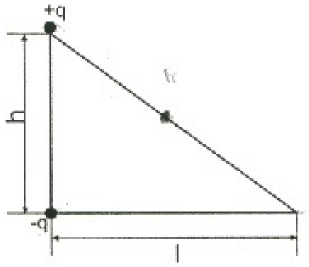
Državna smotra i natjecanje mladih fizičara
Vis, 11.-14. svibnja 2006.

Srednja škola - 2. grupa

1. zadatak (17 bodova)



S vrha kosine visine h i horizontalne dimenzije l pusti se iz mirovanja gibati kuglica mase m zanemarivo malog polumjera (slika). Na kuglici je pozitivan naboj $+q$. U vrhu pravog kuta kosine se nalazi nepomičan negativan naboj $-q$.

a) Promatrajući kuglicu kako se giba niz kosinu, ustanovili ste da je stigla do dna. Kolika joj je tada brzina?

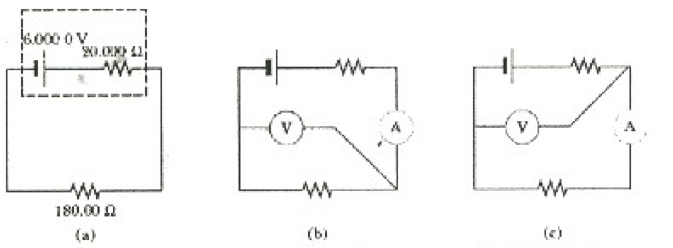
b) Ako je visina kosine $h = 1\,\mathrm{m}$, za koje sve vrijednosti horizontalne dimenzije kosine l, kuglica mase 1 g na kojoj je naboj $q = 1.36\,\mu\mathrm{C}$ ne stiže do njenog dna?

c) Za koje omjere h/l je brzina nabijene kuglice na dnu veća od one koju bi imala nenabijena kuglica u istim uvjetima?

Kosina je napravljena od električki neprovodljivog materijala. Trenje zanemariti.

2. zadatak (17 bodova)

Zadan je strujni krug kao na slici.



a) Kad se otpor od 180 Ω spoji preko baterije elektromotorne sile 6 V i unutrašnjeg otpora 20 Ω, kolika struja teče kroz otpor? Koliki je pad napona na njemu?

b) Pretpostavite da se u strujni krug dodaju ampermetar unutrašnjeg otpora 0.5 Ω i voltmetar unutrašnjeg otpora 20 kΩ kao na b) slici. Kolika su očitanja ovih uređaja?

c) Zatim se jedan od terminala voltmetra prespoji (kao na c) slici). Kolika su sad očitanja voltmetra i ampermetra?

Postoji li razlika u očitanjima između b) i c) slučaja? Ako da, koja od ovih konfiguracija daje točnije očitanje?

NAPOMENA: Tražene veličine računajte na barem 5 decimala radi kasnije usporedbe.

3. zadatak (19 bodova)

Malom čarobnjaku Parryu Hotteru dosadilo je letjeti na metli. Osim toga, često treba nositi i dodatne stvari, za koje na metli baš i nema mjesta. Bilo bi lijepo kad bi mogao koristiti lebdeći tepih. No, magična riječ koja bi običan tepih pretvorila u lebdeći još nije izmišljena. Stoga se Parry za pomoć odluči obratiti svom poznaniku- svjetski poznatom i priznatom fizičaru Mr. Phyu da probaju konstruirati lebdeći tepih koji lebdi bez pomoći magije!

Mr. Phy razmišlja na sljedeći način: Držim li gornju površinu tepiha na temperaturi $T_1 = 273\,\mathrm{K}$, a donju na $T_2 = 373\,\mathrm{K} > T_1$ - zbog sudara molekula zraka, koji je prije sudara na temperaturi okoline

$T = 293\,\mathrm{K}$ s toplijom donjom površinom- one dobivaju dodatnu količinu gibanja prema dolje. No, istovremeno i tepihu se količina gibanja promijeni za jednak iznos u suprotnom smjeru (prema gore) odn. postoji sila koja tepih gura prema gore. Analogno vrijedi i za gornju površinu. Ako je površina lebdećeg tepiha $1\,\mathrm{m}^2$ izračunajte može li takav tepih ponijeti teret od 300 kg. Pretpostavite da se nakon sudara molekule zraka zagriju na temperaturu površine u koju udare i da se promijeni samo vertikalna komponenta brzine molekule. Za račun upotrijebite srednju kvadratnu brzinu molekula $\langle v \rangle = \sqrt{\overline{v^2}}$ (drugim riječima- uzmite kao da se sve molekule kreću jednakom, srednjom kvadratnom brzinom). Isto tako, pretpostavite da je koncentracija molekula zraka n (broj molekula po jedinici volumena) jednaka ispod i iznad tepiha (je li ovo realna pretpostavka?). Atmosferski tlak je $10^5\,\mathrm{Pa}$.

NAPOMENE:

Tepih smatrati krutom pločom.

Zrak smatrati dvoatomnim plinom čije molekule imaju sve jednaku masu m.

Broj sudara molekula idealnog plina u jediničnu ravnu površinu u jedinici vremena dan je izrazom $b = \frac{n}{4}\langle v \rangle$.

4. zadatak (17 bodova)

Da bi se našao omjer specifičnih toplinskih kapaciteta pri stalnom tlaku i stalnom volumenu tj. c_P/c_V za plin, nekad se koristi sljedeća metoda: Određena količina plina početne temperature T_0, tlaka P_0 i volumena V_0 grije se pomoću struje koja teče kroz otpornu žicu od platine u vremenskom intervalu t. Eksperiment se napravi dva puta: prvo uz stalni volumen V_0, dok se tlak mijenja od P_0 do P_1, a onda uz stalni tlak P_0 dok se volumen mijenja od V_0 do V_1. Vrijeme t, kao i struja koja teče žicom I jednaki su u oba eksperimenta. Nađite c_P/c_V (rezultat izrazite pomoću P_0, P_1, V_0, V_1 jer su to mjerene veličine). Plin smatrati idealnim.

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Vis, 11.-14. svibnja 2006.g.

Srednje škole – 2.grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Atmosferski tlak

Zadatak

Pomoću priloženog pribora treba izmjeriti **atmosferski tlak** određivanjem **srednje vrijednosti i grafičkom metodom.**

Pribor

- Prozirna cijev duga oko 1m promjera 5-10mm
- Posuda s vodom visoka oko 30cm
- Ravnalo dugo 30cm s mjernom skalom
- Prozirna samoljepljiva traka
- Milimetarski papir

Zadaci

- Teorijski obrazložiti i skicirati postupak mjerenja (14 bodova)
- Napraviti barem 10 mjerenja, podatke prikazati tabelarno i odrediti srednju vrijednost atmosferskog tlaka (10 bodova)
- Izmjerene podatke prikazati grafički na milimetarskom papiru, tako da graf možemo aproksimirati pravcem i pomoću tog grafa odrediti vrijednost atmosferskog tlaka (6 bodova)

Ukupno **30 bodova**

RJEŠENJA I SMJERNICE ZA BODOVANJE
Srednja škola - 2. grupa

1. zadatak- RJEŠENJE

a) Ukupne energije u položajima A i B su

$$E(\mathrm{A}) = mgh - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 h} \text{ [3 boda]} \tag{1.1}$$

$$E(\mathrm{B}) = -\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l} + \frac{mv^2}{2} \text{ [3 boda]} \tag{1.2}$$

pa je, prema zakonu o očuvanju energije

$$mgh - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 h} = -\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l} + \frac{mv^2}{2} \tag{1.3}$$

odn.

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 m}\left[\frac{1}{l} - \frac{1}{h}\right] + 2gh}} \text{ [4 boda]} \tag{1.4}$$

b) Kuglica ne stiže do dna, kad je izraz pod korijenom u (1.4) manji od nule (fizikalno to znači da bi potencijalna energija zbog elektrostatskog međudjelovanja kad kuglica stigne na dno kosine postala prevelika; ova energija zbrojena s konačnom kinetičkom energijom- izraz za $E(\mathrm{B})$ postala bi veća od ukupne, dakle i početne, energije $E(\mathrm{A})$ čime bi se narušio zakon o očuvanju energije), tj.

$$\left(\frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 m} - 2gh\right)l - \frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 m}h > 0 \tag{1.5}$$

Uz uvođenje konstanti $a = \frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 mh} - 2gh$, $b = \frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 m}h > 0$, $x \equiv l$ lakše je prepoznati da je oblik ove relacije, zapravo

$$y = ax - b > 0 \tag{1.6}$$

odn. pravac s negativnim odsječkom na osi y. Ako se uvrste brojke, dobije se za $a \approx 13.63 > 0$ (pravac je rastući) pa je najmanji mogući l za koji kuglica ne stiže do dna $\boxed{l_{min} \approx 2.4\,\mathrm{m}}$. Dakle, za sve vrijednosti $l > l_{min}$ kuglica ne stiže do dna kosine. **[4 boda]**

c) Brzina nenabijene kuglice na dnu dobije se tako da se u (1.4) uvrsti $q = 0$ pa slijedi $v = \sqrt{2gh}$. Očito će brzina nabijene kuglice na dnu biti veća sve dok je (prema (1.4))

$$\frac{1}{l} - \frac{1}{h} > 0 \Rightarrow \boxed{\frac{h}{l} > 1} \text{ [3 boda]} \tag{1.7}$$

2. zadatak- RJEŠENJE

a) Izvor elektromotorne sile vidi ekvivalentni otpor od 200 Ω tj.

$$I = \frac{6\,\text{V}}{200\,\Omega} = 0.03\,\text{A} = \boxed{30\,\text{mA}} \ \textbf{[2 boda]} \tag{1.8}$$

i, kako se radi o serijskom spoju otpora, ovo je struja koja teče i kroz otpor od 180 Ω. Pad napona na tom otporu je (Ohmov zakon)

$$\Delta V = IR = 0.03 \cdot 180 = \boxed{5.4\,\text{V}} \ \textbf{[2 boda]} \tag{1.9}$$

b) Ekvivalentni otpor voltmetra i otpora je (paralelni spoj)

$$R_{ekv1} = \left(\frac{1}{180} + \frac{1}{20000}\right)^{-1} \approx 178.39\,\Omega \tag{1.10}$$

pa je ukupni ekvivalentni otpor jednak (R_{ekv1} je još serijski spojen s ampermetrom i unutrašnjim otporom izvora)

$$R_{uk1} = 178.39\,\Omega + 0.5\,\Omega + 20\,\Omega = 198.89\,\Omega \ \textbf{[1 bod]} \tag{1.11}$$

Prema tome, očitanje na ampermetru je

$$I_A = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{6}{198.89} \approx 0.030167\,\text{A} = \boxed{30.167\,\text{mA}} \ \textbf{[2 boda]} \tag{1.12}$$

a ono na voltmetru

$$\Delta V_V = I_A R_{ekv1} = 0.030167 \cdot 178.39 = \boxed{5.3816\,\text{V}} \ \textbf{[2 boda]} \tag{1.13}$$

c) Ampermetar i otpor od 180 Ω su spojeni serijski pa je njihov ekvivalentni otpor 180.5 Ω. Ovaj otpor je paralelno spojen s voltmetrom pa je ekvivalentni otpor jednak

$$R_{ekv2} = \left(\frac{1}{180.5} + \frac{1}{20000}\right)^{-1} = 178.89\,\Omega \tag{1.14}$$

Dakle, izvor elektromotorne sile šalje struju kroz ukupni otpor

$$R_{uk2} = 178.89\,\Omega + 20\,\Omega = 198.89\,\Omega \ \textbf{[1 bod]} \tag{1.15}$$

Struja u krugu je

$$I = \frac{6\,\text{V}}{198.89\,\Omega} \approx 0.030168\,\text{A} = \boxed{30.168\,\text{mA}} \ \textbf{[2 boda]} \tag{1.16}$$

ali ne ide sva kroz ampermetar.

Očitanje na voltmetru je

$$\Delta V_V = IR_{ekv2} = 0.030168 \cdot 178.89 = \boxed{5.3966\,\text{V}} \ \textbf{[2 boda]} \tag{1.17}$$

Očitanje na ampermetru je

$$I_A = \frac{\Delta V_V}{R} = \frac{5.3966\,\text{V}}{180.5\,\Omega} \approx 0.029898\,\text{A} = \boxed{29.898\,\text{mA}} \ \textbf{[2 boda]} \tag{1.18}$$

Točnije očitanje daje konfiguracija c) (bliže stvarnim vrijednostima od 5.4 V odnosno 30 mA) i zato je povoljnija za mjerenje **[1 bod]**.

3. zadatak- RJEŠENJE

Unutarnja energija U dvoatomnog plina (5 stupnjeva slobode) kakav je približno i zrak (uglavnom N_2 i O_2 molekule) dana je zakonom o ekviparticiji energije tj. izrazom

$$U = \frac{5N}{2} k_B T = \frac{m}{2}\overline{v^2} N = \frac{m}{2}\langle v\rangle^2 N \quad \textbf{[3 boda]} \tag{1.19}$$

gdje je N ukupan broj molekula plina, $k_B = 1.38\cdot 10^{-23}$ J/K Boltzmannova konstanta, T temperatura, m masa pojedine molekule, $\langle v\rangle = \sqrt{\overline{v^2}}$ srednja kvadratna brzina molekule. Dakle,

$$\langle v\rangle = \sqrt{\frac{5k_B T}{m}} \quad \textbf{[1 bod]} \tag{1.20}$$

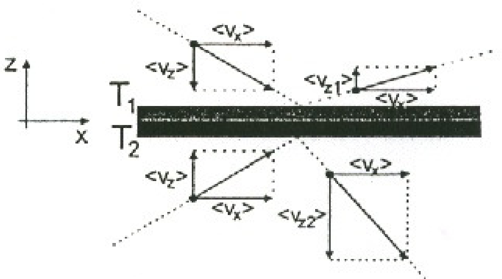
Neka je sa z označen vertikalni smjer. Srednja vrijednost z komponente brzine je (x, y, z smjerovi su ekvivalentni)

$$\langle v_z\rangle = \sqrt{\overline{v_z^2}} = \sqrt{\frac{1}{3}\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{5}{3}\frac{k_B T}{m}} \quad \textbf{[2 boda]} \tag{1.21}$$

Nakon sudara molekula s donjom/gornjom površinom i njihovom termalizacijom (grijanjem/hlađenjem na temperaturu površine u koju udare), njihove srednje kvadratne brzine u vertikalnom smjeru su, redom,

$$\begin{aligned}\langle v_{z1}\rangle &= \sqrt{\frac{5}{3}\frac{k_B T_1}{m}}\\ \langle v_{z2}\rangle &= \sqrt{\frac{5}{3}\frac{k_B T_2}{m}}\end{aligned} \quad \textbf{[2 boda]} \tag{1.22}$$

i vrijedi $\langle v_{z1}\rangle < \langle v_z\rangle < \langle v_{z2}\rangle$. Kako je broj molekula koje u jedinici vremena udare u jediničnu ravnu površinu jednak $b = \frac{n}{4}\langle v\rangle$, a pritom se (u prosjeku) svakoj molekuli promijeni količina gibanja za $m\left(\langle v_{z1}\rangle + \langle v_z\rangle\right)$, nakon udara u gornju, odnosno $m\left(\langle v_{z2}\rangle + \langle v_z\rangle\right)$, nakon udara u donju (slika-



dana u dvije dimenzije radi jasnoće) iznosi sila tepiha na molekule (i obrnuto) s gornje i donje strane su, redom,

$$\begin{aligned}F_1 &= m\frac{n}{4}S\langle v\rangle\left(\langle v_{z1}\rangle + \langle v_z\rangle\right) = m\frac{n}{4}\sqrt{\frac{5}{3}\frac{k_B T}{m}}\left(\sqrt{\frac{5}{3}\frac{k_B T_1}{m}} + \sqrt{\frac{5}{3}\frac{k_B T}{m}}\right)\\ F_2 &= m\frac{n}{4}S\langle v\rangle\left(\langle v_{z2}\rangle + \langle v_z\rangle\right) = m\frac{n}{4}\sqrt{\frac{5}{3}\frac{k_B T}{m}}\left(\sqrt{\frac{5}{3}\frac{k_B T_2}{m}} + \sqrt{\frac{5}{3}\frac{k_B T}{m}}\right)\end{aligned} \quad \textbf{[4 boda]} \tag{1.23}$$

gdje je $S = 1\,\mathrm{m}^2$ površina tepiha. Uzeta je pretpostavka da je koncentracija molekula n iznad i ispod tepiha jednaka. Rezultantna sila na tepih prema gore je

$$\Delta F = F_2 - F_1 = m\frac{n}{4}S\sqrt{\frac{5}{3}\frac{k_B T}{m}}\sqrt{\frac{5}{3}\frac{k_B}{m}}\left(\sqrt{T_2}-\sqrt{T_1}\right) = \boxed{\frac{5}{3}\frac{n}{4}Sk_B\sqrt{T}\left(\sqrt{T_2}-\sqrt{T_1}\right)} \text{ [2 boda]} \quad (1.24)$$

Koncentracija molekula $n = N/V$ može se izračunati iz jednadžbe stanja idealnog plina

$$PV = \frac{N}{N_A}RT \Rightarrow n = \frac{N}{V} = \frac{PN_A}{RT} \text{ [3 boda]} \quad (1.25)$$

pa kad se to uvrsti u (1.24) dobije se

$$\Delta F = \frac{5}{12}SP\frac{\sqrt{T_2}-\sqrt{T_1}}{\sqrt{T}} \approx \boxed{6.8\,\text{kN}} \text{ [2 boda]} \quad (1.26)$$

dakle $> 3\,\text{kN}$ (približna težina tereta) koje treba podići. Baš dobro za Parrya!

No, kao što možda znate, lebdeći tepisi ovog tipa zasad ipak ne postoje. Pogreška u gornjoj logici leži u tome što je u računu uzeta jednaka koncentracija n molekula na gornjoj i donjoj površini. Zapravo, koncentracija molekula iznad tepiha (hladnije) je veća nego koncentracija ispod njega i to upravo za toliko da su tlakovi iznad i ispod tepiha jednaki usljed čega on (ipak i nažalost) ne lebdi.

4. zadatak- RJEŠENJE

1. Kod stalnog volumena V_0 prenese se toplina

$$Q = mc_V\left(T - T_0\right) \text{ [2 boda]} \tag{1.27}$$

gdje je T temperatura kod tlaka P_1 i tog volumena. Koristeći jednadžbu stanja idealnog plina

$$\left.\begin{aligned} P_0V_0 &= nRT_0 \\ P_1V_0 &= nRT \end{aligned}\right\} \Rightarrow T - T_0 = \frac{\left(P_1 - P_0\right)V_0}{nR} \text{ [2 boda]} \tag{1.28}$$

pa je prenesena toplina jednaka

$$Q = mc_V \frac{\left(P_1 - P_0\right)V_0}{nR} \text{ [3 boda]} \tag{1.29}$$

2. Kod stalnog tlaka P_0 prenese se toplina

$$Q' = mc_P\left(T' - T_0\right) \text{ [2 boda]} \tag{1.30}$$

gdje je T' temperatura kod volumena V_1 i tog tlaka. Prema jednadžbi stanja idealnog plina

$$\left.\begin{aligned} P_0V_0 &= nRT_0 \\ P_0V_1 &= nRT' \end{aligned}\right\} \Rightarrow T' - T_0 = \frac{\left(V_1 - V_0\right)P_0}{nR} \text{ [2 boda]} \tag{1.31}$$

pa je

$$Q' = mc_P \frac{P_0\left(V_1 - V_0\right)}{nR} \text{ [2 boda]} \tag{1.32}$$

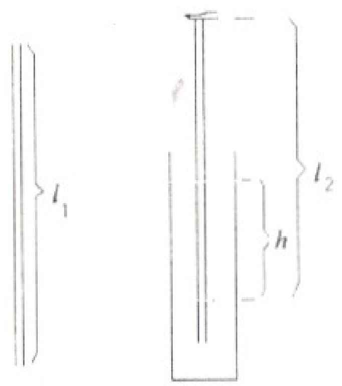
Kako je vrijeme t koje struja I teče kroz otpornu žicu (nekog otpora R) od platine u oba eksperimenta jednako, kao i ta struja, znači da je (prema izrazu za disipiranu, Jouleovu, snagu $P = RI^2$ tj. toplinu $Q = RI^2t$) $Q' = Q$ **[2 boda]** pa je (prema (1.29) i (1.32))

$$\frac{c_P}{c_V} = \frac{\dfrac{nR}{P_0\left(V_1 - V_0\right)}}{\dfrac{nR}{V_0\left(P_1 - P_0\right)}} = \boxed{\frac{\dfrac{P_1}{P_0} - 1}{\dfrac{V_1}{V_0} - 1}} \text{ [2 boda]} \tag{1.33}$$

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE VIS 2006
EKSPERIMENTALNI ZADATAK - 2. GRUPA

Rješenje:

Izmjerimo ravnalom duljinu prozirne cijevi l_1-to je početna duljina stupca zraka u njoj. Nakon toga zalijepimo samoljepljivom trakom ravnalo za prozirnu cijev (i to tako da jedan kraj cijevi bude u položaju 0 na mjernoj skali ravnala) kako bi nam bilo lakše mjeriti potrebne veličine. Zatim cijev prstom začepimo na jednom kraju, a otvoreni kraj uronimo okomito prema dolje u posudu s vodom. Zbog povećanja tlaka, nešto vode će ući u cijev, pa će duljina stupca zraka u cijevi biti manja i iznosit će l_2. Dakle, za određivanje atmosferskog tlaka potrebno je izmjeriti duljinu l_2 i dubinu vode h, tj. razliku između nivoa vode u posudi i nivoa vode u cijevi.



(5 bodova)

Budući da se u ovom pokusu temperatura zraka ne mijenja, tlak i volumen stupca zraka zarobljenog u cijevi mijenjaju se prema Boyle-Mariotteovom zakonu:

$$p_1V_1 = p_2V_2 \tag{1}$$

(3 boda)

Ovdje su $p_1 = p_{at}$ i $V_1 = l_1S$ atmosferski tlak i volumen stupca zraka u cijevi prije uranjanja, a $p_2 = p_{at} + \rho gh$ i $V_2 = l_2S$ tlak stupca zraka i volumen stupca zraka u cijevi nakon uranjanja. S je površina presjeka cijevi, a $\rho = 1000$ kg/m^3 gustoća vode ($g = 9.81$ m/s^2).
Uvrštavanjem ovoga u jednadžbu (1), S se krati pa se dobiva:

$$p_{at}l_1 = (p_{at} + \rho gh)l_2. \tag{2}$$

(3 boda)

Sređivanjem ove jednadžbe, konačno dobivamo formulu za atmosferski tlak:

$$p_{at} = \frac{\rho ghl_2}{l_1 - l_2}. \tag{3}$$

(3 boda)

Uranjanjem cijevi do različitih dubina u vodu, mjerit ćemo l_2 i h (l_1 se ne mijenja) i na taj način ćemo dobiti više različitih mjerenja koja ćemo prikazati tabelarno i odrediti srednju vrijednost atmosferskog tlaka:

l_2 (m)	h (m)	p_{at} (Pa)

(10 bodova)

Za grafičko određivanje atmosferskog tlaka jednadžbu (2) napišemo u obliku:

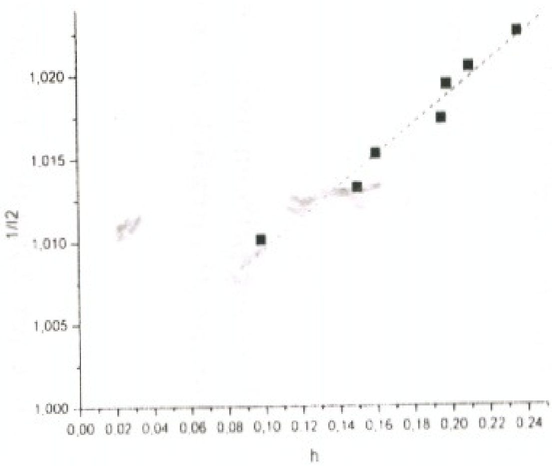
$$\frac{1}{l_2} = \frac{\rho g}{p_{at} l_1} h + \frac{1}{l_1}. \qquad (4)$$

(2 boda)

Vidimo da je (4) jednadžba pravca uz $x = h$, $y = \frac{1}{l_2}$ i koeficijent smjera $k = \frac{\rho g}{p_{at} l_1}$. Stoga napravimo tablicu

h (m)	$1/l_2$ (m^{-1})

i prikažemo grafički ovisnost $y = \frac{1}{l_2}$ o $x = h$.



(2 boda)

Kroz dobivene točke provučemo pravac koji im najviše odgovara. Određivanjem koeficijenta smjera k tog pravca odredimo atmosferski tlak:

$$p_{at} = \frac{\rho g}{k l_1}. \qquad (5)$$

(2 boda)