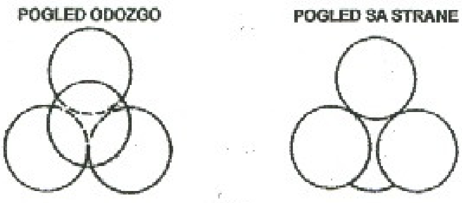
DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Gospić, 12.-15. svibnja 2005.

Srednje škole – 3. grupa

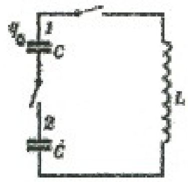
Zadatak 1. (18 bodova)
Čestica mase M sudara se elastično s mirnom česticom mase $m < M$. Nađi maksimalan mogući kut za koji se može otkloniti čestica koja se gibala prije sudara.

Zadatak 2. (18 bodova)
Arhitektica Marlena dobila je novi zadatak - mora napraviti skulpturu za travnjak na «Svjetskom sajmu». Skulptura mora biti načinjena od 4 identične, vrlo glatke metalne sfere, od kojih svaka teži $2\sqrt{6}$ tona. Sfere moraju biti postavljene kao na slici, sa 3 na horizontalnoj podlozi, tako da se sve tri dodiruju, a četvrta mora ležati slobodno na donje tri. Donje tri učvršćene su zajedno na mjestima kontakta. U specifikacijama je navedeno da je dozvoljen sigurnosni faktor 3. Pitanje koje muči Marlenu je koliku napetost moraju izdržati vezni elementi na mjestima kontakta donjih kugli? Možeš li joj pomoći?



Napomena: Sigurnosni faktor 3 znači da vezni elementi moraju podnijeti silu tri puta veću od one koja stvarno djeluje na njih.

Zadatak 3. (17 bodova)
Strujni krug sastoji se od dva identična kondenzatora kapaciteta C i zavojnice induktiviteta L. Na početku su oba prekidača otvorena i prvi kondenzator nabije se nabojem q_0. Drugi kondenzator nije nabijen. Zatim se oba prekidača istovremeno zatvore. Napiši izraze za struju i naboj u krugu, kao funkciju vremena.



Zadatak 4. (17 bodova)
Komad tanke žice duljine L = 40 cm savijen je pod kutom β = 120° i postavljen na brid prizme kao što je prikazano na slici. Odredi:

a) Položaj centra mase savijene žice, $\frac{L}{8}$
b) Period oscilacija oko ravnotežnog položaja, za male amplitude gibanja.

Uputa: za male kuteve θ vrijedi $\cos\theta \approx 1$, $\sin\theta \approx \theta$.

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Gospić, 12.-15. svibnja 2005.

Srednje škole – 3. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

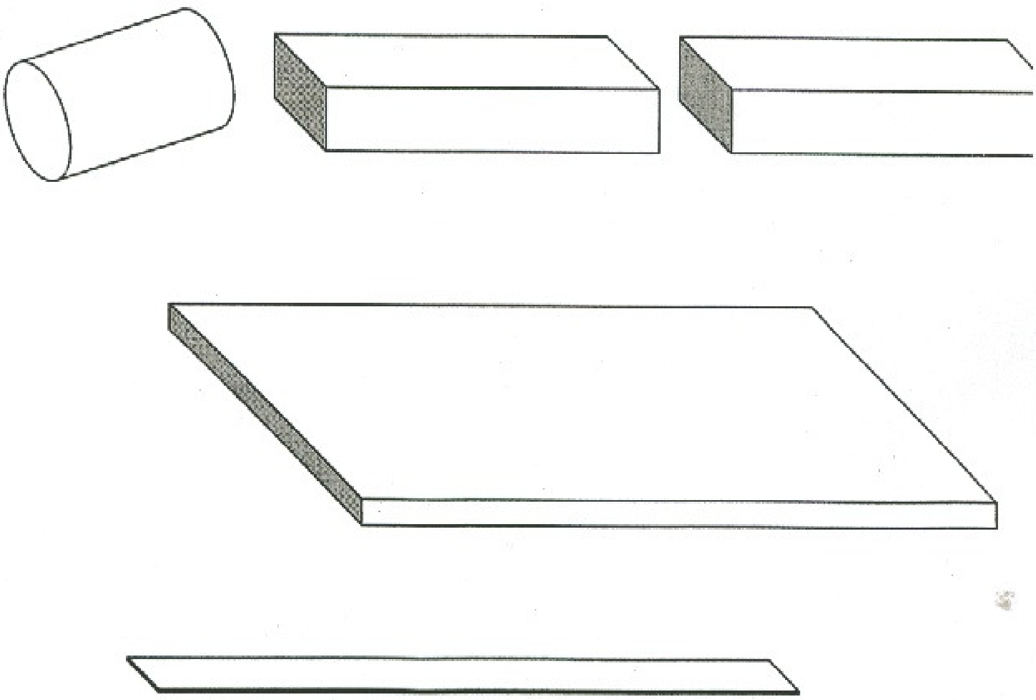
Pribor:

- valjak nepoznate mase, m_1
- dva kvadra poznatih masa, m_2
- podloga
- ravnalo (ili pomična mjerka)

Zadatak: Odrediti masu valjka uporabom zadanih sredstava

a) Opisati fizikalnu osnovu rješenja zadatka (5 bodova)
b) Izvesti potrebne relacije (10 bodova)
c) Nacrtati (korektno) sliku (5 bodova)
d) Izvršiti potrebna mjerenja i odrediti masu valjka (10 bodova)

UKUPNO: 30 bodova



* za g uzeti 10 ms^{-2}

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Gospić, 12.-15. svibnja 2005.

Srednje škole – 3. grupa - rješenja

Zadatak 1. (18 bodova)

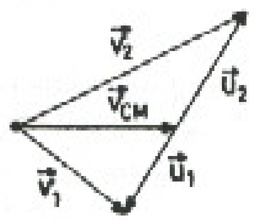
Najzgodnije je prijeći u sustav centra masa. Brzina centra masa dana je izrazom:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}.$$

Brzine masa m_1 i m_2 u CM-sustavu dane su:

$$\vec{u}_1 = \vec{v}_1 - \vec{v}_{CM},$$

$$\vec{u}_2 = \vec{v}_2 - \vec{v}_{CM}.$$



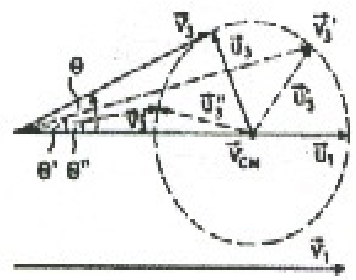
U našem slučaju vrijedi:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{M\cdot\vec{v}_1}{m+M},$$

(5 bodova)

$$\vec{u}_1 = \frac{m\cdot\vec{v}_1}{m+M}.$$

Iz gornjih relacija vidi se da je $|\vec{v}_{CM}| > |\vec{u}_1|$ pa slika izgleda ovako:



(8 bodova)

($\vec{u}_3$ označava brzinu prve čestice nakon sudara u sustavu C.M., a $\vec{v}_3$ brzinu prve čestice nakon sudara u polaznom sustavu. $\vec{u}_3 = \vec{v}_3 - \vec{v}_{CM}$).

Očito je da je otklon čestice najveći ako $\vec{v}_3$ i $\vec{u}_3$ čine pravi kut. Maksimalni otklon tada iznosi:

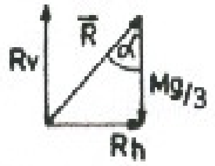
$$\sin\theta = \frac{|\vec{u}_3|}{|\vec{v}_{CM}|} = \frac{m}{M},$$

(5 bodova)

$$\theta = \arcsin\frac{m}{M}.$$

Zadatak 2. (18 bodova)

Središta ovih kugli čine trostranu piramidu čiji su svi bridovi jednaki $2a$. Sinus kuta α (vidi sliku) iznosi $1/\sqrt{3}$. Duž bridova piramide djeluje reakcije donjih kugli na težinu kojom ih pritišće gornja kugla. Horizontalne komponente sila kojima donje kugle djeluju na gornju dokidaju se; a vertikalne dokidaju težinu gornje kugle. Iz donjih slika, očito je da gornja kugla djeluje na svaku donju kuglu silom jednakom R_n, ali suprotnog smjera. Kako svaka donja kugla nosi 1/3 težine gornje kugle, to imamo:



$$R\cos\alpha = \frac{1}{3}mg$$

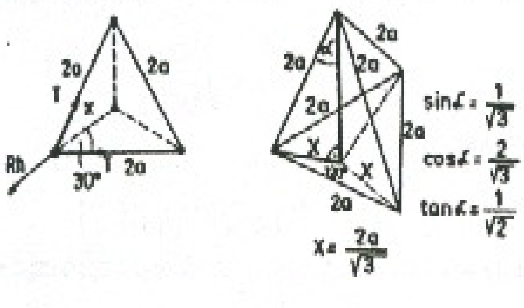
$$R = \frac{1}{3}\cdot 2\sqrt{6}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{3}\cdot g\cdot 10^3\ \text{kg} \quad \text{(4 boda)}$$

$$\approx 2\cdot 10^3\cdot g\ \text{kg}.$$

Horizontalna komponenta R_h sile R kojom gornja kugla djeluje na donju je:

$$R_h = R\sin\alpha = 2\cdot 10^3\cdot g\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}\text{kg}. \quad \text{(4 boda)}$$

Pored te sile, na svaku donju kuglu djeluju i sile od dva vezna elementa, i to duž stranice istostraničnog trokuta koji čine središta donjih kugli.



(3 boda)

Iz slike je očito da je sila T koju vezni elementi podnose:

$$R_h = 2\cdot T\cdot\cos 30^\circ = \sqrt{3}T$$

$$T = \frac{R_h}{\sqrt{3}} = \frac{2\cdot 10^3}{3}\cdot g\ \text{kg} \quad \text{(5 bodova)}$$

$$\approx \frac{2}{3}\cdot 10^4\ \text{N}.$$

Budući da je tražen faktor 3, to znači da vezni elementi moraju podnijeti silu od

$$F = 3T = 2\cdot g\ \text{tona} \approx 2\cdot 10^4\ \text{N}. \quad \text{(2 boda)}$$

Zadatak 3. (17 bodova)

Ovo je tipičan primjer LC titrajnog kruga. Nakon što se prekidači zatvore, prvi kondenzator se počinje izbijati, čime dolazi do protoka struje kroz zavojnicu, i drugi kondenzator se počinje nabijati. Električna struja, naboj u kondenzatorima, napon i energija u sustavu osciliraju. Struja oscilira sinusoidalno, frekvencijom ω:

$$I = I_0\sin\omega t. \quad \text{(1 bod)}$$

Da bismo odredili amplitudu I_0, koristimo zakon očuvanja energije:

$$E_{tot} = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{LI^2}{2} + \frac{q_1^2}{2C} + \frac{q_2^2}{2C}. \quad \text{(1 bod)}$$

Gdje su q_1 i q_2 naboji na prvom, odnosno drugom kondenzatoru. Također mora vrijediti $q_0 = q_1 + q_2$.

Time dolazimo do:

$$\frac{LI^2}{2}=\frac{1}{2C}\left[q_0^2-\left(q_1^2-q_2^2\right)\right], \qquad \text{(2 boda)} \qquad (*)$$

odnosno,

$$I^2=\frac{2}{LC}q_1\cdot q_2.$$

Umnožak $q_1\cdot q_2$ maksimalan je kada je $q_1=q_2={}^{q_0}\!/_{2}$. (4 boda)

Time dobivamo amplitudu struje:

$$\left|I_0\right|=q_0\sqrt{\frac{1}{2LC}}. \qquad \text{(2 boda)}$$

Frekvencija titrajnog kruga s jednim kondenzatorom iznosi $\omega=\frac{1}{\sqrt{LC_0}}$. U našem slučaju imamo dva ekvivalentna kondenzatora kapaciteta C spojena serijski tj., frekvencija u našem slučaju je:

$$\omega=\sqrt{\frac{2}{LC}}. \qquad \text{(1 bod)}$$

Struja u krugu jednaka je:

$$I=q_0\sqrt{\frac{1}{2LC}}\sin\left(\sqrt{\frac{2}{LC}}\cdot t\right). \qquad \text{(2 boda)}$$

Da bismo odredili na koji način oscilira naboj, uvrstimo I u jednadžbu (*) čime dobivamo:

$$\frac{q_0^2}{2LC}\sin^2\left(\sqrt{\frac{2}{LC}}t\right)=\frac{2}{LC}q_1\cdot q_0-\frac{2}{LC}q_1^2. \qquad \text{(1 bod)}$$

Rješenja ove jednadžbe su:

$$q_1=\frac{q_0}{2}\left[1\pm\cos\left(\sqrt{\frac{2}{LC}}t\right)\right]. \qquad \text{(1 bod)}$$

Isti rezultat dobiva se i za q_2. Stoga dolazimo do krajnjeg rezultata:

$$q_1=\frac{q_0}{2}\left[1+\cos\left(\sqrt{\frac{2}{LC}}t\right)\right],$$

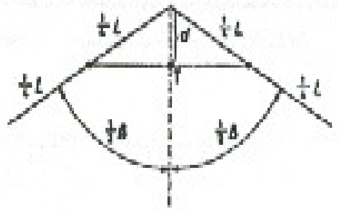
$$q_2=q_0-q_1=\frac{q_0}{2}\left[1-\cos\left(\sqrt{\frac{2}{LC}}t\right)\right]. \qquad \text{(2 boda)}$$

Zadatak 4. (17 bodova)

a) Težište lijeve polovice žice je u njezinom polovištu, a tako je i za desnu polovicu. Kako su oba dijela jednaka, zajedničko težište je na polovištu spojnica dvaju polovišta, (3 boda) i udaljeno je za

$$d=\frac{L}{4}\cos\frac{\beta}{2}=\frac{40\,\text{cm}}{4}\cos 60^\circ=5\,\text{cm} \qquad \text{(3 boda)}$$

od oslonca.



b) Moment tromosti s obzirom na oslonac isti je kao da je žica ravna i iznosi $I = \frac{mL^2}{12}$.

(3 boda)

Za male otklone na žicu djeluje moment sile $N = -m\,g\,d\sin\theta = -m\,g\,d\,\theta$ koji daje kutno ubrzanje koje proizlazi iz zakona impulsnog momenta:

$$I\alpha_\theta = N = -m\,g\,d\sin\theta = -m\,g\,d\,\theta, \qquad \text{(3 boda)}$$

dakle,

$$\frac{mL^2}{12}\alpha_\theta + m\,g\,d\,\theta = 0,$$

odnosno,

$$\alpha_\theta + \frac{12\,g\,d}{L^2}\theta = 0. \qquad \text{(2 boda)}$$

Dobivamo:

$$\omega^2 = \frac{12\,g\,d}{L^2} = \frac{12\,g}{L^2}\cdot\frac{L}{4}\cdot\cos\frac{\beta}{2} = \frac{3\,g}{L}\cos\frac{\beta}{2}, \qquad \text{(1 bod)}$$

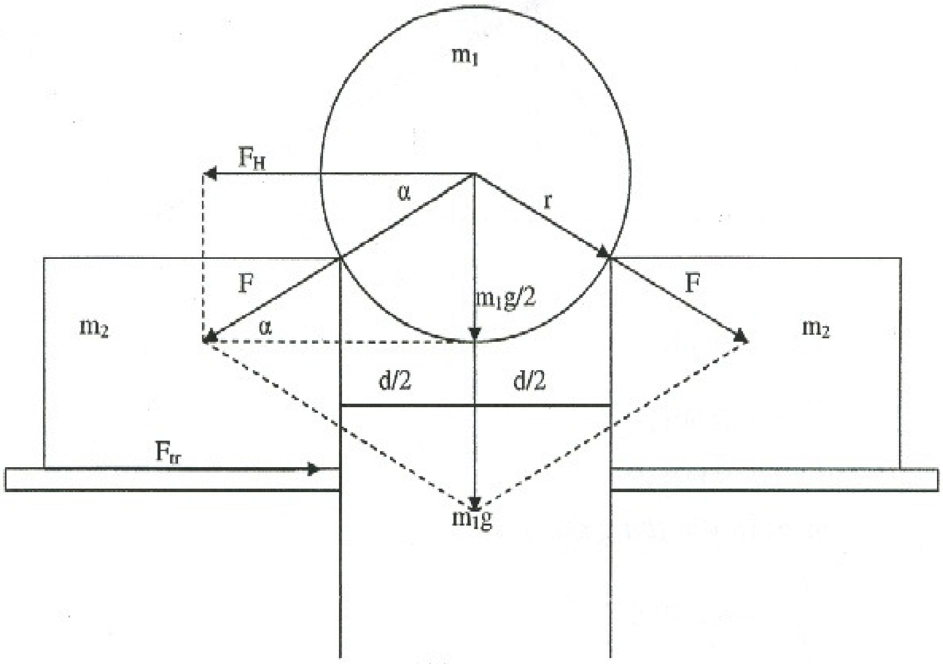
$$\omega^2 = \frac{3\cdot 10\,\mathrm{ms^{-2}}\cdot\cos 60^\circ}{0.4\,\mathrm{m}} = 37.5\,\mathrm{s^{-2}}. \qquad \text{(1 bod)}$$

Period njihanja iznosi $T = \frac{2\pi}{\omega} = 1.027\,\mathrm{s}$. (1 bod)

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Gospić, 12.-15. svibnja 2005.

Srednje škole – 3. grupa

Eksperimentalni zadatak - rješenje



Slika 1.

(5 bodova)

Uvjet da se kvadri počinju razmicati je:

$F_{tr}=F_H$ (5 bodova)

Težina m_1g se razlaže na komponente F prema slici 1. Iz slike 1 slijedi:

$$F_{tr} = \mu(m_2 g + \frac{1}{2} m_1 g) = F_H \qquad (1)$$

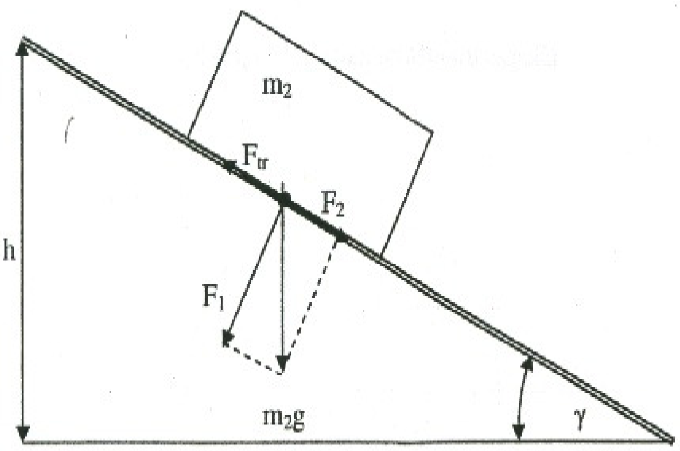
$$\frac{\frac{m_1 g}{2}}{F_H} = tg\alpha \Rightarrow F_H = \frac{m_1 g}{2tg\alpha} \qquad (2)$$

Izjednačiti jednadžbu 1 i 2:

$$\mu m_2 g + \frac{1}{2}\mu m_1 g = \frac{m_1 g}{2tg\alpha} \Rightarrow m_1 = \frac{2tg\alpha m_2 \mu}{1 - tg\alpha\mu} \qquad (3)$$ (10 bodova)

Slijedi iz slike 1:

$$\frac{\frac{d}{2}}{r} = \cos\alpha = \frac{d}{2r} \Rightarrow \alpha \qquad (4)$$



Slika 2.

Iz slike 2 slijedi:

$$F_2 = m_2 g \sin\gamma$$

$$F_1 = m_2 g \cos\gamma$$

$$m_2 g \sin\gamma = \mu m_2 g \cos\gamma \Rightarrow$$

$$\left(\frac{h}{l} = \sin\gamma \Rightarrow \gamma\right)$$

$$\mu = tg\gamma$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (3) dobije se m_1 (10 bodova)

Ukupno: 30 bodova