

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Gospic, 12.-15. svibnja 2005.

Srednje škole – 2. grupa

1. zadatak (16 bodova)

U ishodište koordinatnog sustava postavljen je električni naboј $q_1=-q$, a na x osi u točkama $x_2=-l$ i $x_3=x$ naboјi $q_2=q_3=+4q$, gdje je $q=25 \mu\text{C}$, a $l=85 \text{ cm}$.

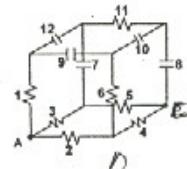
- Odredite vrijednost x za koju je sustav u statičkoj ravnoteži.
- Napišite potencijalnu energiju naboјa 3 kao funkciju $x>0$ i izračunajte njezin iznos za ravnotežni položaj. Kakva je to ravnoteža? Objasnite!

Svi naboјi nalaze se u zraku ($\epsilon_0=8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{Nm}^2)$).

2. zadatak (18 bodova)

U 3D krugu na slici, svi elementi kruga se nalaze na bridovima kocke. Svi otpornici imaju jednake otpore R , a svi kondenzatori jednake kapacitete C . Napon između točaka A i B je V . Izračunajte koliki naboј je na kondenzatoru kod B (označenim brojem 8).

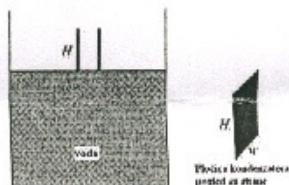
POMOĆ: Svaki element strujnog kruga označen je brojkom. Pažljivo nacrtajte ekvivalentnu shemu 3D kruga u dvije dimenzije.



3. zadatak (17 bodova)

Razmotrite 2 pločasta kondenzatora C_1 i C_2 na kojima su, redom, naboјi Q_1 i Q_2 .

- Kolika je ukupna energija ova dva kondenzatora?
 - Nakon toga međusobno se spoje dvije pozitivno i dvije negativno nabijene ploče
 - Kolika je sad energija sistema? Postoji li razlika u odnosu na a) slučaj?
 - Što se dogodilo s energijom sistema nakon spajanja ploča?
 - Koja je razlika u energiji između praznog kondenzatora i kondenzatora punog vode, ako je na svakom isti naboј?
 - Što će se dogoditi ako se (nekim naboјem Q) nabijeni kondenzator stavi na površinu vode kao na slici? Zašto?
- Nadite ukupnu energiju sistema E_{ukupno} kao funkciju visine h do koje se popela voda. Razmak između ploča je d .

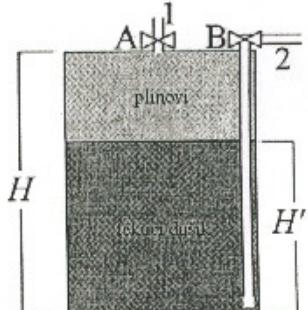


Slika uz e) dio zadatka

4. zadatak (19 bodova)

Za transfer ("istakanje") tekućeg dušika (točka vrelišta $T_V=77.3 \text{ K}$) iz toplinski izoliranog spremnika (tzv. dewara) koristi se sljedeća metoda:

U dewar (slika) oblika valjka polumjera baze r i visine H s 2 ventila (A i B) se kroz cijev 1 upuhne određena količina plinovitog dušika. Ovaj (toplji) plin ispari određenu količinu tekućeg dušika uslijed čega se stvara nadtlak (u odnosu na vanjski, atmosferski tlak) koji, pri konstantnoj temperaturi plina iznad tekućine, tjeru tekući dušik kroz cijev 2. Pretpostavimo da su napravljene sljedeće radnje:



- Ventil A je zatvoren, a B otvoren i tad su razine tekućina u dewaru i cijevi 2 jednake. Također, tad se u dewaru iznad tekućine nalazi samo plinoviti dušik na temperaturi T_V .
- Ventil B se zatvori i otvori ventil A kroz koji se upuhne 25 l plinovitog dušika pri standardnim uvjetima ($p_0=p_A=101325 \text{ Pa}$, $T_0=273.15 \text{ K}$).
- Pričeka se neko vrijeme (do uspostave termičke ravnoteže i stvaranja nadtlaka) nakon čega se otvori B (s A zatvorenim).

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Gospic, 12.-15. svibnja 2005.

Koliko litara (tekućeg) dušika će isteći iz dewara? Uzmite da je na kraju procesa istjecanja (ponovno) razina tekućine u dewaru i cijevi 2 jednaka.

NAPOMENA: Specifični toplinski kapacitet dušika c_{N2} smatrati konstantnim za čitavo vrijeme uspostavljanja termičke ravnoteže. Gustoću tekuće faze dušika također smatrati konstantnom. Isto tako, zanemarite promjenu temperature vrelišta tekućeg dušika zbog porasta tlaka plina iznad tekućine.

ZADANO JE (primjetite- veličine su zadane za određenu *količinu* tvari): latentna toplina isparavanja tekućeg dušika $L=5577 \text{ J/mol}$, (molarna) gustoća tekuće faze dušika $\rho=28847 \text{ mol/m}^3$, specifični toplinski kapacitet $c_{N2}=29.13 \text{ J/(mol K)}$, polumjer baze dewara (valjka) $r=40 \text{ cm}$, $H=80 \text{ cm}$, $H'=75 \text{ cm}$, $R=8.314 \text{ J/(mol K)}$.

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Gospic, 12.-15. svibnja 2005.

Srednje škole – 2. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Gustoća

Zadatak

Pomoću priloženog pribora treba odrediti gustoću danog krutog tijela i gustoću ulja.

Pribor

- Ravnalo s mjernom skalom
- Elastična opruga
- Kruto tijelo
- Čaša s vodom ($\rho_{vode}=1000 \text{ kg/m}^3$)
- Čaša s uljem

Zadaci

- | | |
|--|-------------|
| • Teorijski obrazložiti i skicirati postupak mjerenja | (14 bodova) |
| • Napraviti 5 mjerena gustoće krutog tijela i odrediti srednju vrijednost
(podatke prikazati tabelarno) | (8 bodova) |
| • Napraviti 5 mjerena gustoće ulja i odrediti srednju vrijednost (podatke
prikazati tabelarno) | (8 bodova) |

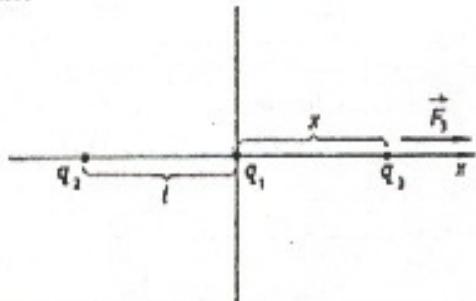
Ukupno : 30 bodova

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Gospic, 12.-15. svibnja 2005.

Srednje škole – 2. grupa - rješenja

1. zadatak

a) Sustav je skiciran na slici



Naboji su u statičkoj ravnoteži kad je ukupna sila na svaki jednaka nuli. Kako u ovoj konfiguraciji postoji samo x komponente Coulombove sile između točkastih naboja (da je naboju q_3 malo iznad ili ispod x osi ne bi se mogla poništiti y komponenta sile), uvjet ravnoteže za q_3 je:

$$F_x = \frac{q_2 q_3}{4\pi\epsilon_0(l+x)^2} + \frac{q_1 q_3}{4\pi\epsilon_0 x^2} = \frac{16q^2}{4\pi\epsilon_0(l+x)^2} + \frac{-4q^2}{4\pi\epsilon_0 x^2} = 0 \quad [4 \text{ boda}] \quad (0.1)$$

Ovaj uvjet vrijedi samo za $x > 0$ dok se za $x < 0$ vidi da na q_3 djeluju q_1 i q_2 silama koje su u istom smjeru te stoga uvjet ravnoteže $F_3=0$ ne može biti zadovoljen.

Dobije se

$$\frac{4}{(l+x)^2} - \frac{1}{x^2} = 0 \Rightarrow l+x = \pm 2x \Rightarrow x_1 = l \quad [3 \text{ boda}] \quad (0.2)$$

Druge rješenje je $x_2 = -l/3$ ne odgovara uvjetu $x > 0$ pa se stoga odbaci (ako se ovo uzme kao rješenje oduzeti [1 bod])

b) Potencijalna energija naboja 3 u ovisnosti o x, za $x > 0$ iznosi

$$P_3 = \frac{q_2 q_3}{4\pi\epsilon_0 |l+x|} + \frac{q_1 q_3}{4\pi\epsilon_0 |x|} = \frac{16q^2}{4\pi\epsilon_0(l+x)} - \frac{4q^2}{4\pi\epsilon_0 x} = \frac{4q^2}{4\pi\epsilon_0 l} \left(\frac{4}{1+\frac{x}{l}} - \frac{1}{\frac{x}{l}} \right) \quad [4 \text{ boda}] \quad (0.3)$$

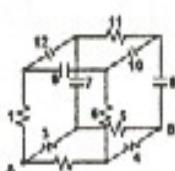
Ako se uvrsti $x=l$ (ravnotežni položaj) u izraz (0.3) dobije se

$$P_3(x=l) = 26.43 \text{ J} \quad [3 \text{ boda}] \quad (0.4)$$

Ravnoteža je labilna što se vidi ako se npr. uvrsti nekoliko različitih omjera za x/l i to većih i manjih od 1 jer to vodi na maksimum potencijalne energije [2 boda].

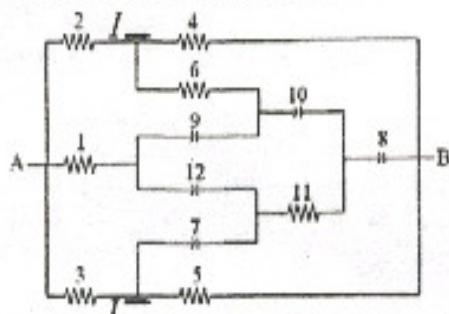
2. zadatak

Oznake su na slici



Nakon što se 3D shema "projicira" u 2D dobije se ovakav strujni krug

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Gospic, 12.-15. svibnja 2005.



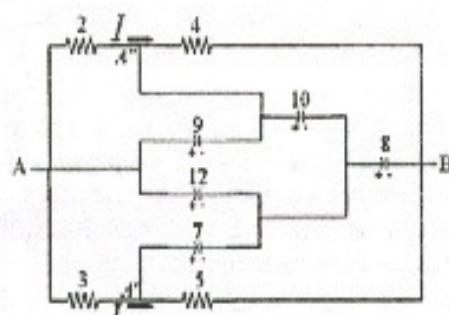
[4 boda]

na kojem je već označeno da struja, u biti, teče preko 3-5 i 2-4 kombinacije i to ista I struja kroz obje grane do čega se može doći ako se zaključi da struja ne ide kroz 6 tj. 7 pa je $I_2=I_4$ i $I_3=I_5$ [2 boda] (Kirchoff), a zbog

$$V = V_{AB} = I_2 R + I_4 R = I_3 R + I_5 R \quad (0.5)$$

slijedi $I_2=I_4=I_3=I_5=I$ [2 boda].

Kako kroz 1, 6 i 11 ne teče struja, oni se mogu kratko spojiti čime se strujni knig pojednostavljuje na



[4 boda]

pa ako se iskoristi zakon o očuvanju naboja vidi se da je (indeksi označavaju naboje na pripadajućem kondenzatoru)

$$Q_8 = Q_{10} + Q_{12} + Q_7 \quad (0.6)$$

Također, zbog toga što je pad napona između točaka A' i B kao i A'' i B jednak $V/2$ može se pisati

$$\begin{aligned} \frac{V}{2} &= V_{10} + V_7 \\ \frac{V}{2} &= V_7 + V_8 \\ \frac{V}{2} &= V_{12} - V_7 \end{aligned} \quad (0.7)$$

$$\Rightarrow V_{10} + V_7 = V - 2V_8; V_7 = \frac{V}{2} - V_8; V_{12} = \frac{V}{2} + V_7$$

pa ako se to uvrsti u (0.6) dobije se da je naboje na kondenzatoru 8

$$Q_8 = \frac{CV}{2} \quad [6 \text{ bodova}] \quad (0.8)$$

DRZAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZICARA
Gospic, 12.-15. svibnja 2005.

3. zadatak

- a) Energija spremljena u kondenzatoru dana je formulom $\frac{Q^2}{2C}$ pa ako imamo 2 kondenzatora kapaciteta C_1 i C_2 onda je

$$E_1 = \frac{Q_1^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2} \quad [2 \text{ boda}] \quad (0.9)$$

- b) Nakon spajanja imamo paralelni spoj kondenzatora i ukupna količina naboja na desnoj (i lijevoj) strani je sačuvana pa je $q_1 + q_2 = Q_1 + Q_2$ [1 bod] (ili, za lijeve ploče $-q_1 - q_2 = -Q_1 - Q_2$ što vodi na isto)

$$\begin{aligned} C_{\text{ekvivalent}} &= C_1 + C_2 \text{ (paralelni spoj!) } \\ Q_{\text{ukupno}} &= Q_1 + Q_2 \end{aligned} \quad (0.10)$$

tako da je nova energija sistema ekvivalentnih kondenzatora jednaka

$$E_2 = \frac{Q_{\text{ukupno}}^2}{2C_{\text{ekvivalent}}} = \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{2(C_1 + C_2)} \quad [2 \text{ boda}] \quad (0.11)$$

- c) Ako se pogleda razlika energija pod a) i b) dobije se

$$E_1 - E_2 = \frac{Q_1^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2} - \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{2(C_1 + C_2)} = \frac{(C_1 Q_1 - C_2 Q_2)^2}{2C_1 C_2 (C_1 + C_2)} > 0 \quad [2 \text{ boda}] \quad (0.12)$$

Energija se "izgubi" (tj. pretvori u drugi oblik) zbog emitiranja ubrzanih čestica kao posljedice spajanja dviju žica na različitim potencijalima. Kad se spoje prve dvije (npr. negativne) ploče neće se ništa dogoditi osim toga da sad postoji samo jedna zemlja u odnosu na koju se mjeri napon na svakom dijelu dva kruga. Spajanje drugih dviju ploča će uspostaviti jako električno polje između dviju žice (kad su na maloj udaljenosti) i tad se elektroni ubrzavaju. Kad bi se između dva kondenzatora stavio otpornik, ova energija mogla bi se pretvoriti u toplinu. Često se "gubitak" energije može vidjeti u obliku elektromagnetskog zračenja u vidljivom dijelu spektra (iskra!) [2 boda]

- d) Kapacitet kondenzatora punog vode je ϵ_r puta veći od kapaciteta praznog kondenzatora ($C = \epsilon_0 \epsilon_r A/d$). Razlika energija kondenzatora punog vode i praznog kondenzatora je

$$\Delta E = E_{\text{punji}} - E_{\text{prazi}} = \frac{Q^2}{2C_{\text{prazi}}} - \frac{Q^2}{2C_{\text{punji}}} = \frac{Q^2}{2C_{\text{prazi}}} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r} \right) \quad [2 \text{ boda}] \quad (0.13)$$

- e) Voda je dielektrik pa se zbog međudjelovanja polariziranog naboja i električnog polja između ploča nastoji "uvući" u područje između ploča kondenzatora [2 boda]. Ako je na početku na pločama naboј Q i voda se uvuče do visine h mi, u biti, imamo paralelni spoj kondenzatora kapaciteta

$$C_{\text{dovriven}} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A_1}{d}; C_{\text{prazi}} = \epsilon_0 \frac{A_2}{d} \quad (0.14)$$

uz (sliku!) $A_1 = wh$, $A_2 = w(H-h)$ pa je ukupni kapacitet jednak

$$C_{\text{ukupni}} = C_{\text{dovriven}} + C_{\text{prazi}} = \frac{\epsilon_0}{d} [\epsilon_r wh + w(H-h)] \quad (0.15)$$

odn. ako se energiji spremljenoj u kondenzator doda i gravitacijska potencijalna energija dijela vode iznad površine dobije se za ukupnu energiju

$$E_{\text{ukupna}} = E_{\text{kondenzator}} + E_{\text{gravitacija}} = \frac{Q^2}{2C_{\text{ukupni}}} + mg \frac{h}{2} = \frac{Q^2 d}{2\epsilon_0 w [H + (\epsilon_r - 1)h]} + \frac{\rho w dg}{2} h^2 \quad (0.16)$$

[4 boda]

DRŽAVNA SMOTICA I ISTJEĆANJE MLADIH FIZICARA
Gospic, 12.-15. svibnja 2005.

4. zadatak

Pri normalnim uvjetima plin (dušik) zauzima 22.4 l/mol [1 bod] pa se za 25 l upuhanog dušika, zapravo upuhalo

$$n_{N_2, \text{upuhano}} = \frac{25}{22.4} \approx 1.116 \text{ mol} \quad [1 \text{ bod}] \quad (0.17)$$

dušika. Za isparavanje čitave tekućine trebala bi energija $\rho r^2 \pi H' L = 6.1 \cdot 10^7 \text{ J}$ [1 bod], a upuhani dušik preda tekućem maksimalno topline ako se ohladi s T_0 na T_V

$$n_{N_2, \text{upuhano}} L = n_{N_2, \text{upuhano}} c_{N_2} (T_0 - T_V) = 6.37 \cdot 10^7 \text{ J} \quad (0.18)$$

što je manje od $6.1 \cdot 10^7 \text{ J}$ pa se očito ne ispari sva tekućina nego samo određena količina $n_{N_2, \text{upuhano}}$ i ravnotežna temperatura je T_V [1 bod]. Dakle,

$$n_{N_2, \text{upuhano}} = \frac{n_{N_2, \text{upuhano}} c_{N_2} (T_0 - T_V)}{L} = 1.142 \text{ mol} \quad [2 \text{ boda}] \quad (0.19)$$

Početna količina plinovitog dušika prije upuhivanja (1. dio postupka) dana je relacijom

$$P_{N_2, \text{prije upuhivanja}} r^2 \pi (H - H') = n_{N_2, \text{prije upuhivanja}} R T_V \quad (0.20)$$

a kako je rečeno pod 1 početni razine tekućeg dušika u cijevi 2 i dewaru su jednaki pa se može zaključiti da je $P_{N_2, \text{prije upuhivanja}} = p_0$ odn. količina dušika iznad tekućine prije upuhavanja je

$$n_{N_2, \text{prije upuhivanja}} = \frac{p_0 r^2 \pi (H - H')}{R T_V} = 3.962 \text{ mol} \quad [3 \text{ boda}] \quad (0.21)$$

pa je ukupna količina plinovitog dušika u dewaru jednaka

$$n_{N_2} = n_{N_2, \text{upuhano}} + n_{N_2, \text{upuhano}} + n_{N_2, \text{prije upuhivanja}} = 6.22 \text{ mol} \quad [1 \text{ bod}] \quad (0.22)$$

Ova količina plina pri uspostavi termičke ravnoteže stvara tlak

$$P_{N_2} = \frac{n_{N_2} RT}{V} = \frac{n_{N_2} RT_V}{r^2 \pi (H - H' - h)} = \frac{n_{N_2} RT_V}{r^2 \pi (H - H')} = 159052 \text{ Pa} \quad [3 \text{ boda}] \quad (0.23)$$

gdje se visina h koju je zauzimala tekućina prije isparavanja može izračunati iz $r^2 \pi h = n_{N_2, \text{upuhano}} / \rho \Rightarrow h = n_{N_2, \text{upuhano}} / (\rho r^2 \pi) = 0.008 \text{ cm}$ i kako se vidi, u (0.23) može zanemariti u odnosu na H i H' .

U 3. koraku otvori se B i tekući dušik istječe iz dewara, a kriterij za prestanak istjecanja je izjednačavanje tlakova plina unutar dewara i vanjskog atmosferskog tlaka $p_2 = p_0$ [1 bod]. Kako se radi o izotermnom procesu s nepromijenjenom količinom plina dušika može se prema jednadžbi stanja pisati:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = \frac{p_{N_2}}{p_0} r^2 \pi (H - H' - h) = \frac{P_{N_2}}{p_0} r^2 \pi (H - H') \quad [2 \text{ boda}] \quad (0.24)$$

a to je volumen koji nakon procesa zauzima plin, pa istekne

$$V_{\Delta N_2} = V_2 - V_1 = r^2 \pi (H - H') \left[\frac{P_{N_2}}{p_0} - 1 \right] \approx 14.3 \text{ litara} \quad [3 \text{ boda}] \quad (0.25)$$

tekućeg dušika.

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Gospic, 12.-15. svibnja 2005.

Srednje škole – 2. grupa

Eksperimentalni zadatak - rješenje

Gustoću utega načinjenog od nepoznatog materijala izmjerit ćemo koristeći silu uzgona u tekućini i svojstva elastične opruge.

Naime, poznato je da na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje sila uzgona:

$$F_u = \rho g V_T, \quad (1 \text{ bod})$$

gdje je ρ gustoća tekućine, g gravitacijsko ubrzanje, a V_T volumen tijela.

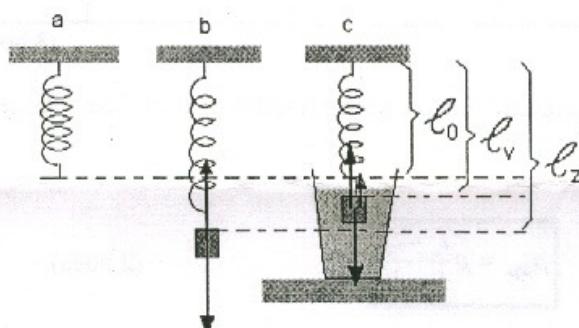
Isto tako, ako na elastičnu oprugu djelujemo nekom silom F i pri tome ju istegnemo za $\Delta l = l - l_0$ (l_0 je duljina u odsustvu sile, a l je duljina u istegnutom stanju), onda vrijedi:

$$F = k\Delta l = k(l - l_0), \quad (1 \text{ bod})$$

gdje je k koeficijent elastičnosti opruge.

Da bi odredili gustoću tijela, najprije trebamo izmjeriti duljinu same opruge l_0 (slika a).

Nakon toga izmjerimo duljinu opruge l_z dok je na nju obješen uteg u zraku (slika b), a zatim duljinu opruge l_v kad je uteg uronjen u čašu s vodom, tako da se cijeli uteg nalazi pod vodom (slika c).



(2 boda)

Za uteg obješen na oprugu u zraku gravitacijska sila i elastična sila opruge su u ravnoteži (slika b), pa vrijedi:

$$mg = k(l_z - l_0) \Rightarrow m = \frac{k(l_z - l_0)}{g} \quad (m \text{ je masa utega}) \quad (2 \text{ boda})$$

(1)

Kad je uteg obješen na oprugu i uronjen u vodu, onda je gravitacijska sila uravnotežena sa silom uzgona i elastičnom silom opruge (slika c), pa je:

$$mg = k(l_v - l_0) + \rho_v g V \Rightarrow V = \frac{mg - k(l_v - l_0)}{\rho_v g} \quad (\rho_v \text{ je gustoća vode, a } V \text{ volumen utega})$$

(2)

(2 boda)

Uvrštavanjem (1) u (2) i dijeljenjem m sa V dobiva se za gustoću utega:

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Gospic, 12.-15. svibnja 2005.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\frac{k(l_z - l_0)}{g}}{\frac{k(l_z - l_0)g - k(l_v - l_0)}{g}} = \rho_v \frac{k(l_z - l_0)}{k(l_z - l_0) - k(l_v - l_0)}.$$

Konačno je gustoća utega:

$$\boxed{\rho = \rho_v \frac{l_z - l_0}{l_z - l_v}}. \quad (4 \text{ boda)}$$

Tablica 1

Br. mj.	l_0 (cm)	l_z (cm)	l_v (cm)	ρ (kg/m ³)
1				
2				
3				
4				
5				

+ rezultat (8 bodova)

Gustoću ulja ćemo odrediti koristeći se ovom zadnjom formulom i izmjerenom vrijednošću gustoće utega (koristit ćemo srednju vrijednost) te sličnim postupkom kao i kod mjerjenja gustoće utega. Iz zadnje formule dobiva se :

$$\boxed{\rho_{ulja} = \rho \frac{l_z - l_u}{l_z - l_0}}, \quad (2 \text{ boda})$$

gdje je l_u duljina opruge kad je uteg uronjen u ulje, a ρ gustoća utega.

Tablica 2

Br. mj.	l_0 (cm)	l_z (cm)	l_u (cm)	ρ_{ulja} (kg/m ³)
1				
2				
3				
4				
5				

+ rezultat (8 bodova)