

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2004. – 4. grupa

1. zadatak (10 bodova)

Ravna pribadača duljine 3cm postavljena je pod kutem 45° s obzirom na leću tako da joj je središte udaljeno 9cm od leće i 3cm od optičke osi. Žarišna daljina leće je 7cm, a polumjer leće je znatno veći od svih spomenutih dimenzija. Pribadača je u ravnini s optičkom osi leće. Gdje se nalazi slika pribadače, pod kojim je kutem i kolika joj je duljina? Dokažite je li slika ravna ili savinuta! Skicirajte sliku! Kamo treba postaviti zastor da bi se na njemu dobilo jasnu sliku pribadače?

2. zadatak (10 bodova)

Svjetlost valne duljine 630nm iz dalekog izvora upada okomito na ploču na kojoj su dvije međusobno paralelne i jednako široke pukotine čija su središta međusobno udaljena 0,84mm. Interferencijska slika promatra se na zaslonu udaljenom nekoliko metara od pukotina. Uočeno je da treći maksimum nedostaje (prvi, drugi, četvrti, ... se pojavljuju). Koliko su široke pukotine? Koji bi još maksimumi trebali nedostajati? Koji bi maksimumi izostali ako svjetlost promijeni valnu duljinu na 420nm?

3. zadatak (10 bodova)

Satelit mase 20kg kruži oko Zemlje s periodom 2h po putanji polumjera 8060km. Polazeći od Bohrova kvantiziranja kutne količine gibanja i Newtonova zakona gravitacije izvedite izraz za dopuštene polumjere putanje satelita oko Zemlje! Kolika je razlika polumjera navedene putanje i prve veće dopuštene susjedne putanje? Izračunajte energiju satelita u navedenoj putanji i razliku energija satelita u ove dvije susjedne putanje! Hipotetski, kolika bi bila valna duljina fotona čijom bi apsorpcijom satelit prešao u susjednu višu putanju? Kolika bi bila brzina elektrona koji bi satelitu donio energiju potrebnu za prelazak u susjednu višu putanju? Što vam se u svemu ovom čini čudnim i kako se slažu klasični i kvantni opis gibanja satelita? Koristite se izrazom $(1+x)^k \approx 1+kx$ za $|x| \ll 1$ i $k \in \mathbb{R}$.

4. zadatak (10 bodova)

Katoda obasjana svjetlošću određenog intenziteta emitira elektrone koji odlijeću prema anodi te se na njoj nakupljaju. Nakon dovoljno dugo vremena od početka obasjavanja između katode i anode uspostavi se gotovo konstantan napon iznosa 1,23V. Izlazni rad materijala od kojeg je načinjena katoda je 1,89eV. Anoda i katoda su od istog materijala. Kolika je valna duljina upadne svjetlosti?

Objasnite kvalitativno kako se i zašto nakon početka obasjavanja mijenja napon između anode i katode s vremenom! Što bi se dogodilo za dvostruko veći intenzitet svjetlosti?

5. zadatak (10 bodova)

Za koliki faktor treba povećati snagu grijača koji zagrijava crno tijelo da bi se boja tog tijela promijenila iz crvene (680nm) u plavu (440nm)? Temperatura okoline je u oba slučaja mnogo manja od temperature crnog tijela.

Konstante:

Planckova konstanta: $h=6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$,

brzina svjetlosti: $c=3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$,

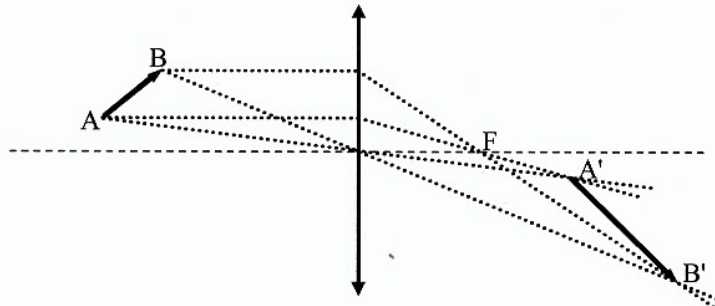
elementarni naboj: $e=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$,

gravitacijska konstanta: $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

Rezultati zadataka 4. grupe i smjernice za bodovanje

Zadatak 1. (10 bodova)

Slika
(2 boda)



Iz jednadžbi za tanku leću $\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$ i $\frac{x}{x'} = -\frac{y}{y'}$ dobiju se koordinate slike (x', y')

bilo koje točke s koordinatama (x, y) .

(1 bod)

Koordinate krajnjih točaka pribadače su $A(10,06\text{cm}; 1,94\text{cm})$ i $B(7,94\text{cm}; 4,06\text{cm})$.

Uvrštavanjem u gornje jednadžbe dobiju se koordinate krajnjih točaka slike

$A'(23,01\text{cm}; -4,44\text{cm})$ i $B'(59,13\text{cm}; -30,23\text{cm})$.

(2 boda)

Duljina slike je $l' = \sqrt{(x_A' - x_B')^2 + (y_A' - y_B')^2} = 44,38\text{cm}$.

(0,5 boda)

Slika je nagnuta pod kutem $\varphi' = \arctg\left(\frac{y_A' - y_B'}{x_A' - x_B'}\right) = \arctg(0,714) = 35,53^\circ$.

(0,5 boda)

Zastor treba postaviti tako da prolazi kroz točke A' i B' .

(1 bod)

Svaka točka (x, y) ravne pribadače zadovoljava jednadžbu pravca

$$y = \frac{y_A + y_B}{2} + \left(x - \frac{x_A + x_B}{2}\right) \cdot \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

Kad se u nju uvrste $x = \frac{x'f}{x' - f}$ i $y = \frac{y'}{x'} \cdot \frac{x'f}{x' - f}$ dobiveni iz jednadžbi leće, nakon

sređivanja dobije se

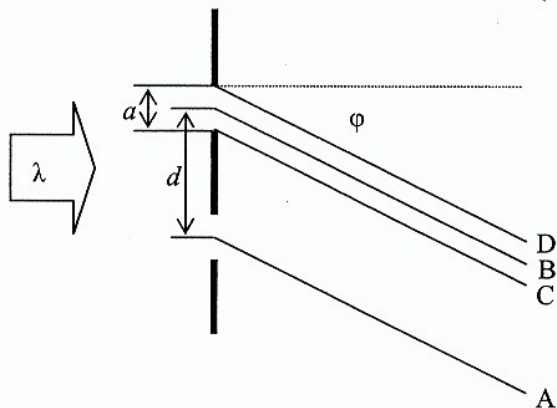
$$y' = x' \cdot \left(\frac{y_A + y_B}{2f} + \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} - \frac{(x_A + x_B)(y_B - y_A)}{2f(x_B - x_A)} \right) + \left(\frac{(x_A + x_B)(y_B - y_A)}{2(x_B - x_A)} - \frac{y_A + y_B}{2f} \right).$$

Izrazi u zagradi su konstante, a bitno je uočiti da je to također jednadžba pravca

$(y' = cx' + m)$. Time je dokazano da sve točke slike pripadaju istom pravcu, što znači da je slika ravna ako je predmet ravan.

(3 boda)

Zadatak 2. (10 bodova)



Slika (1 bod)
Maksimumi svjetlosti dva izvora javljaju se za $d \sin \varphi = k \lambda$ (tada konstruktivno interferiraju zrake A i B, ali i svi ostali parovi zraka iz gornje i donje pukotine jednako pomaknuti od A i B). (1 bod)
Svaka pukotina daje minimum za $a \sin \varphi = k' \lambda$ (tada se zrake od C do D za gornju pukotinu međusobno ponište). (1 bod)

Treći maksimum za dvije pukotine javio bi se za kut $\sin \varphi = \frac{3\lambda}{d}$. (1 bod)

Za taj kut svaka pukotina prema uvjetu zadatka daje minimum, pa je $a \frac{3\lambda}{d} = k' \lambda$. (1 bod)

Proizlazi $a = \frac{d}{3} = 0,28 \text{ mm}$. (1 bod)

Sljedeći minimumi se javljaju za $\sin \varphi = \frac{k' \lambda}{a} = \frac{3k' \lambda}{d} = \frac{k \lambda}{d}$, gdje je k' cijeli broj.

To jest, svaki $k=3k'=3,6,9,12, \dots$ maksimum se neće pojaviti. (2 boda)

To je moguće uočiti i izračunavanjem niza kuteva za maksimume dvije pukotine i minimume jedne pukotine.

Za drugu valnu duljinu uvjet za maksimum je $\sin \varphi = \frac{k \lambda'}{d}$, a za minimum je

$\sin \varphi = \frac{k' \lambda'}{a}$, pa zbog $a = \frac{d}{3}$ opet izostaju $k=3k'=3,6,9,12, \dots$ maksimumi, koji će za ovu valnu duljinu biti pod drugim kutevima. (2 boda)

Zadatak 3. (10 bodova)

Bohrov uvjet za kutnu količinu gibanja po stabilnoj orbiti: $L = n\hbar = mv_n r_n$, gdje je n redni broj orbite, m masa satelita, v_n njegova brzina na putanji polumjera r_n . (1 bod)

Brzina je $v_n = \frac{2\pi r_n}{T_n}$.

Gravitacijska sila je centripetalna: $\frac{mv_n^2}{r_n} = G \frac{mM}{r_n^2}$, (0,5 boda)

iz čega slijedi $MG=3,9875 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$, gdje je M masa Zemlje. (0,5 boda)

Općenito je $MG = v_n^2 r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{m^2 r_n}$, iz čega se dobije $r_n = n^2 \frac{\hbar^2}{Mm^2 G} = n^2 \cdot 6,97 \cdot 10^{-86} \text{ m}$.

(1,5 bod)

Zadana putanja je rednog broja $n = \sqrt{\frac{r_n}{6,97 \cdot 10^{-86} \text{ m}}} = 1,075 \cdot 10^{46}$. (0,5 boda)

Prva sljedeća putanja je $n+1$, a tražena razlika polumjera je

$$r_{n+1} - r_n = \left[(n+1)^2 - n^2 \right] \cdot 6,97 \cdot 10^{-86} \text{ m} \approx 2n \cdot 6,97 \cdot 10^{-86} \text{ m} = 1,5 \cdot 10^{-39} \text{ m} \quad (1 \text{ bod})$$

Energija satelita je $E_n = \frac{mv_n^2}{2} - \frac{mMG}{r_n} = -\frac{mMG}{2r_n} = -\frac{m^3 M^2 G^2}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = 5,72 \cdot 10^{100} \text{ J} \cdot \frac{1}{n^2}$ (1 bod).

Za aktualni n , to je $4,947 \cdot 10^8 \text{ J}$. (0,5 boda)

Razlika energija je

$$E_{n+1} - E_n = -5,72 \cdot 10^{100} \text{ J} \cdot \left[\frac{1}{(n+1)^2} - \frac{1}{n^2} \right] = -5,72 \cdot 10^{100} \text{ J} \cdot \frac{1}{n^2} \cdot \left[\frac{1}{(1+1/n)^2} - 1 \right], \text{ što za}$$

$$\text{veliki } n \text{ postaje } E_{n+1} - E_n \approx -5,72 \cdot 10^{100} \text{ J} \cdot \frac{1}{n^2} \cdot \left(1 - \frac{2}{n} - 1 \right) = 5,72 \cdot 10^{100} \text{ J} \cdot \frac{2}{n^3}.$$

(0,5 boda)

Za aktualni n , to je $9,2 \cdot 10^{-38} \text{ J}$. (0,5 boda)

Foton čijom bi apsorpcijom energija porasla za taj iznos morao bi imati valnu duljinu

$$\lambda = \frac{hc}{E_{n+1} - E_n} = 2,16 \cdot 10^{12} \text{ m}. \quad (1 \text{ bod})$$

Elektron koji bi donio toliku energiju imao bi brzinu $v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$.

(0,5 boda)

Dopušteni polumjeri i energije su međusobno vrlo blizu te ih vidimo kao kontinuirane. Kvantni opis stoga nije proturječan klasičnom. (1 bod)

Zadatak 4. (10 bodova)

Jednadžba fotoelektričnog efekta je $\frac{hc}{\lambda} - W = E_K$, gdje je W izlazni rad, E_K kinetička energija izletjelog elektrona, λ valna duljina upadnih fotona. (1 bod)

Na početku na anodi nema viška elektrona, a s vremenom kako se na njoj elektroni nakupljaju tako raste i potencijal koji se suprotstavlja dolasku novih elektrona. Nakon dovoljno dugo vremena elektroni gotovo da i neće dolaziti na anodu. (3 boda)

Tada je iz zakona očuvanja energije $E_K = Ve$, gdje je V napon između katode i anode. (1 bod)

Slijedi: $\lambda = \frac{hc}{W + Ve} = 398 \text{ nm}$. (2 boda)

Što je intenzitet veći, veći je i broj izletjelih elektrona u jedinici vremena s katode, a time i vjerojatnost dolaska na anodu, pa i brzina nabijanja katode.

Konstantan napon, odnosno njegova konačna vrijednost, uspostaviti će se u kraćem vremenu. (3 boda)

Zadatak 5. (10 bodova)

Tijelo temperature T zrači u okolinu prema Štefan-Boltzmannovu zakonu snagu

$$P_z = \sigma AT^4, \quad (1 \text{ bod})$$

gdje je A njegova površina i σ konstanta, a istovremeno od nje prima

$$P_p = \sigma AT_0^4, \quad (1 \text{ bod})$$

gdje je T_0 temperatura okoline.

Snaga koju treba putem grijača ulagati za održavanje temperature je

$$P = \sigma A(T^4 - T_0^4). \quad (1 \text{ bod})$$

$$\text{Za } T \ll T_0 \text{ je } P \approx \sigma AT^4. \quad (1 \text{ bod})$$

$$\text{Omjer snaga pri različitim temperaturama je } \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^4 \quad (2 \text{ boda})$$

Crno tijelo je one boje za koju valnu duljinu raspodjela zračenja ima maksimum.

(1 bod)

Ta je valna duljina pri određenoj temperaturi dana Wienovim zakonom

$$\lambda \cdot T = \text{konst.} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\text{Dakle, } \frac{T_1}{T_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}, \text{ gdje je } \lambda_1 = 680 \text{ nm, a } \lambda_2 = 440 \text{ nm.} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\text{Stoga je } \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^4 = 5,7. \quad (1 \text{ bod})$$