smjer brzine  $v_\parallel$ . Zato je  $\tan \Theta/2 = v_\perp / v_\parallel \approx \Theta/2$  (jer je tangens malog kuta približno jednak iznosu tog kuta, uz uvjet da se kut izrazi u radijanima, pa je  $\Theta = 0.007$  rad), (3)

te je  $d = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 U(\Theta/2)^2} = \frac{q}{\pi\epsilon_0 U \Theta^2} = 1.17 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ . (2)

b) Pod maksimalnim kutem rasapa nalaze se samo parovi protona iz molekula vodika čija je os u trenutku raspada bila skoro okomita na smjer gibanja molekule prije raspada, dok se parovi protona iz ostalih molekula (tj. onih koje su svoju os u trenutku raspada imale pod nekim kutem značajno manjim od  $90^\circ$  u odnosu na smjer gibanja) nalaze asimetrično raspršeni, ali unutar kuta  $\Theta$ . (3)

## Rješenje

Strujni krug složiti kao na slici:



Prema drugom Kirchhoffovom zakonu vrijedi:

$$E = IR + Ir,$$

gdje je  $E$  elektromotorni napon,  $I$  jakost električne struje,  $R$  vanjski otpor kruga i  $r$  unutarnji otpor izvora. Kao vanjski otpor kruga  $R$  poslužit će nam otporna žica poznatog otpora  $R_0$  i duljine  $l_0$  (duljinu žice i duljinu jednog zavoja odredimo mjerjenjem pomoću mjerne trake), pa je njezin otpor po jedinici

duljine  $\rho' = R_0/l_0$ . Sada je za određenu duljinu  $l$  otporne žice  $R = \rho'l$ . Otpor spojnih žica zanemarujemo. Sada za  $E$  možemo pisati:

$$E = I\rho'l + Ir$$

Mjerena vršimo tako da mijenjamo vanjski otpor mijenjajući duljinu  $l$  otporne žice spojene u strujni krug i za svaku duljinu spojene otporne žice ampermetrom izmjerimo jakost električne struje  $I$  u krugu. Da bismo grafičkom metodom odredili  $E$ ,  $r$  i struju kratkog spoja  $I_{KS}$  pomoću izmjerenih podataka, grafički ćemo ćemo prikazati ovisnost recipročne vrijednosti jakosti struje  $I^{-1}$  o duljini žice  $l$ , jer je ta ovisnost linearna uz pretpostavku da  $E$  i  $r$  ne ovise o jakosti struje:

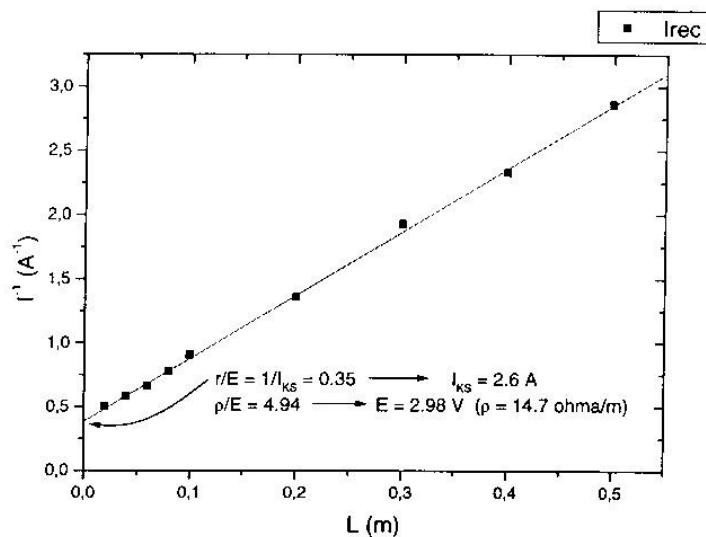
$$I^{-1} = \frac{\rho'}{E}l + \frac{r}{E}$$

Napravimo što više mjerena i podatke prikažemo tabelarno.

Evo primjera jednog takvog seta mjerena:

Br. mjerena	$I$ (m)	$I$ (A)	$I^1$ (A $^{-1}$ )
1	0,5	0,35	2,86
2	0,4	0,43	2,34
3	0,3	0,52	1,92
4	0,2	0,74	1,35
5	0,1	1,11	0,9
6	0,08	1,3	0,77
7	0,06	1,52	0,66
8	0,04	1,73	0,58
9	0,02	2	0,5

Grafički prikaz:



Kroz dobivene točke grafa aproksimativno provučemo pravac. Sjedište pravca i osi ordinata je:

$$\frac{r}{E} = \frac{1}{I_{KS}} \approx 0.35 \text{ A}^{-1} \Rightarrow I_{KS} \approx 2.6 \text{ A}.$$

Nagib pravca je

$$\frac{\Delta I^{-1}}{\Delta l} = \frac{\rho'}{E} \approx 4.94 \frac{1}{\text{Am}} \Rightarrow E \approx 3 \text{ V}.$$

Sada iz  $r/E \approx 0.35 \text{ A}^{-1}$  dobijemo:

$$r \approx E \cdot 0.35 \text{ A}^{-1} \approx 1.1 \Omega.$$