DRŽAVNI SUSRET I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Mali Lošinj, 13.-16. svibnja 2004.

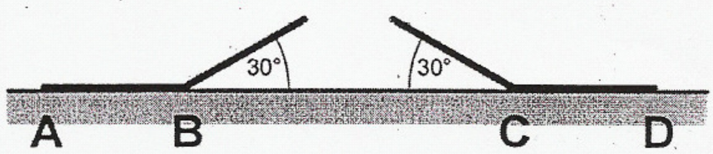
Srednje škole – 1. grupa

Zadatak 1 (16 bodova)

Jedan kraj nerastezljive niti zanemarive mase pričvrstimo za posudu s vodom, a drugi za uteg, dvostruko veće mase od posude (zajedno s vodom!). Nit prebacimo preko koloture na rubu stola tako da uteg slobodno visi, a posudu s vodom stavimo na gornju (vodoravnu) površinu stola. Tijela pustimo da se slobodno gibaju. Nakon nekog vremena površina vode se umiri, zatvarajući pritom kut od 30° u odnosu na površinu stola. Odredite koeficijent trenja između posude s vodom i stola. (Kolotura se može slobodno okretati i masa joj je zanemariva.)

Zadatak 2 (18 bodova)

Staza za male autiće-igračke s 'preskokom' sastavljena je od četiri identičnih komada žljebastog lima (vidi sliku) pričvršćenih za vodoravni pod. 'Preskok' je pod kutem od 30°, a duljina jednog komada lima je 0.6 m. Kolika mora biti udaljenost između točaka **A** i **D**, ako želimo da kuglica koja u točku **A** ulazi s vodoravnom brzinom od 2.5 m/s, *bez odbijanja* dođe do točke **D**? Zahtjev 'bez odbijanja' znači da kuglica ni u jednom trenutku ne skakuće po žljebu, ili, drugim riječima, da je brzina paralelna žljebu u svakom trenutku u kojem se kuglica po njemu giba. (Zanemarite bilo koji oblik trenja.)



Zadatak 3 (17 bodova)

Uteg, pričvršćen na jedan kraj nerastezljive niti zanemarive mase, zavrtimo u okomitoj ravnini tako da mu putanja opisuje potpune kružnice. Drugi kraj niti je pričvršćen za 'specijalni' dinamometar koji miruje u centru vrtnje. (Dinamometar je 'specijalni' jer nema pokretnih dijelova, pa se prema tome udaljenost tijela od centra vrtnje – neovisno o sili koju dinamometar mjeri – *ne* mijenja.) Odredite koliko je puta *razlika* očitanja najveće i najmanje sile za vrijeme vrtnje, veća (ili manja) od vrijednosti koju dinamometar pokazuje kada uteg slobodno i nepomično visi na niti?

Zadatak 4 (19 bodova)

Dvije kuglice, međusobno razmaknute, miruju u ravnoj i neprozirnoj – vodoravno postavljenoj – cijevi. Treću kuglicu ubacimo u otvor cijevi nekom početnom brzinom. Ubrzo nakon toga, treća kuglica se vrati brzinom upola manjom od početne, jedna kuglica izleti iz drugog kraja cijevi, a jedna ostane u cijevi. Ukupni broj sudara kuglica je najmanji mogući. Odredite kako se odnose mase kuglica, ako pretpostavimo da su njihovi međusobni sudari centralni i savršeno elastični, te ako je unutrašnji promjer cijevi tako mali da se kuglice ne mogu mimoići.

DRŽAVNI SUSRET I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Mali Lošinj, 13.-16. svibnja 2004.

Srednje škole – 1. grupa – eksperimentalni zadatak

Pribor: stativni pribor, ravnalo od 30 cm, uteg od 0.2 N, 3 niti konca, matica.

Zadatak: 1. Odrediti koeficijent trenja između matice i čeličnog štapa.
2. Odrediti silu trenja.

a) teoretsko objašnjenje, slika i izvod izraza za μ	14 bodova
b) određivanje sile trenja	9 bodova
c) tablični prikaz mjerenja	5 bodova
d) račun pogreške	2 boda
ukupno:	30 bodova

DRŽAVNI SUSRET I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Mali Lošinj, 13.-16. svibnja 2004.

Srednje škole – 1. grupa - rješenja

Zadatak 1 (16 bodova)

Nakon što se voda umirila, zbog njenog konstantnog nagiba slijedi da se posuda s vodom giba konstantnom akceleracijom. (2)

Jednadžba gibanja (II Newtonov zakon) za sustav posude s vodom i utega, glasi:

$$2mg - F_{tr} = (m + 2m)a \qquad (5)$$

Kako je sila trenja jednaka:

$$F_{tr} = \mu mg \qquad (2)$$

dobivamo:

$$2mg - \mu mg = 3ma \qquad (1)$$

iz čega možemo dobiti koeficijent trenja:

$$\mu = 2 - 3\frac{a}{g} \qquad (2)$$

Akceleraciju a možemo dobiti iz činjenice da je nagib vode 30°:

$$\frac{a}{g} = \frac{1}{\sqrt{3}} \qquad (3)$$

Uvrštavanjem u prethodni izraz, dobivamo:

$$\mu = 2 - \sqrt{3} \qquad (1)$$

Zadatak 2 (18 bodova)

Udaljenost od točke **A** do **D** možemo izračunati kao zbroj udaljenosti koji dolazi zbog samih štapova (L_1), i udaljenosti krajeva štapova gdje se nalaze 'preskoci' (L_2).

Ukupna duljina ~~koja~~ dolazi od samih štapova jednaka je:

$$L_1 = l + 2l_{30} + l \qquad (1)$$

Iz pripadnog trokuta možemo odrediti:

$$l_{30} = l\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad (1)$$

odakle slijedi:

$$L_1 = l\left(\sqrt{3} + 2\right) \qquad (1)$$

Ako sa $2D$ označimo horizontalnu udaljenosti pripadnih rubova 'preskoka', onda je ukupna duljina jednaka:

$$L = L_1 + L_2 = l\left(\sqrt{3} + 2\right) + 2D$$

Udaljenost D možemo naći iz zahtjeva da vektor brzine kuglice pri slijetanju otklonjen za 30° od horizontale. A budući da taj vektor samo u jednoj točki ima taj smjer, nužno – iz simetrije – slijedi da kuglica mora sletjeti na žljeb na istu visinu s koje je i izbačena. (2)

Ako u najvišoj točki putanje kuglica ima brzinu u vodoravnom smjeru v_{x0}, onda vrijedi (horizontalni hitac):

$$v_x = v_{x0}$$
$$v_y = -gt \qquad (1)$$

Zahtjev na brzine nam onda daje vrijeme:

$$\frac{v_y}{v_x} = \frac{-v/2}{v\sqrt{3}/2} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad \frac{-gt}{v_{x0}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{v_{x0}}{g} \qquad (3)$$

koje možemo u[illegible] u

$$x = v_{x0}t$$

kako bi dobili traženu udaljenost D:

$$D = \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{v_{x0}^2}{g} \qquad (2)$$

Još ostaje naći vrijednost brzine v_{x0}. To možemo naći pomoću brzine u točki u kojoj kuglica napušta žljeb (v_1):

$$v_{x0} = \frac{v_1\sqrt{3}}{2} \qquad \Rightarrow \qquad v_1 = \frac{2v_{x0}}{\sqrt{3}} \qquad (1)$$

A brzinu v_1 možemo dobiti iz zakona očuvanja energije:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mg\left(\frac{1}{2}l\right) \qquad \Rightarrow \qquad v_1^2 = v_0^2 - gl \qquad (3)$$

Uvrštavanjem, konačno dobivamo za D:

$$D = \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{1}{g}\frac{3v_1^2}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}\frac{1}{g}\left(v_0^2 - gl\right) \qquad (2)$$

Slijedi izraz za ukupnu duljinu:

$$L = l\left(\sqrt{3}+2\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{1}{g}\left(v_0^2 - gl\right)$$

Uvrštavanjem:

~~[illegible]~~ ($g = 10\,\mathrm{m/s^2}$) L = 2.27 m (1)

~~[illegible]~~ ($g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$) L = 2.28 m

Zadatak 3 (17 bodova)

Ukupna napetost niti potječe od težine utega i centripetalne sile. Očito, ta je napetost (N_d) najveća u najnižem položaju utega, jer se tada zbrajaju težina utega i centripetalna sila:

$$N_d = mg + \frac{mv_d^2}{R} \qquad (2)$$

Napetost je najmanja u najgornjoj točki gibanja (N_g), jer se tamo od centripetalne sile oduzima težina utega.

$$N_g = -mg + \frac{mv_g^2}{R} \qquad (3)$$

Osim toga, u najvišoj točki putanje je i brzina, kojom se uteg giba, manja; zakon očuvanja energije nam daje vezu između 'donje' i 'gornje' brzine:

$$\frac{1}{2}mv_d^2 = \frac{1}{2}mv_g^2 + mg\,(2R) \qquad \Rightarrow \qquad v_d^2 - v_g^2 = 4gR \qquad (4)$$

Razlika koju dinamometar pokazuje jednaka je dakle:

$$\Delta N = N_d - N_g = \frac{m}{R}\left(v_d^2 - v_g^2\right) + 2mg \qquad (2)$$

Uvrštavanjem prije dobivenu vezu između donje i gornje brzine, dobivamo:

$$\Delta N = \frac{m}{R}4gR + 2mg = 4mg + 2mg = 6mg \qquad (3)$$

Kada uteg miruje, onda dinamometar pokazuje samo njegovu težinu:

$$N_0 = mg \qquad (2)$$

Odavde slijedi traženi omjer:

$$\frac{\Delta N}{N_0} = 6 \qquad (1)$$

Zadatak 4 (19 bodova)

Označimo kuglice brojevima 1 (kuglica koja je mirovala u cijevi i koja izleti van), 2 (kuglica koja ostaje mirovati unutar cijevi) i 3 (kuglica koja je imala početnu brzinu).
S obzirom da su svi sudari (procesi) savršeno elastični, neovisno o postojanju kuglice broj 2, možemo napisati zakon očuvanja impulsa i energije za prvu i treću kuglicu: (4)

$$m_3 v_3 = m_3\left(-v_3/2\right) + m_1 v_1 \qquad (1)$$

$$\frac{1}{2} m_3 v_3^2 = \frac{1}{2} m_3 \left(\frac{v_3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \qquad (1)$$

Uvrštavanjem v_1 iz prve jednadžbe u drugu, dobivamo traženi omjer masa prve i treće kuglice:

$$m_3 : m_1 = 1 : 3 \qquad (3)$$

Očito ukupni broj sudara kuglica je veći od 1. (2)
Nije teško vidjeti da je najmanji broj sudara jednak 2: prvo kuglica 3 udara u kuglicu 2, zatim kuglica 2 udara u kuglicu 1. (3)
Iz činjenice da se nakon sudara kuglice 2 i 1, kuglica 2 zaustavila slijedi:

$$m_2 v_2 = m_1 v_1 \qquad (1)$$

$$\frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \qquad (1)$$

tj.

$$m_2 = m_1 \qquad (\text{i } v_2 = v_1) \qquad (3)$$

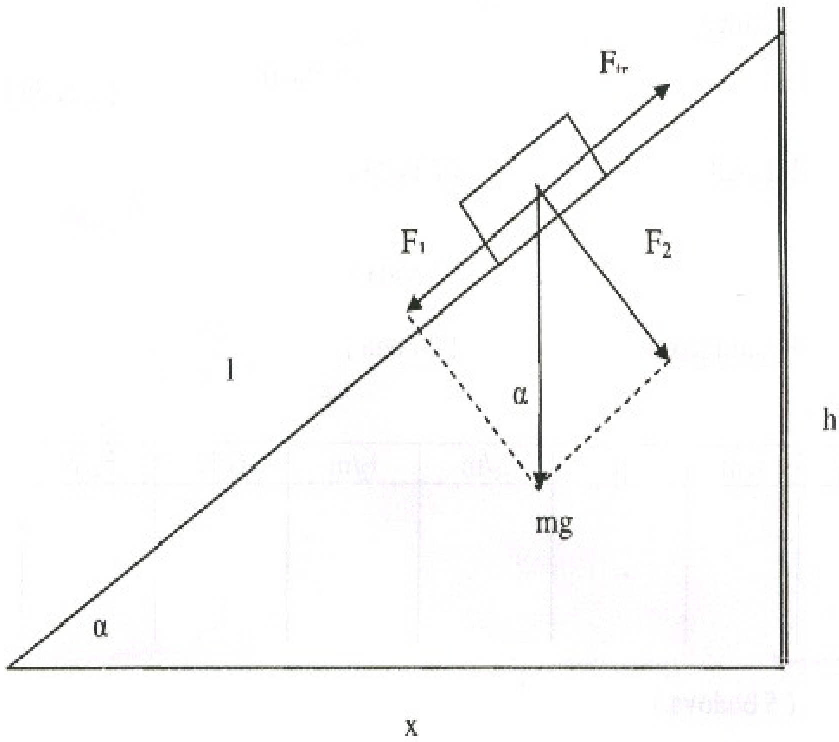
Prema tome, dobivamo tražene omjere masa kuglica:

$$m_3 : m_2 : m_1 = 1 : 3 : 3$$

DRŽAVNI SUSRET I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Mali Lošinj, 13.-16. svibnja 2004.

Srednje škole – 1. grupa – eksperimentalni zadatak - rješenje

1.način



(1 bod)

Čelični štap na kojeg smo stavili maticu dižemo tako dugo dok matica ne klizi jednoliko po štapu. .... (3 boda)

$F_1=F_{tr}$ (2 boda)

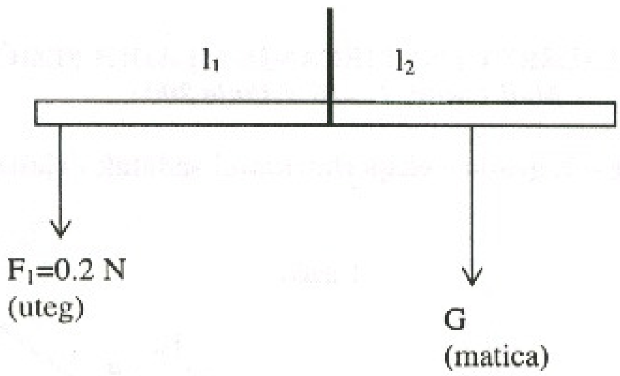
$mg\sin\alpha=\mu mg\cos\alpha$ (2 boda)

$\mu=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ (2 boda)

$\mu=\mathrm{tg}\alpha$ (2 boda)

$\mu=\dfrac{h}{x}$ (2 boda)

Da bi odredili silu trenja moramo znati kolika je težina matice. Uporabimo ravnalo kao vagu i složimo pribor kao na slici:



(3 boda)

$F_1l_1=Gl_2$ (2 boda)

$G=\dfrac{F_1l_1}{l_2}$ (2 boda)

$F_{tr}=\mu mg\cos\alpha$ (2 boda)

h/m	x/m	μ	l_1/m	l_2/m	G/N	F_{tr}/N

(5 bodova)

pogreške (2 boda)

2. način:

Zakon očuvanja energije:

$mgh = F_{tr}l$ (2 boda)

$mgh = \mu mg\cos\alpha$ (2 boda)

$\mu=\dfrac{h}{\cos\alpha l}$ (2 boda)

$\mu=\dfrac{h}{\frac{x}{l}l}$ (2 boda)

$\mu=\dfrac{h}{x}$ (2 boda)

teoretsko objašnjenje (3 boda)
slika (1 bod)