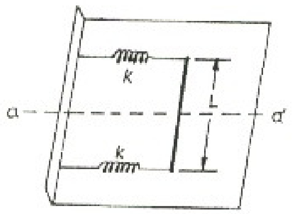
Državna smotra i natjecanje mladih fizičara
Vis, 11.-14. svibnja 2006.

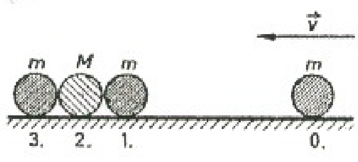
Srednja škola - 3. grupa

Zadatak 1. (18 bodova)



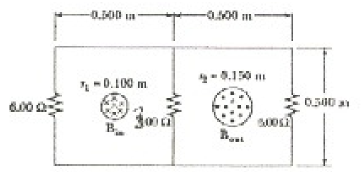
Tanka šipka mase M, duljine L, giba se po horizontalnoj ploči bez trenja. Njeno središte mase ograničeno je na kretanje po ravnoj liniji $a - a'$. Dvije identične opruge, konstante k, pričvršćene su na krajeve šipke. Opiši (skiciraj) kako izgledaju osnovni modovi titranja za male amplitude i odredi njihove frekvencije.
Uputa: Za male kutove vrijedi aproksimacija
$\cos\Theta \approx 1, \sin\Theta \approx \Theta$.

Zadatak 2. (17 bodova)



Od triju malih kuglica srednja ima masu M, ostale dvije mase m. Četvrta kuglica mase m nalijeće na njih brzinom v. Kuglice se nalaze na glatkoj površini, a sudari su savršeno elastični. Odredi brzine kuglica poslije sudara ako je $M = 5\,m$ i broj sudara.

Zadatak 3. (17 bodova)



Dvije beskonačno duge zavojnice (na slici prikazane u presjeku) prolaze kroz strujni krug kao na slici. Magnetske indukcije B unutar svake zavojnice imaju jednak iznos koji se mijenja u vremenu po zakonu $B = B_0 + 100 \cdot t$ [T], ali su im smjerovi međusobno suprotni i okomiti na ravninu papira! Odredi jakost struje koja prolazi kroz svaki otpornik. Magnetska indukcija izvan zavojnica je nula!
Polumjeri zavojnica su $r_1 = 0.1$ m i $r_2 = 0.15$ m.

Zadatak 4. (18 bodova)

Neustrašiva biciklistica Marlena vozi "downhill", tj. spušta se niz brdo velikom brzinom. Odjednom opaža da je most ispred nje urušen i da se treba naglo zaustaviti! Koliko je najveće usporenje kojim se može spuštati, a da se stražnji kotač ne odvoji od zemlje? Nagib brda je 20°. Na ravnoj cesti, središte mase sustava Marlena-bicikl nalazi se u točki 1.05 m iznad zemlje, 65 cm iza osi prednjeg kotača i 35 cm ispred osi stražnjeg kotača. Pretpostavi da se gume ne kližu!

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Vis, 11.-14. svibnja 2006.

Srednje škole – 3. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

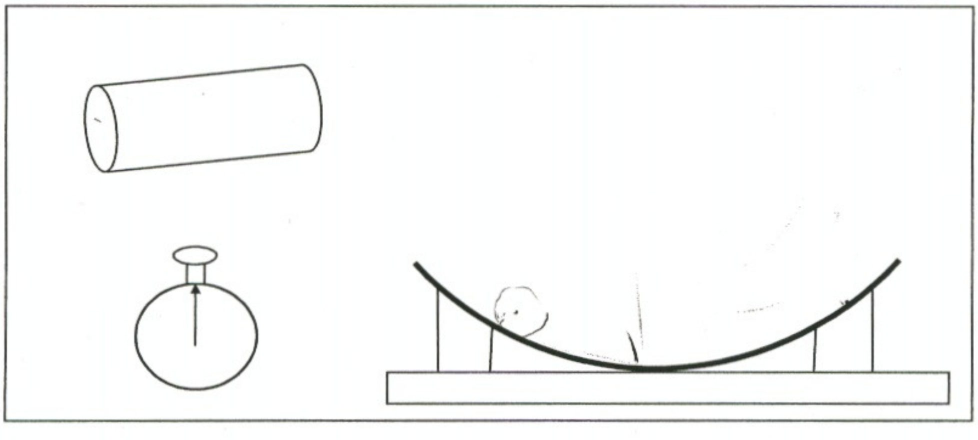
Pribor:
- polukružno zakrivljeni žlijeb
- metalni valjak
- zaporni sat

Zadatak:

Uporabom isključivo priloženih sredstava treba:

a)	odrediti polumjer zakrivljenosti žlijeba	12 bodova
b)	odrediti omjer prigušenja gibanja valjka po žlijebu (δ - dekrement)	5 bodova
c)	nacrtati A,t –graf (amplituda, vrijeme)………	3 boda
d)	odrediti Q-faktor (faktor dobrote)	5 bodova
e)	izvesti potrebne relacije	5 bodova
	Ukupno:	30 bodova

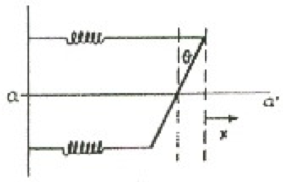
*Obavezno napisati LEGENDU korištenih oznaka!
Napomena: Trokut ili ravnalo NIJE pribor i može se koristiti samo za rješavanje zadatka pod b) i c).



Želimo puno uspjeha u rješavanju!

RJEŠENJA I SMJERNICE ZA BODOVANJE
Srednja škola – 3. grupa

Zadatak 1. (18 bodova)



Gibanje će se sastojati od osciliranja centra mase po pravcu $a - a'$ oko položaja ravnoteže, te od osciliranja štapa oko centra mase (vidi sliku). **[4 boda]**

Za parametre koji će opisivati gibanje izaberimo položaj centra mase x i kut Θ koji šipka zatvara s okomicom na pravac $a - a'$. Jednadžbe gibanja tada glase:

$$Ma_X = -k\left(X + \frac{L}{2}\sin\Theta\right) - k\left(X - \frac{L}{2}\sin\Theta\right),$$ **[3 boda]**

$$a_X + \frac{2k}{M}X = 0.$$

$$I\alpha_\Theta = -\frac{L}{2}\cos\Theta\left(X + \frac{L}{2}\sin\Theta\right)k + \frac{L}{2}\cos\Theta\left(X - \frac{L}{2}\sin\Theta\right)k,$$ **[3 boda]**

$$\alpha_\Theta + \frac{L^2 k}{2I}\cos\Theta\sin\Theta = 0.$$

I je moment inercije šipke oko centra mase i iznosi $I = \frac{ML^2}{12}$. **[2 boda]**

Za male oscilacije kuta vrijedi aproksimacija $\cos\Theta = 1, \sin\Theta = \Theta$, pa se dobivene jednadžbe gibanja svode na:

$$\alpha_\Theta + \frac{6k}{M}\Theta = 0,$$ **[3 boda]**

$$a_X + \frac{2k}{M}X = 0.$$

Iz jednadžbi se vidi da će frekvencije oscilacija osnovnih modova biti $\omega_1 = \sqrt{\frac{2k}{M}}$ i $\omega_2 = \sqrt{\frac{6k}{M}}$.
[3 boda]

Zadatak 2. (17 bodova)

Nakon sudara 0. kuglice, kuglice koja nalijeće, s prvom kuglicom, 0. se zaustavi a 1. kuglica dobiva brzinu v. **[3 boda]**

Nakon sudara 1. s 2. kuglicom, 2. se giba brzinom $\frac{2m \cdot v}{m + M}$ na lijevo a 1. brzinom $\frac{(M-m)v}{(M+m)}$ na desno. **[3 boda]**

Nakon sudara 2. s 3., 3. kuglica ima brzinu $\frac{4m \cdot M \cdot v}{(M+m)^2}$ i giba se na lijevo, a 2. $\frac{2(M-m) \cdot m \cdot v}{(M+m)^2}$ i giba se također na lijevo. **[3 boda]**

Sudar 1. i 0. daje 1. čestici brzinu nula, a 0. $\frac{(M-m) \cdot v}{(M+m)}$ na desno. **[3 boda]**

Poslije neće biti sudara zbog odnosa $M = 5\ m$. **[2 bod]**
Brzine su:

$v_0 = -\frac{2}{3}v, v_1 = 0, v_2 = \frac{2}{9}v, v_3 = \frac{5}{9}v$, i ukupno je bilo 4 sudara. **[3 boda]**

Provjerimo je li očuvana količina gibanja:

$$-m\frac{2}{3}v+m\cdot 0+5m\cdot\frac{2}{9}v+m\frac{5}{9}v=mv,$$

i kinetička energija:

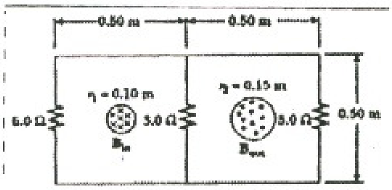
$$\frac{1}{2}\frac{4}{9}v^2+\frac{1}{2}5m\cdot\frac{4}{81}v^2+\frac{1}{2}m\frac{25}{81}v^2=\frac{1}{2}mv^2.$$

Zadatak 3. (17 bodova)

U lijevoj petlji, inducirani napon iznosi:

$$|\varepsilon|=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=S\frac{\Delta B}{\Delta t}=\pi(0.1\,\mathrm{m})^2(100\,\mathrm{T/s})=\pi[\mathrm{V}],$$

[3 boda]



i pokušava uspostaviti električnu struju koja teče u smjeru suprotnom gibanju kazaljci na satu u ovoj petlji.

U desnoj petlji, inducirani napon je:

$$|\varepsilon|=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=S\frac{\Delta B}{\Delta t}=\pi(0.15\,\mathrm{m})^2(100\,\mathrm{T/s})=2.25\cdot\pi[\mathrm{V}],$$ **[3 boda]**

i pokušava uspostaviti elektičnu struju u smjeru gibanja kazaljke na satu.

Pretpostavimo da struja I_1 teče prema dolje kroz 6 Ω-ski otpornik, struja I_2 teče prema dolje kroz 5 Ω-ski otpornik, i struja I_3 teče prema gore kroz 3 Ω-ski otpornik.

Kirchhoffovo pravilo za čvor kaže:

$I_3=I_1+I_2.$ **[3 boda]**

Kirchhoffovo pravilo za petlju daje nam:

$6I_1+3I_3=\pi,$ **[3 boda]**

$5I_2+3I_3=2.25\pi.$ **[3 boda]**

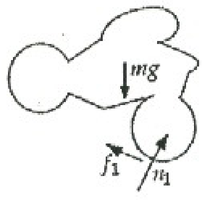
Rješavanjem ovog sustava dolazimo do traženih vrijednosti:

$I_1 = 0.0623$ A, $I_2 = 0.86$ A i $I_3 = 0.923$ A. **[2 boda]**

Zadatak 4. (18 bodova)

U trenutku kada bi se biciklistica počela prevrtati preko prednjeg kotača, sila podloge na stražnji kotač je nula. **[3 boda]**

Slika [2 boda]



U smjeru paralelnom ravnini brda imamo sljedeće sile:

$f_1-mg\sin\Theta=ma.$ **[2 boda]**

Okomito na ravninu brda imamo sljedeće sile:

$n_1-mg\cos\Theta=0.$ **[2 boda]**

Momenti sila koji djeluju u odnosu na centar mase:

$mg(0)-f_1(1.05\,\mathrm{m})+n_1(0.65\,\mathrm{m})=0.$ **[3 boda]**

Sređivanjem tih relacija dolazimo do

$$ma=f_1-mg\sin\Theta=\frac{n_1\cdot 0.65\,\mathrm{m}}{1.05\,\mathrm{m}}-mg\sin\Theta=mg\cos\Theta\cdot\frac{0.65\,\mathrm{m}}{1.05\,\mathrm{m}}-mg\sin\Theta$$ **[3 boda]**

$$a=g\left(\cos 20^\circ\cdot\frac{0.65}{1.05}-\sin 20^\circ\right)=2.35\,\mathrm{m/s^2}.$$ **[3 boda]**

III. SKUPINA

Rješenje eksperimentalnog zadatka

a) Gibanje valjka po žlijebu usporediti s «titranjem» matematičkog njihala. U najnižoj točki putanje (položaj ravnoteže) energija valjka kao matematičkog njihala i valjka koji se giba po žlijebu je jednaka:

$$\frac{m \cdot v_m^2}{2} = \frac{m \cdot v_v^2}{2} + \frac{I_v \cdot \omega^2}{2} \text{ ....(1)}$$

$$I_v = \frac{m r_v^2}{2}; \qquad \omega = \frac{v_v}{r_v}$$

uvrštavanjem u (1) dobije se:

$$\frac{m \cdot v_m^2}{2} = \frac{m \cdot v_v^2}{2} + \frac{\frac{m \cdot r_v^2}{2} \cdot \frac{v_v^2}{r_v^2}}{2} = \frac{m \cdot v_v^2}{2} + \frac{m \cdot v_v^2}{4} \Rightarrow v_m^2 = v_v^2 + \frac{v_v^2}{2} = \frac{3v_v^2}{2} \Rightarrow v_m = v_v \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ ...(2)}$$

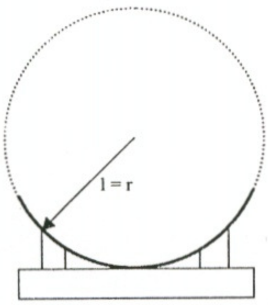
$$v_m = 1.225 v_v$$

Prijeđeni putovi su također jednaki.

$$T_m \cdot v_m = T_v \cdot v_v \text{ ....(3)}$$

pa je: $T_m \cdot 1.225 v_v = T_v \cdot v_v \Rightarrow T_m = \frac{T_v}{1.225} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{r}{g}} \Rightarrow r = \frac{T_v^2 \cdot g}{4\pi^2 \cdot 1.225^2}$ ....(4)

$$r = 0.168 T_v^2$$



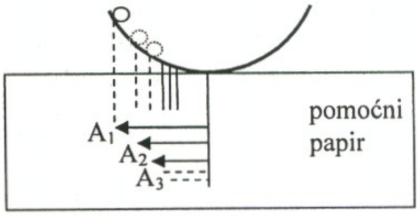
T_v (vrijeme «titranja» valjka se izmjeri zapornim satom i uvrsti u relaciju (4)............ 12 bodova

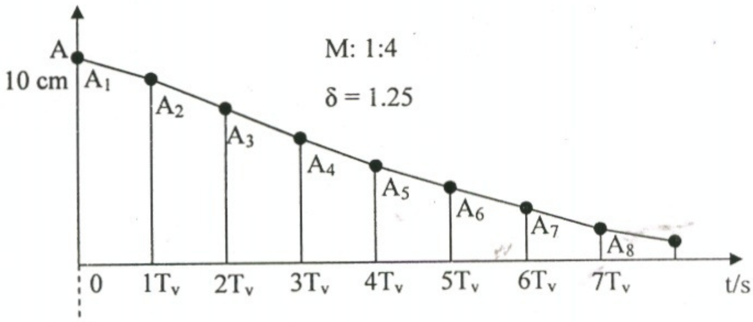
b) $\delta = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \frac{A_3}{A_4} = \cdots = \frac{A_n}{A_{n+1}} \Rightarrow A_n = \frac{A_1}{\delta^{n-1}}$ ....(5)

Na papiru se zabilježe amplitude pojedinog titraja i odredi se dekrement δ.

(Ako je prigušenje slabo, ne moraju se mjeriti uzastopne amplitude već se dekrement odredi prema relaciji (5). Na primjer: $\delta^4 = \frac{A_1}{A_5}$). ....5 bodova

c) Bilježeći na papiru pojedine amplitude (u eksperimentu samo na jednoj strani) može se nacrtati A,t graf.





3 boda

d) Energija titrajnog sustava je:

$E = \dfrac{k \cdot A^2}{2}$ pa je Q-faktor

$$Q = \frac{\frac{k \cdot A_1^2}{2}}{\frac{k \cdot A_1^2}{2} - \frac{k \cdot A_2^2}{2}} = \frac{A_1^2}{A_1^2 - A_2^2} = \frac{A_1^2}{A_1^2 - \frac{A_1^2}{\delta^2}} = \frac{A_1^2}{A_1^2\left(1 - \frac{1}{\delta^2}\right)} = \frac{1}{\frac{\delta^2 - 1}{\delta^2}} = \frac{\delta^2}{\delta^2 - 1}$$

$$Q = \frac{A_1^2}{A_1^2 - A_2^2} = \frac{\delta^2}{\delta^2 - 1}$$

Q-faktor se odredi mjereći A_1 i A_2 ili iz zadatka b) pomoću dekrementa. ………. 5 bodova

e) Za svaku izvedenu relaciju od 1 do 5 dodaje se po 1 bod = 5 bodova

Legenda:
m - masa valjka
v_m – brzina matematičkog njihala
v_v – brzina valjka
I_v – moment inercije valjka
ω – kutna brzina
T_m – period titranja matematičkog njihala
T_v – period «titranja» valjka
A – amplituda