

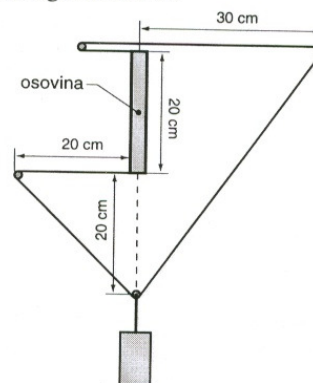
ZUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2003. - 1. grupa

Zadatak 1 (10 bodova)

Tijelo ispaljeno nekom početnom brzinom *uz* kosinu prevali, gibajući se po njoj, udaljenost od 50 cm. Isto tijelo ispaljeno istom početnom brzinom, ali *niz* kosinu, prevali put od 2.5 m. Odredite koeficijent trenja između kosine i tijela, ako je kosina nagnuta za 30° .

Zadatak 2 (10 bodova)

Sustav od četiri koloturice zanemarivih dimenzija, niti zanemarive mase, utega, te čvrstog štapa koji se može okretati slobodno oko osovine (vidi sliku), nalazi se u vertikalnoj ravnini, u ravnoteži u Zemljinom gravitacijskom polju. Pomoću 'zakona poluge' odredite koliko je osovina udaljena od sredine štapa. (Širina štapa je zanemariva.)



Zadatak 3 (10 bodova)

Na pokretnom postolju duljine 10 m učvršćeni su, na jednom kraju, mali top, a na drugom posuda s pijeskom. U jednom trenutku top ispali projektil koji se zaustavi (trenutno) u posudi s pijeskom (na istoj visini na kojoj je otvor topa). Koju visinu je dostigao projektil, ako je vodoravna komponenta njegove početne brzine jednaka 4 m/s (u odnosu na podlogu na kojoj se postolje nalazi), a masa mu je 4 puta manja od mase kolica. Zanemarite trenje.

Zadatak 4 (10 bodova)

Koliki je rad potrebno uložiti da bi drvenu dasku dugačku 7.2 dm konstantnom brzinom gurnuli s ravne ledene podloge na asfaltnu podlogu? Obje podloge se nalaze u istoj ravnini. Trenje između daske i leda je zanemarivo, dok je koeficijent trenja na asfaltu jednak 0.34. Masa daske je 3 kg, a brzina kojom se giba je zanemariva.

Zadatak 5 (10 bodova)

Dometa uređaja za ispaljivanje 'glinenih golubova' (projektila koji služe za vježbanje gađanja iz lovačke puške) iznosi 100 m. Pri tom 'glineni golub' dostigne visinu od 25 m. Koliku bi visinu dosizao taj glineni golub na Marsu, ako mu je tamo dometa 260 m? (Zanemarite trenje s atmosferskim plinovima.)

Rezultati zadataka 1. grupe (2003) i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (10 bodova)

Zakon očuvanja energije kada se tijelo giba uz i niz kosinu glasi:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_1 + F_{\nu}l_1 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_2 = F_{\nu}l_2 \quad (1)$$

Budući su h_1 i l_1 (tj. H_2 i l_2) stranice trokuta čiji je kut jednak 30° , vrijedi:

$$h_1 = l_1/2, \quad h_2 = l_2/2 \quad (2)$$

Osim toga, sila trenja je jednaka:

$$F_{\nu} = \mu N, \quad N = \frac{\sqrt{3}}{2}mg \quad (2)$$

Uvrštavanjem u prve dvije jednadžbe dobije se:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mg \frac{1}{2}l_1 + \mu mg \frac{\sqrt{3}}{2}l_1, \quad \frac{1}{2}mv_0^2 + mg \frac{1}{2}l_2 = \mu mg \frac{\sqrt{3}}{2}l_2 \quad (1)$$

Oduzimanjem se pokrate kinetičke energije i slijedi izraz:

$$mg \frac{1}{2}l_2 = \mu mg \frac{\sqrt{3}}{2}(l_2 - l_1) - mg \frac{1}{2}l_1 \quad (1)$$

Oдавде dobivamo koeficijent trenja:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{l_2 + l_1}{l_2 - l_1} = 0.866 \quad (2)$$

Zadatak 2 (10 bodova)

Zakon poluge nam kaže da produkt sile i kraka mora biti jednak s obje strane:

$$F_D(l/2 + x) = F_G(l/2 - x) \quad (3)$$

($F_{D(G)}$ – sila na donjem (gornjem) kraju štapa, x – pomak osovine prema gore u odnosu na sredinu).

Sile $F_{D(G)}$ se prenose po niti do objesišta utega, gdje njihov vektorski zbroj mora biti jednak ukupnom vektoru težine utega. (1)

Posebno, vodoravne komponente sila ($F_{D(G)\parallel}$)

$$F_{D\parallel} = \frac{\sqrt{2}}{2}F_D, \quad F_{G\parallel} = \frac{3}{5}F_G \quad (2)$$

(te komponente se mogu dobiti iz sličnosti trokuta) moraju biti jednake:

$$F_{D\parallel} = F_{G\parallel} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}F_D = \frac{3}{5}F_G \quad (1)$$

Dijeljenjem prvog izraza s tim, dobivamo:

$$\sqrt{2} \left(\frac{l}{2} + x \right) = \frac{5}{3} \left(\frac{l}{2} - x \right) \quad (1)$$

Rješavanjem jednadžbe izlazi:

$$x = \frac{l}{2} \frac{5/3 - \sqrt{2}}{5/3 + \sqrt{2}} = 8.194 \text{ mm} \quad (2)$$

Zadatak 3 (10 bodova)

Zbog sačuvanja količine gibanja, možemo dobiti brzinu postolja nakon ispaljivanja projektila:

$$mv = MV \quad (1)$$

(m , v – masa i brzina projektila, M , V – masa i brzina postolja). Za vrijeme leta projektila, i postolja se giba, pa vrijedi:

$$\frac{x}{V} = \frac{l-x}{v} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{l}{1 + \frac{v}{V}} = \frac{l}{1 + \frac{M}{m}} \quad (3)$$

(l – duljina kolica, x pomak kolica u trenutku udara projektila u pijesak). Vrijeme proteklo od ispaljivanja projektila do udara u pijesak je:

$$t = \frac{x}{V} = \frac{l}{v} \frac{1}{1 + \frac{m}{M}} = \frac{10}{4} \frac{1}{1 + \frac{1}{4}} = 2 \text{ s} \quad (2)$$

To znači da projektil dosegne maksimalnu visinu za 1 s. (2)

Odatle možemo dobiti visinu:

$$h_M = \frac{1}{2} g t^2 = 5 \text{ m} \quad (g = 10 \text{ m/s}^2) \quad \text{ili} \quad h_M = \frac{1}{2} g t^2 = 4.905 \text{ m} \quad (g = 9.81 \text{ m/s}^2) \quad (2)$$

Zadatak 4 (10 bodova)

Kako dasku guramo konstantnom brzinom, to je sila kojom to radimo u svakom trenutku jednaka sili trenja. (2)

Trenje potječe samo od kontakta s asfaltom, tako da je:

$$F_r(x) = \mu mg \frac{x}{l} \quad (4)$$

Ako nacrtamo "sila-pomak" graf onda je površina ispod njega numerički jednaka radu koji treba uložiti (faktor $\frac{1}{2}$ dolazi zbog grafa koji odgovara trokutu):

$$W = \frac{1}{2} F_r(x=l)l = \frac{1}{2} \mu mgl = 3.672 \text{ J} \quad (g = 10 \text{ m/s}^2) \quad \text{ili} \quad 3.602 \text{ J} \quad (g = 9.81 \text{ m/s}^2) \quad (4)$$

Zadatak 5 (10 bodova)

U najvišoj točki putanje 'glinenog goluba' za domet D , visinu H i početnu brzinu v_{0y} , vrijedi:

$$\frac{D}{2} = v_{0x}t, \quad H = \frac{1}{2} g t^2, \quad v_{0y} = gt. \quad (2)$$

Iz te tri jednadžbe (npr. dijeljenjem druge i prve, te zatim uvrštavanjem t iz treće):

$$\frac{H}{D} = \frac{gt^2/2}{2v_{0x}t} = \frac{gt}{4v_{0x}} = \frac{v_{0y}}{4v_{0x}} \quad (5)$$

Prema tome, omjer maksimalne visine i dometa ovisi samo o početnim brzinama.

(*Napomena:* Ako učenik gornju tvrdnju dokaže bilo kojim drugim 'legalnim' putem [npr. korištenjem izraza za kosi hitac], treba mu priznati sve bodove. Ali, ako to samo pretpostavi/pogodi bez izvoda, onda mu za taj dio rješenja treba dati samo 2 boda.)

Kako su te brzine iste, slijedi:

$$\frac{H_M}{D_M} = \frac{H_Z}{D_Z} \quad \Rightarrow \quad H_M = \frac{H_Z}{D_Z} D_M \quad (2)$$

Uvrštavanjem:

$$H_M = 65 \text{ m} \quad (1)$$