ZUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2003 - 4. grupa

Zadatak 1 (10 bodova)

Na jednakostraničnu trokutastu uspravnu prizmu upada snop bijele svjetlosti paralelno s ravninom baze kutem α s obzirom na okomicu na stranicu.
a) Kolika je razlika kuteva pod kojim iz prizme izlaze zraka crvene svjetlosti valne duljine 700nm za ko indeks loma stakla 1,61 i zraka ljubičaste svjetlosti valne duljine 400nm za koju je indeks loma 1,66, a α=60°.
b) Unutar kojeg intervala mora biti kut α tako da sa one strane kao u a) zadatku crvena zraka izla ljubičasta ne izlazi iz prizme?

Zadatak 2 (10 bodova)

Dva jednaka zvučnika spojena na isto pojačalo proizvode monokromatski zvuk čija frekvencija poprimiti vrijednost između 300Hz i 600Hz. Brzina zvuka je 340m/s. Na mjestu gdje stojiš (negdje izı zvučnika i na pravcu na kojem su i zvučnici) čuješ zvuk minimalnog intenziteta.
a) Zašto čuješ minimalni intenzitet zvuka?
b) Ako se jedan od zvučnika primakne prema tebi za 39,8cm, zvuk koji čuješ postaje maksimalnog intenz Kolika je frekvencija zvuka?
c) Za koliko se najmanje moraš nakon toga pomaknuti prema zvučniku koji se nije pomicao da bi inte zvuka ponovno postao minimalan?

Zadatak 3 (10 bodova)

Čestici mase *m* dopušteno je slobodno gibanje samo u jednoj dimenziji i to samo duž puta ograničene du *L* (fizičari bi rekli da se čestica nalazi u jednodimenzionalnoj beskonačnoj potencijalnoj jami). Izvedite za dopuštene vrijednosti energije čestice uzimajući u obzir da se može ostvariti samo onakvo gibanje za se cjelobrojni višekratnik polovine deBroglieve valne duljine poklapa sa *L*.
Takav jednostavan model donekle uspješno opisuje energiju elektrona koji se nalazi u žici debljine nek atoma i duljine nekoliko nanometara. Izračunajte najnižu energiju koju može imati elektron mase $9{,}11\cdot10^{-}$ te energiju njegovog prvog i drugog pobuđenog stanja, ako je duljina žice 2nm. Kolika mora biti valna du fotona koji bi pobudio elektron iz osnovnog stanja u drugo pobuđeno stanje? Koje su moguće valne du fotona koje bi emitirao elektron pri povratku iz drugog pobuđenog stanja u osnovno?
Primijenite razmatrani model i na kuglicu mase 1g koja se može gibati unutar cijevi duljine 30cm i pron istog kao što je promjer kuglice! Izračunavši dopuštene energije odgovorite zašto ovdje ne primjeću kvantne efekte kakve smo vidjeli kod elektrona u jednodimenzionalnoj kratkoj žici? Planckova konstan $h=6{,}626\cdot10^{-34}$Js, a brzina svjetlosti $c=3\cdot10^{8}$m/s.

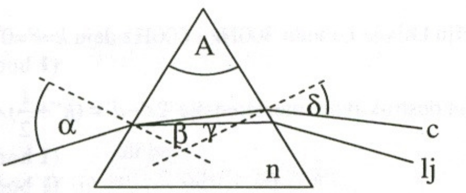
Zadatak 4 (10 bodova)

Navodno se ozbiljno planira koncept solarnog jedrenja za pokretanje svemirskih brodova. Brod ukupne 30 tona ima veliko lagano jedro kojim iskorištava impuls sile Sunčevog zračenja. Je li bolje apsorbiraju reflektirajuće jedro i zašto? Ukupna snaga koju zrači Sunce iznosi $3{,}9\cdot10^{26}$W. Koliko mora biti veliko j koje je okomito na upadno zračenje, da bi brod mogao savladati privlačnu silu Sunca? Zašto rješenje ne o udaljenosti od Sunca? Masa Sunca je $2\cdot10^{30}$kg, Newtonova gravitacijska konstanta $G=6{,}67\cdot10^{-11}$Nm^2/k brzina svjetlosti $c=3\cdot10^{8}$m/s.

Zadatak 5 (10 bodova)

Francuski fizičar Armand Fizeau vrlo je precizno izmjerio brzinu svjetlosti. Također je eksperiment pronašao da u rezervoaru s vodom, koji se u laboratorijskom sustavu giba brzinom *V*, brzina svjetlo obzirom na laboratorijski sustav iznosi $v=c/n+k\cdot V$. n=1,333 je indeks loma vode. On je za konstan eksperimentalno dobio vrijednost 0,44. Koliku vrijednost za k dobijete računom preko relativisti transformacija? Za x<<1 može se uzeti $(1+x)^{-1}\approx1-x$.

Zadatak 1. (10 bodova)



a) Slika **(1 bod)**

$1\cdot\sin\alpha = n\cdot\sin\beta$, $n\cdot\sin\gamma = 1\cdot\sin\delta$ **(0,5 boda)**

$A+(90°-\beta)+(90°-\gamma)=180°$, tj. $A=\beta+\gamma$. **(0,5 boda)**

$$\sin\delta = n\sin(A-\beta) = n\sin A\sqrt{1-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}} - \cos A\sin\alpha$$ **(1 bod)**

Za $A=60°$ i $\alpha=60°$, $n_c=1{,}61$ dobije se $\sin\delta_c=0{,}7424$, $\delta_c=47{,}94°$ **(1 bod),**

a uz $n_{lj}=1{,}66$ dobije se $\sin\delta_{lj}=0{,}7934$, $\delta_{lj}=52{,}51°$ **(0,5 boda)**

$\delta_{lj}-\delta_c = 4{,}57°$ **(0,5 boda)**

b) Ljubičasta zraka ne izlazi iz prizme ako se potpuno reflektira, dakle za $\sin\gamma_{lj}>1/n_{lj}$. **(0,5 boda)**

To znači $\sin\delta_{lj}>1$, to jest $\sin A\cdot(n_{lj}-\sin^2\alpha)^{1/2} > 1+\cos A\cdot\sin\alpha$ **(0,5 boda)**

Granični α_{lj} dobije se uz znak jednakosti iz čega slijedi $\sin^2\alpha+2\cdot\cos A\cdot\sin\alpha+1-n_{lj}^2\cdot\sin^2 A=0$ čije rješenje je

$\sin\alpha = -\cos A + \sqrt{\cos^2 A - 1 + n_{lj}^2\sin^2\alpha}$, dok smo negativno rješenje odbacili jer je $0<\alpha<90°$. **(1 bod)**

Slijedi $\sin\alpha_{lj}=0{,}6475$, $\alpha_{lj}=40{,}35°$ **(0,5 boda)**

Za $\alpha>\alpha_{lj}$, povećat će se β, smanjit će se γ, ostvarit će se $\sin\delta<1$, pa ljubičasta zraka izlazi iz prizme.

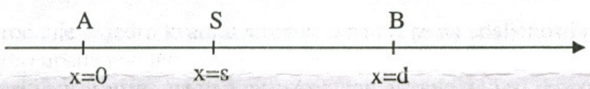
Za $\alpha<\alpha_{lj}$, smanjit će se β, povećat će se γ, ostvarit će se $\sin\delta>1$, pa ljubičasta zraka ne izlazi iz prizme **(1 bod).**

Za crvenu zraku dobije se na isti način granični kut $\sin\alpha_c = -\cos A + \sqrt{\cos^2 A - 1 + n_c^2\sin^2\alpha}$ =0,5927, pa je $\alpha_c=36{,}35°$ **(0,5 boda)**

Za veći α crvena zraka izlazi, a za manji se reflektira.

Dakle, da bi crvena zraka izišla, a ljubičasta ne, svjetlost u prizmu mora upadati pod kutem $36{,}35°<\alpha<40{,}35°$ **(1 bod).**

Zadatak 2. (10 bodova)



Slika **(0,5 boda)**

a) Da bi slušač S opažao najslabiji intenzitet, zvučni valovi koji k njemu dolaze od zvučnika A i zvučnika B moraju interferirati destruktivno **(0,5 boda)**

Uvjet je $\Delta = (k+\frac{1}{2})\lambda$, gdje je k cijeli broj, a λ valna duljina. **(0,5 boda)**

Razlika puteva dvaju valova je $\Delta=s-(d-s)=2s-d$. **(0,5 boda)**

b) Za destruktivnu interferenciju prije pomicanja je $2s-d=(k+\frac{1}{2})\lambda$ **(1 bod)**

Da bi se nakon pomicanja B čuo maksimalan intenzitet, mora se ostvariti uvjet za konstruktivnu interferenciju $2s-d'=k'\lambda$, gdje je d' novi položaj zvučnika B, a k' je bilo koji cijeli broj **(1 bod).**

Uz $\lambda = \frac{v}{f}$, gdje je v=340m/s, dobije se $f = v\frac{\left(k-k'+\frac{1}{2}\right)}{d-d'}$ **(1 bod)**.

Zadano je d-d'=0,398cm. Od svih parova k i k' frekvenciju koja je između 300Hz i 600Hz daju $k=k'=0$ ili bilo koji drugi $k=k'$ te se dobije f=427Hz. **(1 bod)**

c) S se pomakne na položaj s' tako da je zadovoljen uvjet destruktivne interferencije $2s'-d'=(k''+\frac{1}{2})\lambda$, gdje je k'' cijeli broj **(1 bod)**.

Prije pomicanja S, bilo je $2s$-d'=$k'\lambda$. **(1 bod)**

Slijedi $s-s'=\left(k'-k''-\frac{1}{2}\right)\frac{v}{2f}$ **(1 bod)**.

Budući da se traži najmanji pomak za koji je $s>s'$, potrebno je uvrstiti k'-k''=1, pa je potreban pomak prema zvučniku A za s-s'=19,9cm. **(1 bod)**

Zadatak 3. (10 bodova)

Energija čestice mase m pod zadanim uvjetima je $E=p^2/(2m)$, gdje je p količina gibanja **(0,5 boda)**
Ostvarena su onakva gibanja za koja je $L=n\cdot\lambda/2$ **(0,5 boda)**
gdje je n cijeli broj, L duljina jame, a $\lambda=h/p$ deBroglieva valna duljina **(0,5 boda)**
Slijede dopuštene energije $E=n^2h^2/(8mL^2)=E_n$, n=1,2,3,... **(1,5 boda)**
Uz L=2nm, $m=9{,}11\cdot10^{-31}$kg i $h=6{,}626\cdot10^{-34}$Js dobije se:
energija osnovnog stanja (n=1) $E_1=1{,}506\cdot10^{-20}$J=0,094eV **(0,5 boda)**
energija prvog pobuđenog stanja (n=2) $E_2=6{,}024\cdot10^{-20}$J=0,377eV **(0,5 boda)**
energija drugog pobuđenog stanja (n=3) $E_3=1{,}355\cdot10^{-19}$J=0,847eV **(0,5 boda)**
Za prijelaz iz n=1 u n=3 potrebna je energija fotona E_3-E_1 **(0,5 boda)**
pa je njegova valna duljina $\lambda'=hc/(E_3-E_1)$=1650nm **(1 bod)**.
Povratak elektrona iz n=3 može biti direktno u n=1 pri čemu će emitirati foton iste valne duljine λ'_1=1650nm **(0,5 boda)**
No, povratak može biti i u dva koraka: iz n=3 u n=2 pa potom iz n=2 u n=1 **(0,5 boda)**
pri čemu se emitira foton valne duljine $\lambda'_2=hc/(E_3-E_2)$=2641nm **(0,5 boda)**
i $\lambda'_3=hc/(E_2-E_1)$=4397nm **(0,5 boda)**
Za kuglicu mase 1g u cijevi duljine 0,3m dopuštene energije su $E_n=6{,}1\cdot10^{-64}\text{J}\cdot n^2$.
Nekoliko prvih energija su $E'_1=6{,}1\cdot10^{-64}$J, $E'_2=2{,}44\cdot10^{-63}$J, $E'_3=5{,}49\cdot10^{-63}$J, ... **(1 bod)**
Tako međusobno bliske energije ne možemo razlikovati te energiju promatramo kao kontinuiranu. **(1 bod)**

Zadatak 4. (10 bodova)

Brod čije je jedro kvadrat stranice a nalazi se na udaljenosti r od Sunca i uzimamo $a<<r$ pa tada okomito n jedro upada paralelan snop fotona. **(0,5 boda)**
Svaki apsorbirani foton donosi količinu gibanja, to jest proizvodi impuls sile h/λ. Ukoliko se on reflektira, predaje količinu gibanja $2h/\lambda$, gdje je h Planckova konstanta, a λ valna duljina fotona (pretpostavlja se mal brzina broda s obzirom na brzinu svjetlosti c) **(1 bod)**.
Dakle, efikasnije je reflektirajuće jedro. **(0,5 boda)**

N reflektiranih fotona proizvodi impuls sile $F\Delta t = N\frac{2h\nu}{c}$, gdje je $h\nu$ energija fotona **(1 bod)**.

Tako je ukupna sila $F=\frac{2}{c}\frac{\Delta(Nh\nu)}{\Delta t}=\frac{2}{c}\frac{\Delta E}{\Delta t}=\frac{2}{c}P$, gdje je P upadna snaga svjetlosti na jedro **(1 bod)**.

Isti bi se rezultat dobio i korištenjem valne teorije svjetlosti po kojoj je tlak svjetlosti $p=2I/c$, uz intenzitet svjetlosti I, a faktor 2 uključen je zbog savršene refleksije.
Na udaljenosti r od Sunca, koje emitira jednoliko u svim smjerovima, snaga zračenja po jedinici površine iznosi $\frac{P_0}{4\pi r^2}$, gdje je P_0 ukupna snaga koju zrači Sunce, pa na jedro upada snaga $\frac{P_0}{4\pi r^2}a^2$ **(2 boda)**.

Slijedi sila potiska $F = \frac{2}{c}\frac{a^2}{4\pi r^2}P_0$ **(0,5 boda**

Ona mora biti veća od gravitacijske sile Sunca $G\frac{mM}{r^2}$, gdje je $M= 2\cdot 10^{30}$kg masa Sunca, m=30000kg masa broda i G=6,67$\cdot 10^{-11}$Nm^2/kg^2 gravitacijska konstanta **(0,5 boda**

Slijedi da površina mora biti veća od $a^2 = \frac{4\pi cGMm}{P_0}$ =38,7$\cdot 10^6$m^2=38,7km^2 , to jest a=6,2km, da bi se brod mogao udaljiti od Sunca **(1 bod)**.

Rezultat ne ovisi o r jer intenzitet svjetlosti, to jest broj fotona u jedinici vremena, opada s kvadratom udaljenosti od Sunca, isto kao i gravitacijska sila privlačenja. **(2 boda)**

Zadatak 5. (10 bodova)

Koordinate u laboratorijskom sustavu su x i t, a u sustavu rezervoara vode x' i t'. Tada vrijede relativističk transformacije $x = \frac{x'+Vt'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$ i $t = \frac{t'+\frac{Vx'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$, gdje je V brzina rezervoara u laboratorijskom sustavu i c brzina svjetlosti **(1 bod)**.

Dijeljenjem ta dva izraza dobije se $v = \frac{v'+V}{1+\frac{Vv'}{c^2}}$, gdje je v brzina u laboratorijskom sustavu i v' brzina u sustavu rezervoara **(2 boda)**.

Za V<<c može se uzeti $\frac{1}{1+\frac{Vv'}{c^2}} \approx 1-\frac{Vv'}{c^2}$ **(1 bod)**.

Tada je $v \approx (v'+V)\left(1-\frac{Vv'}{c^2}\right) = v'+V-Vv'^2/c^2-V^2v'/c^2$ **(2 boda)**.

$v'=c/n$ je brzina svjetlosti u sustavu rezervoara vode indeksa loma n=1,333 **(1 bod)**.

$Vv'^2 << V^2v'$ pa za brzinu svjetlosti u laboratorijskom sustavu preostaje $v = \frac{c}{n} + \left(1-\frac{1}{n^2}\right)V$ **(2 boda)**.

1-1/n^2=0,437 pa je relativističkim transformacijama pored oblika jednadžbe kakvu je pokazao Fizeau dobiven također i koeficijent približno onoliki koliki je on odredio eksperimentalno. **(1 bod)**