DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2003. - 3. grupa

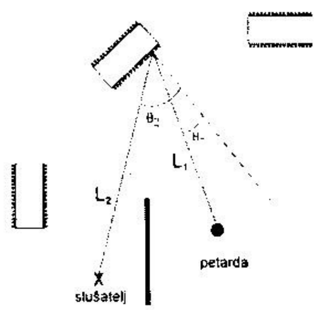
Zadatak 1. (10 bodova)

Veoma zanimljiva stvar može se opaziti za vrijeme vatrometa upriličenih povodom Dana državnosti, Nove godine i sličnih proslava. Naime, kod glasnih eksplozija izazvanih raznim petardama, koje zvuče kao topovi (ono što se u stripovima označava s «Bang!»), okolne zgrade «sviraju» muziku. Reflektirajući se od nekoliko različitih zgrada, do slušatelja dolazi zvuk koji podsjeća na ono što se može čuti kada automobil prijeđe preko rešetke na mostu - kratku, grubu muzičku notu.

Da bi slušatelj čuo takvu notu potrebno je da se u njegovoj blizini nalaze zgrade koje na sebi imaju dugačka vertikalna «rebra» koja se prostiru po cijeloj visini, a služe za razdvajanje nizova prozora. Zvuk se tada reflektira na svakom «rebru» i slušatelj će čuti zvuk koji podsjeća na onaj koji proizvodi olovka kada se prevuće preko češlja.

a) Koju frekvenciju će slušatelj čuti da se reflektirala? Pretpostavi da se zgrada nalazi na udaljenosti L_1 od izvora eksplozije (petarde) i L_2 od slušatelja, a «rebra» na njoj su međusobno udaljena D. Kutovi koje zatvaraju putovi L_1 i L_2 s normalom na površinu zgrade su θ_1 i θ_2. Radi jednostavnosti, pretpostavi da su L_1 i L_2 veliki. Također, između slušatelja i izvora eksplozije nalazi se zid tako da do slušatelja dolazi samo zvuk reflektiran od zgrade.

b) Postoji i druga «slika» ove pojave: da je glasan «bang» u biti zvuk koji sadrži mnogo frekvencija u sebi, a ne samo jednu notu –nešto kao bijela svjetlost, u usporedbi s jednobojnom svjetlosti. Koju frekvenciju bi tada slušatelj čuo, stojeći na istom mjestu kao i u zadatku a), ukoliko bi se sve valne duljine zvuka jednostavno difraktirale na rešetki koju čine «rebra» na zgradi?



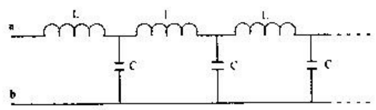
Zadatak 2. (10 bodova)

Strujni krug se sastoji od BESKONAČNOG slijeda zavojnica i kondenzatora, kao na slici.

a) Odredi ukupnu impedanciju takve mreže.

b) Odredi graničnu frekvenciju koja određuje dva različita režima rada takve mreže. Opiši kakvo je širenje signala kroz mrežu u ovisnosti o njihovoj frekvenciji (u slučaju kada je frekvencija signala manja od granične frekvencije i u slučaju kada je frekvencija signala veća od granične frekvencije).

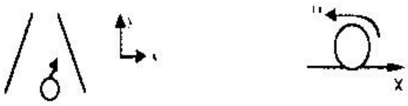
c) Neka je mreža spojena na AC izvor napona jakosti 220 V i frekvencije 50 Hz (gradska mreža). Kapacitet kondenzatora je 1 μF a induktivitet zavojnice je 100 mH. Koliki će biti pad napona na 50-om dijelu mreže? A ako je frekvencija 1000 Hz?



Zadatak 3. (10 bodova)

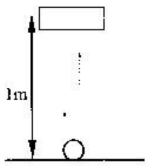
Razmotri problem kugle za kuglanje bačenu niz stazu s početnim spinom (rotacijom oko svoje osi koja je usmjerena u pravcu osi y), kao na slici. Za os y uzmi središnju liniju na stazi, a za os x horizontalan smjer, okomit na stazu. U trenutku kada je kugla izbačena, ima početni spin ω takav da se vrh kugle giba postrance (tj. $\vec{\omega}$ je usmjeren duž y-osi), i brzinu $\vec{v}$ pod kutom θ u odnosu na središnju liniju.

Odredi putanju kugle, dajući x- i y-koordinate u ovisnosti o vremenu, tj. $x(t)$, $y(t)$, gdje je t vrijeme. Pretpostavi da je mjesto dodira kugle i podloge veoma maleno.
Napomena: koristi se moment tromosti za punu homogenu kuglu.



Zadatak 4. (10 bodova)

Opeka pada s visine od 1 metra, udara tenisku lopticu i odskakuje natrag na visinu od (gotovo) 1 m. (Pretpostavi da je masa loptice zanemariva u odnosu na masu opeke, i da je sudar elastičan.) Na koju visinu će odskočiti loptica?



DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2003
Eksperimentalni zadatak – 3 razred

Valovi na vodi

Pribor:

- Okrugla plitka posuda
- Stalak s držačem
- Sustav za kapanje
- Mjerna traka
- Boca s vodom

Zadatak
Zadanim sredstvima treba:

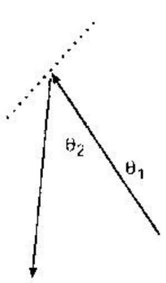
a) odrediti brzinu vala na vodi — 10 bodova
b) odrediti frekvenciju osnovnog stojnog vala — 5 bodova
c) odrediti eksperimentalno frekvenciju prvog harmonika — 5 bodova
d) objasniti postupak i fizikalne osnove određivanja traženih veličina — 10 bodova

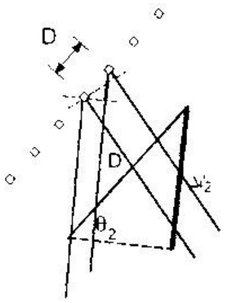
* Ako je potrebno i površina poda se može koristiti kao radna ploha

REZULTATI ZADATAKA 3. GRUPE

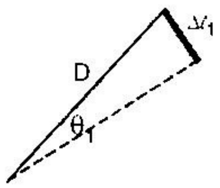
Zadatak 1. (10 bodova)

a) Pitanje je jednostavno ukoliko su udaljenosti velike. Tada su zrake paralelne, i problem se svodi na rješavanje interferencije u tankom sloju. Slika s lijeva pokazuje kutove za dolazne i odlazne zvučne valove. Slika s desna ilustrira razliku prijeđenih putova: pune crte koje prelaze preko putova označavaju gdje su putovi jednaki, a dodatna udaljenost koju jedna zraka (val) mora prijeći označena je debelom linijom. Ovaj dodatni put sastoji se od dva dijela: put koji zraka mora prijeći pri dolasku i put koji mora prijeći pri odlasku od zgrade-rešetke.





Na donjoj slici prikazani su detalji za dolaznu zraku, a na desnoj za odlaznu. Ukupni dodatni put je $\Delta l_1+\Delta l_2$:



$$\frac{\Delta l_1}{D}=\sin\Theta_1,\quad \frac{\Delta l_2}{D}=\sin\Theta_2.$$

$$\Delta l=\Delta l_1+\Delta l_2=D\cdot(\sin\Theta_1+\sin\Theta_2).$$

Pri brzini zvuka v_z, druga refleksija će uslijediti T vremena nakon prve:

$$T=\frac{\Delta l}{v_z}=\frac{D}{v_z}\cdot(\sin\Theta_1+\sin\Theta_2).$$

U biti, sve refleksije se razlikuju za T vremena – zvuk eksplozije dolazi do slušatelja u obliku niza pulsova, a T je *period* ovog ponavljajućeg signala.

Frekvencija je tada:

$$f=\frac{1}{T}=\frac{v_z}{D\cdot(\sin\Theta_1+\sin\Theta_2)}.$$

b) Budući da zvuk eksplozije petarde u sebi sadrži mnogo frekvencija, drugi način na gledanje ovog problema je usporedba s bijelom svjetlosti koja pada na difrakcijsku rešetku i zatim se reflektira - nešto kao svjetlost koja se difraktira na cd-u.

Služimo se formulom za difrakcijsku rešetku:

$n\lambda=D(\sin\Theta_1+\sin\Theta_2)$,

gdje je n red difrakcije. Kada je riječ o zvuku, ton koji se najčešće čuje određen je najnižom frekvencijom, ili najvećom valnom dužinom – fundamentalni ton.

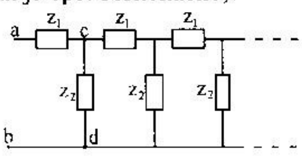
Fundamentalna frekvencija u našem slučaju je:

$$f=\frac{v_z}{\lambda}=\frac{v_z}{D\cdot(\sin\Theta_1+\sin\Theta_2)}.$$

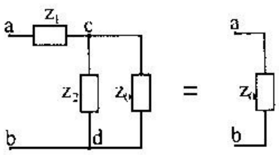
Identično rješenje dobili smo u a) dijelu zadatka.

Zadatak 2. (10 bodova)

a) Pogledajmo prvo beskonačnu mrežu s općenitim impedancijama z_1 i z_2. Uočimo da, budući da je mreža beskonačna, ništa se ne mijenja dodavanjem još jednog dijela mreže na njen «početak»(beskonačno plus jedan je opet beskonačno).



Označimo impedanciju između točaka a i b beskonačne mreže sa z_0; impedancija dijela mreže desno od točaka c i d je također z_0. Dakle mrežu možemo prikazati kao na slici:



Impedancije z_0 i z_2 su povezane paralelno, a zatim serijski sa z_1. Dakle,

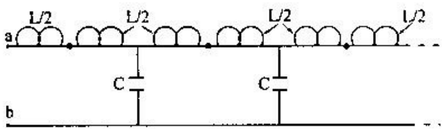
$$z = z_1 + \frac{1}{\left(1/z_2\right) + \left(1/z_0\right)} = z_1 + \frac{z_2 z_0}{z_2 + z_0}.$$

No, ova impedancija je upravo jednaka z_0 iz čega dobivamo

$$z_0 = \frac{z_1}{2} + \sqrt{\left(z_1^2/4\right) + z_1 z_2}.$$

U našem slučaju je $z_1 = i\omega L$ i $z_2 = 1/i\omega C$.

Uočimo da je prvi član u izrazu za ukupnu impedanciju mreže ($\frac{z_1}{2}$) upravo polovica impedancije prvog elementa. Zato je prirodnije nacrtati našu mrežu na sljedeći način:



Gledajući mrežu iz točke a' ukupna impedancija jednaka je:

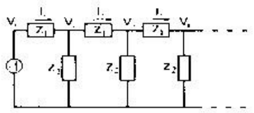
$$z_0 = \sqrt{(L/C) - \left(\omega^2 L^2/4\right)}.$$

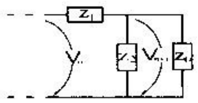
b) Granična frekvencija je $\omega_{gr} = 2/\sqrt{LC}$.

Za $\omega < \omega_{gr}$, impedancija je realna, znači čisti otpor, i dakle **apsorbira** energiju. Budući da se mreža sastoji od beskonačno mnogo elemenata, izvor predaje energiju prvoj zavojnici i kondenzatoru, zatim drugom, pa trećem, itd.... U ovakvom krugu, energija se konstantno apsorbira iz generatora konstantnom brzinom i konstantno teče u mrežu, dajući energiju koja je pohranjena u zavojnicama i kondenzatorima. Dakle, val se širi kroz mrežu.

Za $\omega > \omega_{gr}$, impedancija je čisto imaginaran broj, $z_0 = i\sqrt{\left(\omega^2 L^2/4\right) - \left(L/C\right)}$. U ovom slučaju ne dolazi do širenja vala kroz mrežu.

c) Definirajmo napone i struje kao na slici:





Napon V_{n+1} možemo dobiti iz napona V_n ako se sjetimo da uvijek možemo zamijeniti ostatak mreže poslije n-tog dijela ekvivalentnom impedancijom z_0. Prvo uočimo da svaki V_n, budući da je to pad napona na z_0 mora biti jednak $I_n z_0$. Također, razlika između V_n i V_{n+1} je upravo $I_n z_0$:

$$V_n - V_{n+1} = I_n z_1 = V_n \frac{z_1}{z_0}.$$

Tj., $\dfrac{V_{n+1}}{V_n} = \dfrac{z_0 - z_1}{z_0} = \alpha.$

Pad napona na n-tom dijelu je $V_n = \alpha^n \varepsilon$.

U našem slučaju vrijedi $\alpha = \dfrac{\sqrt{(L/C)-(\omega^2 L^2/4)} - i(\omega L/2)}{\sqrt{(L/C)-(\omega^2 L^2/4)} + i(\omega L/2)}$.

Granična frekvencija za našu mrežu je $\approx 3141\ s^{-1}$. U prvom slučaju je $\omega \approx 314\ s^{-1}$, dakle niže od granične. Tada je izraz ispod korijena realan, apsolutne vrijednosti kompleksnih brojeva u brojniku i nazivniku su jednake i α je po iznosu jednak 1. (Možemo pisati $\alpha = e^{ik}$).
Iz toga slijedi da je pad napona na svakom dijelu mreže jednak naponu izvora, tj. 220 V.
U drugom slučaju je $\omega \approx 6283\ s^{-1}$, tj. $\omega > \omega_{gr}$. Tada možemo pisati $\alpha = \dfrac{\sqrt{(\omega^2 L^2/4)-(L/C)} - (\omega L/2)}{\sqrt{(\omega^2 L^2/4)-(L/C)} + (\omega L/2)}$. Odnosno, $\alpha = 0.318$. Prema tome, pad napona na 50-om dijelu mreže iznosi $V_{50} = (0.318)^{50} \cdot 220 = 2.9 \times 10^{-23}\ V \approx 0\ V$.

Zadatak 3. (10 bodova)

<u>Y:</u>

Translacijsko gibanje (trenje usporava gibanje):
$Ma = -\mu_k Mg \rightarrow a = -\mu_k g$
$v = v_y - \mu_k g t.$
Rotacijsko gibanje (trenje povećava spin kugle):
$I\alpha = \mu_k MgR, I = \dfrac{2}{5}MR^2 \rightarrow \alpha = \dfrac{5\mu_k g}{2R},$
$\varpi = 0 + \dfrac{5\mu_k g}{2R} t.$
Kugla će se klizati sve dok se njena rotacija ne poveća dovoljno da se počne kotrljati. Tada će vrijediti $v = \omega R$. To će se desiti u trenutku danom s:

$$v_y - \mu_k g t^* = \frac{5\mu_k g}{2} t^*$$

$$t^* = \frac{2v_y}{7\mu_k g}.$$

Dakle, gibanje se sastoji od dvije faze-s klizanjem i bez:

$$y(t) = v_y t - \frac{1}{2}\mu_k g t^2, \quad t \le t^*,$$

$$y(t) = y(t^*) + v(t^*)t = \frac{12v_y^2}{49\mu_k g} + \frac{5v_y}{7}t, \quad t \ge t^*.$$

<u>X:</u>

Situacija je ovdje slična:

$$v = v_x - \mu_k g t$$

$$\varpi_y = \varpi - \frac{5\mu_k g}{2R} t.$$

Kada klizanje prestane vrijedi $v = \omega R$. No, ovdje moramo biti pažljivi jer u ovom slučaju v mijenja predznak, pa bismo u biti trebali pisati $|v| = |\omega| R$!

Dalje vrijedi

$$t_2^* = \frac{2(\varpi R + v_x)}{7\mu_k g}$$

$$x(t) = v_x t - \frac{1}{2}\mu_k g t^2, \quad t \le t_2^*$$

$$x(t) = x(t_2^*) + v_2(t_2^*)t = \frac{(\varpi R + v_x)}{49\mu_k g}(12v_x - 2\varpi R) + \frac{5v_x - 2\varpi R}{7}t), \quad t \ge t_2^*$$

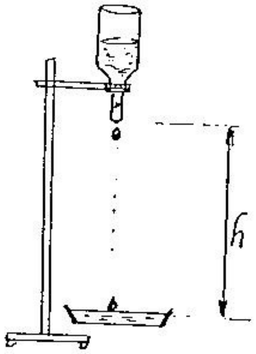
Zadatak 4. (10 bodova)

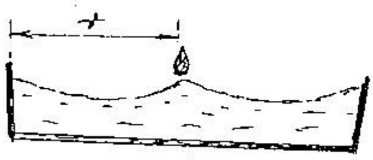
Opeka će pasti, udariti tenisku lopticu, koja će se simetrično komprimirati i zatim vratiti u početni oblik. Tokom kompresije, središte mase loptice prijeđe točno polovicu udaljenosti koju prijeđe vrh loptice (točka koju prvu dodirne opeka). Budući da su ove udaljenosti prijeđene u istom vremenu, brzina središta mase je jednaka točno polovici vrha lopte. Tokom odskoka, u trenutku kada teniska loptica poprima svoj izvorni oblik, opeka (i vrh loptice) postižu svoju najveću brzinu (prema gore), koja je, prema postavljenom problemu, dovoljna da opeka postigne visinu od 1 m. Budući da je visina koju opeka dostigne razmjerna kvadratu vertikalne komponente početne brzine ($H=v^2/2g$), i budući da se središte mase teniske loptice giba baš polovicom brzine opeke u trenutku odvajanja od zemlje, teniska loptica će postići maksimalnu visinu koja je jednaka jednoj četvrtini maksimalne visine opeke, tj. 0.25 m.

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2003
Eksperimentalni zadatak – 3 razred

Rješenje

U okruglu posudu uliti vodu. Poremećaj – val na vodi pobuditi kapljicama iz kapaljke. Treba podesiti frekvenciju kapanja tako da svaka naredna kapljica padne u sredinu okrugle posude s vodom kad se prethodni poremećaj (val) reflektira do sredine posude.





sl.

Poremećaj (val pređe put od sredine posude do ruba i nazad do sredine s= 2r pa je brzina vala v=2r/t (promjer 2r izmjeriti mjernom trakom)
Vrijeme t može se odrediti iz izraza za slobodni pad ako se sikronizira trenutak otkapljivanja s trenutkom pada kapljice. (kad jedna kapljica padne na površinu vode u posudici, slijedeća je počela padati)
Tada je vrijeme padanja kapljice jednako vremenu za koje val na vodi prijeđe put 2r. To se postiže točnim postavljanjem visine padanja kapljice

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Refleksija vala događa se na stjenci posude (čvrsti kraj) pa je

$r = \frac{\lambda}{2}$ jer je $v = \frac{2r}{t} = f\lambda = \frac{1}{T}\lambda \Rightarrow f = f_0 = \frac{v}{\lambda}$

f_0 – frekvencija osnovnog (prvog) stojnog vala

Prvi viši harmonik javit će se ako je λ_1=r. Tada je

$$\lambda_1 = \frac{v}{f_1} \Rightarrow f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{r} = \frac{1}{T_1}$$

Eksperimentalno se odredi vrijeme padanja kapljice za frekvenciju (f_1) stojnog vala prvog harmonika na isti način kao u prethodnom postupku

$$t_1 = T_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$$