

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA  
Gospić, 12.-15. svibnja 2005.

Srednje škole - 4. grupa

**Zadatak 1.** (16 bodova)

Staklena boca unutarnjeg polumjera  $r$  i vanjskog polumjera  $R$  napunjena je mlijekom. Indeks loma stakla je  $n_s$ , a mlijeka  $n_m$ . Koji odnos mora vrijediti između  $r$  i  $R$  da bi gledajući sa strane boca izgledala kao da je staklo debljine nula, to jest da se čini kao da mlijeko zauzima prostor od lijevog do desnog vanjskog ruba boce? Promotrite slučajeve  $n_s > n_m$  i  $n_s < n_m$ !

**Zadatak 2.** (22 boda)

Različiti izotopi istog elementa emitiraju svjetlost različitih valnih duljina. Jedna od valnih duljina u emisijskom spektru vodikova atoma je  $656,45\text{nm}$ , a za deuterij valna duljina istog prijelaza je  $656,27\text{nm}$ .

Koliko je zareza na rešetki potrebno da bi se ove dvije valne duljine razlučile u drugom redu difrakcije? Kao kriterij razlučivosti uzmi da se maksimum jedne valne duljine poklapa s najbližim minimumom druge!

Ako rešetka ima 500 zareza po milimetru, izračunaj kuteve i kutni razmak maksimuma drugog reda difrakcije ovih valnih duljina! Kutni razmak izračunajte na precizniji način nego iz razlike kutova!

Na temelju Bohrova modela atoma objasni i računom potkrijepi zašto se ove valne duljine istog prijelaza kod vodika i deuterija ovoliko razlikuju!

**Zadatak 3.** (16 bodova)

Tipična nuklearna elektrana ima korisnost  $1/3$  i proizvodi električnu snagu  $1000\text{MW}$ . Do fisije urana dolazi nakon što jezgra  $^{235}\text{U}$  apsorbira spori neutron. Među fisijskim produktima pronađeno je preko 100 različitih nuklida. Napiši jednadžbu reakcije pri kojoj fisijskom nastaje jezgra  $^{140}\text{Xe}$  te osim druge jezgre nastaju i dva brza neutrona kinetičke energije  $1\text{MeV}$ . Zanemarivši početnu brzinu apsorbiranog neutrona izračunaj energiju oslobođenu u jednoj reakciji! Masa jezgre  $^{235}\text{U}$  je  $235,043923u$ , jezgre  $^{140}\text{Xe}$   $139,921636u$ , a masa druge nastale jezgre  $93,915360u$ .

Nakon apsorpcije sporog neutrona (prije nego se dalje raspadne na navedeni način) jezgra  $^{235}\text{U}$  se mijenja i postaje pobuđena. Kolika je energija pobuđenja novonastale jezgre ako je njena masa u osnovnom stanju  $236,045562u$  i koja je to jezgra?

$^{140}\text{Xe}$  nije stabilna jezgra, već se uzastopnim  $\beta^-$  raspadima prevodi do Ce. Napiši jednadžbe tih raspada! Nakon fisije svake jezgre  $^{235}\text{U}$  oslobađa se još ukupno  $15\text{MeV}$  pri nizu ovih  $\beta^-$  raspada. Dok je fisiju jezgara  $^{235}\text{U}$  moguće kontrolirati i zaustaviti ubacivanjem kontrolnih šipki koje apsorbiraju neutrone, ove  $\beta^-$  raspade nije moguće zaustaviti. Kolika se snaga oslobađa u trenutku nakon zaustavljanja fisije urana? Nemogućnost odvođenja tolike snage bila je uzrokom havarije nuklearke Otok tri milje 1979. godine.

Kolika je godišnja potrošnja urana u tipičnoj nuklearnoj elektrani?

**Zadatak 4.** (16 bodova)

Za foton frekvencije  $\omega_0$  emitiran s površine zvijezde uočeno je da mu se frekvencija na vrlo velikoj udaljenosti od zvijezde promijeni za  $\Delta\omega$ . Kolika je masa zvijezde ako joj je polumjer  $R$ ?

Objasni kako se može ustanoviti da je to promjena frekvencije baš određenog fotona, a ne da se pojavio neki drugi foton drugačije valne duljine!

Konstante:  $u=1,6605402 \cdot 10^{-27}\text{kg}$ ,  $e=1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ ,  $c=3 \cdot 10^8\text{m/s}$ ,  $h=6,626 \cdot 10^{-34}\text{Js}$

$m_p=1,007276u$ ,  $m_n=1,008665u$ ,  $m_e=0,000548580u$

Prilog: periodni sustav elemenata

**DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA**  
*Gospić, 12.-15. svibnja 2005.*

---

**Srednje škole – 4. grupa**

**EKSPERIMENTALNI ZADATAK**

**Određivanje jakosti divergentne leće**

Pribor:

- Divergentna leća
- Trokut ili ravnalo
- Izvor svjetlosti - laser
- Plastelin za učvršćivanje leće, zastora
- Stalak (kvađar) za laser

Zadatak:

- a) Opisati postupak određivanja tražene veličine zadanim priborom ( 12 bodova )
- b) Izvršiti mjerenja i prikazat ih tablično ( 15 bodova )
- c) Provesti račun pogreške ( 3 boda )

---

Ukupno: 30 bodova

- Molimo natjecatelje da u svoj uradak upišu broj leće označen na leći. Hvala!  
Natjecateljima želimo uspješan rad!

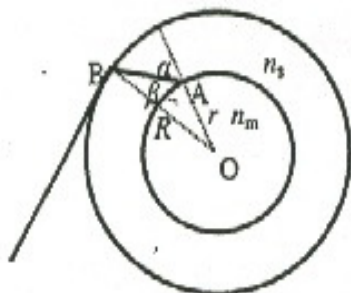
DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZICARA  
Gospić, 12.-15. svibnja 2005.

Srednje škole - 4. grupa - rješenja

Zadatak 1. (16 bodova)

Da bi izgledalo kao da je debljina stakla nula, zraka svjetlosti koja dolazi iz mlijeka pri izlasku iz stakla u točki B mora do oka putovati kao tangenta s vanjskog ruba boce. 1bod

Zbog cilindrične simetrije dovoljno je promatrati jednu zraku u ravnini okomitoj na os boce. Slika: 2boda



Kut  $\beta$  jednak je kutu za koji se događa potpuna refleksija na granici staklo-zrak:  $\sin \beta = \frac{1}{n_s}$ . 2boda

Sinusni teorem primijenjen na  $\triangle ABO$  daje:  $\frac{r}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin(180^\circ - \alpha)}$ ,

pa je  $\frac{r}{R} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$ . 2boda

Zraka koja dolazi iz mlijeka u točku A, otklanja se za maksimalni kut  $\alpha_{\max}$ . Traženi uvjet ostvaren je za

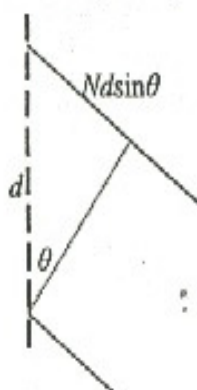
$\alpha \leq \alpha_{\max}$ , to jest kada je  $\frac{r}{R} \geq \frac{1}{\frac{n_s}{n_m}}$ . 3boda

$\alpha_{\max}$  ovisi o indeksima loma  $n_s$  i  $n_m$ .

Za  $n_s \leq n_m$  je  $\sin \alpha_{\max} = \frac{n_m}{n_s}$  pa je  $\frac{r}{R} \geq \frac{1}{\frac{n_s}{n_m}}$ . 3boda

Za  $n_s \geq n_m$  je  $\sin \alpha_{\max} = 1$  pa je  $\frac{r}{R} \geq \frac{1}{n_s}$ . 3boda

Zadatak 2. (22 boda)



Za konstruktivnu interferenciju zraka sa svih zarezova uvjeti su:  
 $k\lambda_H = d \sin \theta_H$  i  $k\lambda_D = d \sin \theta_D$ . 1bod

Da bi maksimum za jednu valnu duljinu pao u najbliži minimum druge, moraju se najveće razlike putova  $Ndsin\theta$  razlikovati barem za manju valnu duljinu:  $Nd \sin \theta_H = Nd \sin \theta_D + \lambda_D$  3boda

gdje je  $N$  broj zarezova, a  $d=1\text{mm}/500$  razmak zarezova.

Slika: 1bod

Slijedi  $Nk\lambda_H = Nk\lambda_D + \lambda_D$ , to jest  $Nk = \frac{\lambda_D}{\lambda_H - \lambda_D}$ . 2boda

Za  $k=2$  je najmanji broj zarezova  $N=1823$ . 1bod

Kutevi pod kojima se javljaju maksimumi drugog reda zadanih valnih duljina dani su s

$\sin \theta_H = \frac{k\lambda_H}{d} = 0,65645$ , pa je  $\theta_H = 41,02969^\circ$  i 1bod



$$\sin \theta_D = \frac{k\lambda_D}{d} = 0,65627, \text{ pa je pa je } \theta_D = 41,01602^\circ. \quad \text{1 bod}$$

Budući da su ovi kutevi bliski, njihovu razliku bolje je tražiti na način:  $\frac{k}{d} = \frac{\Delta \sin \theta}{\Delta \lambda} = \frac{\cos \theta \Delta \theta}{\Delta \lambda}$  pa je

1 bod

$$\Delta \theta = \frac{k \Delta \lambda}{d \cos \theta_{\text{med}}} = 2,3857 \cdot 10^{-4} \text{ rad} = 0,01367^\circ = 49,2'' \quad \text{2 boda}$$

Za gibanje elektrona mase  $m_e$  i jezgre mase  $m_j$  oko mirujućeg središta mase po putanjama polumjera  $r_e$  i  $r_j$  vrijedi  $m_e r_e = m_j r_j$

1 bod

$$\text{Centripetalna sila je elektrostatska: } \frac{mv_e^2}{r_e} = \frac{mv_j^2}{r_j} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \text{ gdje je } r = r_e + r_j. \quad \text{1 bod}$$

$$\text{Ukupna kutna količina gibanja je } m_e v_e r_e + m_j v_j r_j = \frac{m_e m_j}{m_e + m_j} (v_e + v_j) r. \quad \text{1 bod}$$

Bohrov model atoma pretpostavlja  $m v_n v_n = n \frac{h}{2\pi}$ , gdje smo uveli reduciranu masu  $m = \frac{m_e m_j}{m_e + m_j}$  i

indekse  $n$  koji označavaju stanje elektrona.

1 bod

$$\text{Iz toga slijedi } r_n = \frac{\epsilon_0 h^2 n^2}{\pi m e^2} \text{ i } v_n = \frac{e^2}{2\epsilon_0 h n} \text{ pa je ukupna energija atoma u } n\text{-tom stanju } E_n = -\frac{m e^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2}.$$

1 bod

$$\text{Valna duljina zračenja pri prijelazu iz } n \text{ u } m \text{ je } \lambda_{nm} = \frac{ch}{E_n - E_m} = \frac{8\epsilon_0^2 ch^3}{m e^4} \left( \frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right)^{-1}. \quad \text{1 bod}$$

Za vodik i deuterij sve je isto osim  $m$ .

Za  $m_j = m_H = m_p = 1836,152 m_e$  je  $m = 0,9994557 m_e$ ,

a za  $m_j = m_D = m_p + m_n = 3674,835 m_e$  je  $m = 0,999728 m_e$ .

1 bod

Omjer reduciranih masa za atom deuterija i vodika je 1,000272, pa je omjer očekivanih valnih duljina istih prijelaza  $\lambda_{nm}$  kod vodika i deuterija u Bohrovom modelu također toliki.

Omjer zadanih valnih duljina je 1,000274, što znači da Bohrov model dobro objašnjava razliku spektara vodika i deuterija.

2 boda

(Malo odstupanje posljedica je toga što je masa deuterona malo drugačija od  $m_p + m_n$ .)

### Zadatak 3. (16 bodova)

$$\text{Jednadžba fisije: } {}^{235}_{92}\text{U} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{140}_{54}\text{Xe} + {}^{94}_{38}\text{Sr} + 2 {}^1_0\text{n} \quad \text{1 bod}$$

$$\text{Oslobodena energija: } \Delta E = (m_U + m_n - m_{Xe} - m_{Sr} - 2m_n) c^2 = 2,96 \cdot 10^{-11} \text{ J} = 185 \text{ MeV} \quad \text{2 boda}$$

Apsorpcija neutrona:  ${}^{235}_{92}\text{U} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{236}_{92}\text{U}^*$ , gdje \* označava da je nastala pobudena jezgra energije više

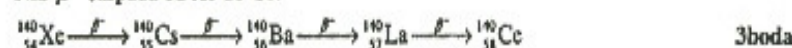
od energije osnovnog stanja za iznos energije pobudjenja koja prema zakonu očuvanja energije iznosi

$$E^* = (m_{U235} + m_n - m_{U236}) c^2 = 1,05 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 6,563 \text{ MeV}, \text{ gdje su } m_{U235} \text{ i } m_{U236} \text{ mase nepobuđenih}$$

jezgara.

4 boda

Niz  $\beta^-$  raspada od Xe do Ce:



DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Gospić, 12.-15. svibnja 2005.

Odnos snage oslobodene  $\beta^-$  raspadima i ukupne oslobodene snage je  $\frac{P_\beta}{P} = \frac{15\text{MeV}}{(15+185)\text{MeV}}$  gdje je

15MeV energija oslobodena u jednom nizu  $\beta^-$  raspada, a (15+185)MeV ukupna energija oslobodena fisijom jedne jezgre urana i  $\beta^-$  raspadima. **2boda**

Slijedi  $P_\beta = \frac{15}{200} P = \frac{15}{200} \cdot 3000\text{MW} = 225\text{MW}$ , gdje je 3000MW izračunato iz proizvedene električne snage od 1000MW uz korisnost 1/3. **2boda**

Broj jezgara urana raspadnutih u godinu dana je  $\frac{3000\text{MW} \cdot 1\text{god}}{200\text{MeV}} = 2,96 \cdot 10^{27}$  **1bod**

Masa tih jezgara je  $2,96 \cdot 10^{27} \cdot 235,0439u = 1155\text{kg}$ . **1bod**

Zadatak 4. (16 bodova)

Energija fotona emitiranog na površini planeta je  $\hbar\omega_0$ . Prema čestičnoj slici, njegova energija će se udaljavanjem od planeta smanjivati zbog gravitacijskog utjecaja. **2boda**

Zakon očuvanja energije je  $\hbar\omega_0 + \left(-\frac{GMm}{R}\right) = \hbar\omega + 0$ , gdje je član u zagradi potencijalna energija

fotona pri površini planeta, a 0 na velikoj udaljenosti od njega, dok je  $\hbar\omega$  energija fotona na velikoj udaljenosti od planeta. **3boda**

$m$  je masa koja pripada fotonu energije  $E$ :  $m = \frac{E}{c^2} = \frac{\hbar\omega_0}{c^2}$ . **2boda**

Energija fotona se smanjuje pa uvodimo  $\omega = \omega_0 - \Delta\omega$ . **1bod**

Uvrštavanjem zadnje dvije relacije u zakon očuvanja energije i sređivanjem dobije se masa

planeta  $M = \frac{c^2}{G} \cdot R \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$ . **2boda**

Svakom atomu svojstven je određeni spektar zračenja. Svaka frekvencija iz spektra mijenja se

proporcionalno početnoj frekvenciji:  $\Delta\omega = \frac{MG}{c^2 R} \omega_0$ . Tako je cijeli frekvencijski spektar zračenja koje

dolazi s udaljenog planeta "rastegnut" na odgovarajući način s obzirom na spektar istog atoma na Zemlji. **5bodova**

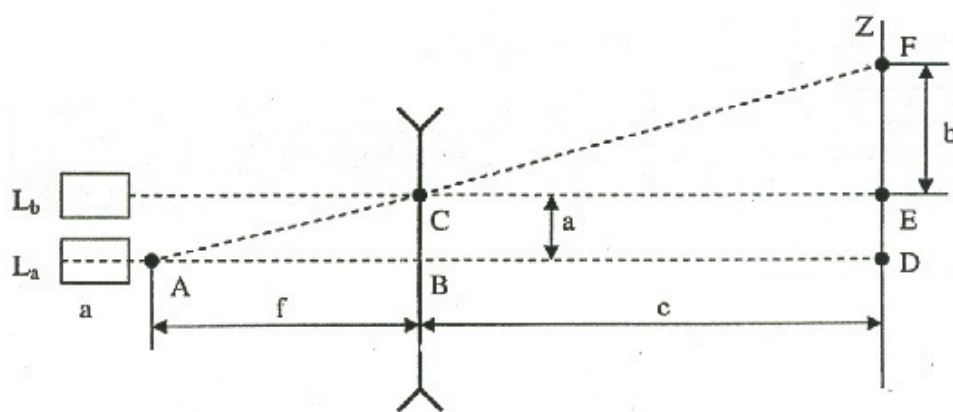
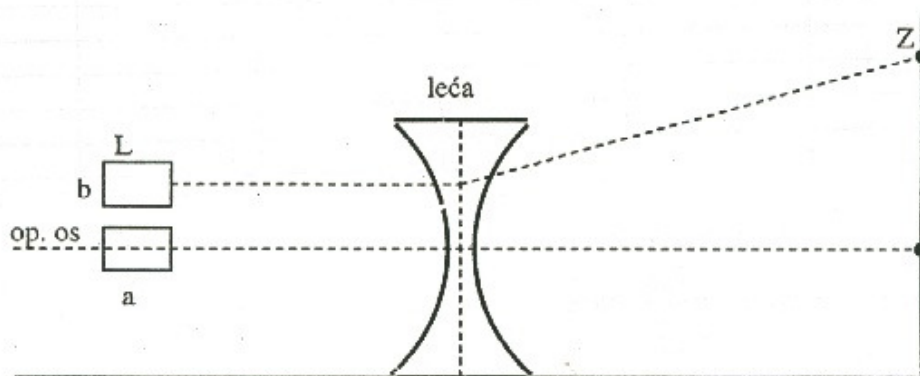
Mjerenje čitavih spektara, a ne samo jedne linije, može potvrditi provedeni račun. Preduvjet je da na udaljenom planetu postoje isti atomi (barem neki) kao i na Zemlji. **1bod**

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA  
Gospić, 12.-15. svibnja 2005.

Srednje škole – 4. grupa

Eksperimentalni zadatak - rješenje

- a) Zadanim priborom problem se rješava tako da se plastelinom učvrsti na stolu divergentna leća, zastor, a laser na kvadru. Laserom se prvo odredi optička os leće i označi na zastoru. Tada laserski snop koristimo kao paralelnu zraku optičkoj osi (b) i to mjesto – prolaz paralelne zrake kroz leću, označimo na zastoru. Mjerenjem naznačenih vrijednosti i koristeći slične trokute odredimo fokus leće i jakost. (2 boda)



$\triangle ABC$  sličan  $\triangle ADF$

$$f:a = (f+c):(a+b)$$

$$f(a+b) = a(f+c)$$

$$fa + fb = af + ac \Rightarrow f = \frac{a \cdot c}{b} \Rightarrow j = -\frac{1}{f} = -\frac{b}{ac} \quad (-) \text{ diverg. leće}$$

Jednako valjani rezultat je ako se koriste slični trokuti  $\triangle ABC$  i  $\triangle CEF$

$$f : a = c : b$$



**DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA**  
*Gospić, 12.-15. svibnja 2005.*

$$f = \frac{ac}{b} \Rightarrow j = -\frac{b}{ac} \quad (2 \text{ boda})$$

b) mjerenjem udaljenosti navedenih u a) i izračun tražene vrijednosti prikazati će se tablično:

	a/m	b/m	c/m	f = $\frac{ac}{b}$ /m	j = $-\frac{1}{f}$ /m <sup>-1</sup>
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					

$$\bar{j} = \quad (15 \text{ bodova})$$

c) račun pogreške:  $r = \frac{|\Delta j|}{\bar{j}} \cdot 100\%$

$$j = (\bar{j} \pm |\Delta j|) m^{-1} \quad (3 \text{ boda})$$

.....  
 Ukupno: 30 bodova

Za leće pod rednim brojem od 1 -10 rezultati su:

leća	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f/m	0.174	0.211	0.16	0.19	0.167	0.182	0.154	0.148	0.235	0.31
j/m <sup>-1</sup>	-5.75	-4.75	-6.25	-5.25	-6	-5.5	-6.5	-6.75	-4.25	-3.25