

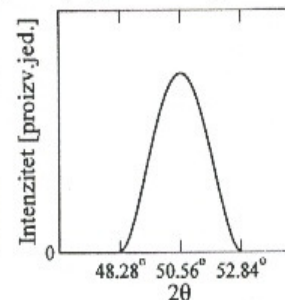
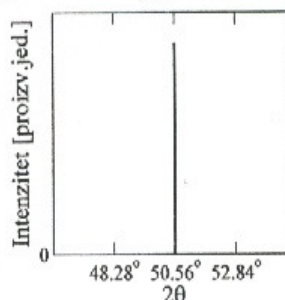
Srednje škole - 4. grupa

Zadatak 1 (18 bodova)

Monokristal bakra obasjava se rentgenskim zrakama valne duljine 154,05pm s ciljem određivanja razmaka među kristalnim ravninama. Uski paralelni snop zračenja dolazi iz fiksnog smjera, reflektira se na monokristalu koji se polagano okreće oko svoje osi, te potom detektor mjeri ovisnost intenziteta reflektiranog snopa o kutu skretanja zrake. Detektor bilježi jaki intenzitet kada je reflektirana zraka otklonjena za 50,56° od smjera dolaska upadne zrake.

a) Koliki je razmak među ravninama na kojima se događa ova Braggova refleksija, ako je poznato da je to najmanji kut pod kojim se ona događa?

b) Mjerenjem makroskopski velikih kristala ovisnost intenziteta o kutu skretanja vrlo je oštra funkcija prikazana na lijevoj slici. Za kristaliće nanometarskih dimenzija linija postaje proširena. Koristeći se desnom slikom približno izračunaj debljinu kristalića na kojem se promatra difrakcija. Uputa: minimumi s lijeve i desne strane posljedica su difrakcije na konačnom broju ravnina čije ste razmake već izračunali.

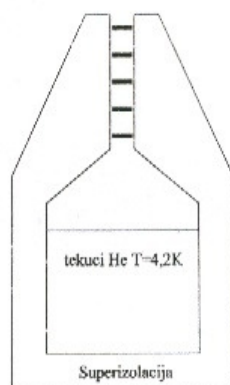


Zadatak 2 (17 bodova)

Kristal kvarca čiji su indeksi loma $n_o=1,553$ za izvanrednu zraku i $n_e=1,544$ za redovnu zraku oblikovan je kao tanka pločica debljine 0,12mm tako da mu je optička os paralelna s površinom pločice. Pločica se postavi između dva polarizatora međusobno okomitih osi polarizacije, a optička os pločice čini kut od 45° s osima polarizatora te su ravnine dvaju polarizatora i kvarcne pločice međusobno paralelne.

Koje valne duljine vidljive svjetlosti (400-750nm) će proći kroz sustav s najvećim intenzitetom?

Zadatak 3 (18 bodova)



Spremnik za tekući helij izoliran je takozvanim superizolatorom te je dotok topline iz okoline kroz njegove stijenke vrlo mali. Na vrhu spremnika nalazi se dugi otvor kružnog poprečnog presjeka promjera 4cm. Da bi se smanjio dovod topline zračenjem, u otvor se stavi pet razmaknutih kružnih poklopaca neznatno manjeg promjera. Poklopce, kao i površinu tekućeg helija i okolinu smatrajte crnim tijelima. Tekući helij je temperature 4,2K, a okolina je na 300K. Kolika je temperatura svakog poklopca? Koliko topline ulazi zračenjem kroz otvor preko tih pet poklopaca do tekućine, a koliko bi ulazilo kad poklopaca ne bi bilo? Koliko litara tekućeg helija bi isparavalo u oba slučaja u jednom danu, ako je poznata latentna toplina isparavanja od 20900J/kg i gustoća tekućeg helija od 0,125kg/L? Zanimarite vođenje topline i strujanje, a promatrajte samo zračenje. U stvarnosti tekućina će još brže isparavati.

Zadatak 4 (17 bodova)

Sudaranjem brzih elementarnih čestica s mirujućima mogu nastajati nove čestice. Dio kinetičke energije brze čestice može se pretvoriti u masu nove čestice. Sudarom protona s protonom mogu nastati pozitivan i negativan kaon: $p + p \rightarrow p + p + K^+ + K^-$. Energija mirovanja kaona je 493,7MeV, a protona 938,3MeV. Kolika je najmanja kinetička energija gibajućeg protona potrebna za tu reakciju? Koristite sustav koji vam se čini prikladnijim, no pazite na relativističke transformacije brzine!

Kolika je najmanja ukupna kinetička energija obaju protona potrebna za napisani proces u slučaju kad bi se oba protona gibala istom brzinom jedan prema drugom?

Usporedite obje izračunate najmanje kinetičke energije s energijom mirovanja kaona! Kakav biste ubrzivač protona stoga preporučili izgraditi?

Konstante: $e=1,6 \cdot 10^{-19}C$, $c=3 \cdot 10^8ms^{-1}$, $h=6,626 \cdot 10^{-34}Js$, $\sigma=5,67 \cdot 10^{-8}Wm^{-2}K^{-4}$

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Vis, 11.-14. svibnja 2006.

Srednje škole – 4. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Pribor:

laser
optička rešetka (100 zarez po 1 mm)
uzorak (A,B,C,...)
zastor
ravnalo
plastelin (za učvršćivanje pribora)

Zadatak: 1. određivanje λ lasera	8 bodova
2. određivanje gustoće tkanja zadanih uzoraka	10 bodova
3. objasniti teorijsku osnovu za rješavanje zadataka	6 bodova
4. prikazati rezultate tablično i poredati od najveće do najmanje gustoće	3 boda
5. provesti račun pogreške	3 boda
Ukupno:	30 bodova

Opaska: zadatak raditi samo zadanim priborom.

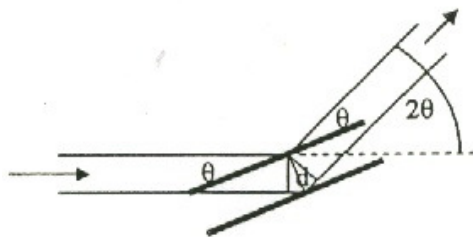
učenik koristi svoj kalkulator i pribor za pisanje.

na uradak obavezno upisati broj uzorka (1A, 1B, 1C, 2A, 2B, 2C, 3...).

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Vis, 11.-14. svibnja 2006.

Srednje škole - 4. grupa - rješenja zadataka

Zadatak 1 (18 bodova)



a) Braggova jednačba glasi $2d \sin \theta = k\lambda$, gdje je λ valna duljina zračenja, d je razmak među ravninama, a θ kut između upadne zrake i površine koji iznosi polovicu zadanog kuta skretanja. **(2 boda)**

Maksimum pod najmanjim kutem pojavit će se za $k=1$, pa je

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} = 180,4 \text{ pm} \quad \textbf{(3 boda)}$$

b) Za prvi maksimum je $2d \sin \theta = \lambda$. Pri istom kutu za ravnine razmaknute md je $2md \sin \theta = m\lambda$. Zrake reflektirane na svim ravninama stoga konstruktivno doprinose Braggovu maksimumu. **(2 boda)**
 Neka je m ukupni broj raznaka među ravninama. Prvi minimum pri većem kutu $\theta_2 = 26,42^\circ$ javlja se kada se zrake s prve i zadnje ravnine razlikuju dodatno za λ , tj. kada je $2md \sin \theta_2 = (m+1)\lambda$ jer će tada prva zraka sa zrakom reflektiranom na polovici debljine interferirati destruktivno budući da se razlikuju u putu za $\lambda/2$, a isto tako će destruktivno interferirati sve zrake iz gornje polovice kristala s pripadnom zrakom iz donje polovice. **(4 boda)**

Slično vrijedi i za manji kut $\theta_1 = 24,14^\circ$: $2md \sin \theta_1 = (m-1)\lambda$. **(1 bod)**

Oduzimanjem te dvije jednačbe dobije se $2md(\sin \theta_2 - \sin \theta_1) = 2\lambda$. **(1 bod)**

Za bliske kutove je $\sin \theta_2 - \sin \theta_1 = \frac{\Delta \sin \theta}{\Delta \theta} \cdot \Delta \theta = (\theta_2 - \theta_1) \cdot \cos \theta$. **(2 boda)**

Stoga je debljina (dimenzija) kristalića $D = md = \frac{\lambda}{(\theta_2 - \theta_1) \cos \theta} = 4,3 \text{ nm}$, **(3 boda)**

gdje je $\theta_2 - \theta_1 = 26,42^\circ - 24,14^\circ = 0,04 \text{ rad}$.

Zadatak 2 (17 bodova)

Prije prolaska kroz dvolomac:



Poslije prolaska kroz dvolomac:



(2 boda)

Razlika faza koju steknu izvanredna (čije električno polje titra u smjeru optičke osi kristala) i redovna zraka (čije električno polje titra okomito na optičku os) svjetlosti valne duljine λ pri prolasku kroz pločicu dvolomca debljine d iznosi $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \cdot (n_i - n_r)$, gdje su n_i i n_r indeksi loma za izvanrednu i redovnu zraku.

(3 boda)

Nakon prolaska kroz prvi polarizator električno polje amplitude E titra samo u ravnini osi polarizatora, pa ima komponente $E_i = E / \sqrt{2}$ duž osi dvolomca i $E_r = E / \sqrt{2}$ okomito na tu os i njih dvije titraju u fazi.

(3 boda)

Kroz drugi polarizator izlazi samo horizontalna komponenta polja. Ona će biti najveća ako titranja tih dviju komponenata prijeđu u protufazu, kada će se ravnina titranja polja u našem slučaju promijeniti za 90° .

(4 boda)

To će biti ostvareno za $\Delta\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, 7\pi, \dots$

(2 boda)

Slijedi $\lambda = \frac{2d}{k} (n_i - n_r)$, gdje je k neparni broj.

(1 bod)

Vidljivom dijelu spektra odgovaraju $\lambda(k=3)=720\text{nm}$ i $\lambda(k=5)=432\text{nm}$.

(2 boda)

Zadatak 3 (18 bodova)

Snaga zračenja crnog tijela dana je Štefan-Boltzmannovim zakonom $P = \sigma A T^4$, gdje je $A = d^2 \pi / 4 = 0,001256 \text{ m}^2$ površina tijela koje zrači, a T temperatura površine. (1 bod)

Isti zakon vrijedi i za primanje zračenja iz okoline ako se za T stavi temperatura okoline. (1 bod)

Prvi gornji poklopac temperature T_1 zrači energiju snagom $\sigma A T_1^4$ prema gore i isto toliko prema dolje, a prima energiju od okoline temperature $T_0 = 300 \text{ K}$ i drugog poklopca temperature T_2 , pa je ukupna promjena njegove energije $\Delta Q_1 / \Delta t = \sigma A (T_0^4 + T_2^4 - 2T_1^4)$. (3 boda)

Na isti način je $\Delta Q_2 / \Delta t = \sigma A (T_1^4 + T_3^4 - 2T_2^4)$, $\Delta Q_3 / \Delta t = \sigma A (T_2^4 + T_4^4 - 2T_3^4)$, $\Delta Q_4 / \Delta t = \sigma A (T_3^4 + T_5^4 - 2T_4^4)$. Za donji peti poklopac je $\Delta Q_5 / \Delta t = \sigma A (T_4^4 + T_{\text{He}}^4 - 2T_5^4)$, gdje je $T_{\text{He}} = 4,2 \text{ K}$ temperatura tekućeg helija. (2 boda)

U stacionarnom stanju su temperature svih poklopaca konstantne, pa je $\Delta Q_i / \Delta t = 0$ ($i = 1, 2, 3, 4, 5$). (1 bod)

Slijede jednačbe $2T_1^4 - T_2^4 = T_0^4$, $-T_1^4 + 2T_2^4 - T_3^4 = 0$, $-T_2^4 + 2T_3^4 - T_4^4 = 0$, $-T_3^4 + 2T_4^4 - T_5^4 = 0$ i $-T_4^4 + 2T_5^4 = T_{\text{He}}^4$. (1 bod)

Rješenje ovog sustava je $T_1^4 = \frac{1}{6} T_{\text{He}}^4 + \frac{5}{6} T_0^4$, $T_2^4 = \frac{1}{3} T_{\text{He}}^4 + \frac{2}{3} T_0^4$, $T_3^4 = \frac{1}{2} T_{\text{He}}^4 + \frac{1}{2} T_0^4$, $T_4^4 = \frac{2}{3} T_{\text{He}}^4 + \frac{1}{3} T_0^4$, $T_5^4 = \frac{5}{6} T_{\text{He}}^4 + \frac{1}{6} T_0^4$. (3 boda)

Temperature poklopaca su redom $T_1 = 286,6 \text{ K}$, $T_2 = 271,1 \text{ K}$, $T_3 = 252,3 \text{ K}$, $T_4 = 228 \text{ K}$, $T_5 = 191,7 \text{ K}$. (1 bod)

Helij prima toplinu samo od petog poklopca pa je

$$\Delta Q_{\text{He}} / \Delta t = \sigma A (T_5^4 - T_{\text{He}}^4) = \sigma A \left(\frac{5}{6} T_{\text{He}}^4 + \frac{1}{6} T_0^4 - T_{\text{He}}^4 \right) = \frac{1}{6} \sigma A (T_0^4 - T_{\text{He}}^4) = 0,096 \text{ J/s.} \quad (2 \text{ boda})$$

Kad ne bi bilo poklopaca, primljena toplina bi bila $\Delta Q_{\text{He}} / \Delta t = \sigma A (T_0^4 - T_{\text{He}}^4) = 0,577 \text{ J/s.}$ (1 bod)

Uz te dovedene količine topline uzimajući za latentnu toplinu isparavanja helija $L_i = 20900 \text{ J/kg}$ isparilo

bi ga $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{L_i \Delta t} = 4,6 \cdot 10^{-6} \text{ kg/s} = 0,4 \text{ kg/dan}$ u slučaju kad su stavljeni poklopci ili $2,4 \text{ kg/dan}$ kad ne bi

bilo poklopaca, što odgovara volumenu tekućine od $\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\rho \Delta t}$ gdje je $\rho = 0,125 \text{ kg/L}$ gustoća tekućeg

helija pa ispari $3,2 \text{ L/dan}$ s poklopcima ili $19,2 \text{ L/dan}$ bez poklopaca. (1+1 bod)

Zadatak 4 (17 bodova)

Gledano u sustavu središta mase, najmanja energija potrebna za stvaranje kaona bit će ako sve čestice nakon sudara miruju. (1 bod)

Brzinu tog sustava V s obzirom na laboratorijski moguće je odrediti iz brzine v jednog protona i

mirovanja drugog protona. Brzina prvog u sustavu središta mase je $v'_1 = \frac{v-V}{1-vV/c^2}$, a drugog

$v'_2 = \frac{0-V}{1-0}$. Zbog jednakosti masa mora biti $v'_1 = -v'_2$, iz čega slijedi jedno fizikalno rješenje

$$V = \frac{c^2}{v} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right). \quad (3 \text{ boda})$$

Zakon očuvanja energije u laboratorijskom sustavu u kojem se sve čestice nakon sudara gibaju

zajedničkom brzinom V je $m_p c^2 + K_p + m_p c^2 = 2 \frac{m_p c^2}{\sqrt{1-V^2/c^2}} + 2 \frac{m_K c^2}{\sqrt{1-V^2/c^2}}$. (2 boda)

Za gibajući proton je $m_p c^2 + K_p = \frac{m_p c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ iz čega slijedi $\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{m_p c^2}{m_p c^2 + K_p} \right)^2}$. (1 bod)

Uvrštavanjem toga u izraz za V dobije se $\frac{V}{c} = \frac{1}{\sqrt{\frac{2m_p c^2}{K_p} + 1}}$, tj. $\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} = \sqrt{\frac{2m_p c^2}{2m_p c^2 + K_p}}$. (1 bod)

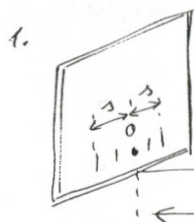
Zakon očuvanja energije tada je zapisan $2m_p c^2 + K_p = 2 \frac{m_p c^2 + m_K c^2}{\sqrt{\frac{2m_p c^2}{2m_p c^2 + K_p}}}$. (2 boda)

Rješavanjem se dobije $K_p = 4m_K c^2 + 2 \frac{m_K^2}{m_p} c^2 = 2m_K c^2 \left(2 + \frac{m_K}{m_p} \right) = 2,526 \cdot 2m_K c^2 = 2494 \text{ MeV}$. (2 boda)

Ako se protoni prije reakcije gibaju jedan prema drugom istim brzinama u laboratorijskom sustavu, onda je najmanju energiju potrebno uložiti ako poslije sudara sve čestice u tom sustavu miruju, pa je $2m_p c^2 + 2K_p = 2m_p c^2 + 2m_K c^2$, tj. $2K_p = 2m_K c^2 = 987,4 \text{ MeV}$, što je jednako energiji mirovanja dvaju kaona. (4 boda)

U prvom slučaju potrebna kinetička energija je bila za faktor 2,526 veća. Energijski je povoljnije provoditi sudar u kojem se oba protona gibaju istim brzinama jedan prema drugome. (1 bod)

Rješavanje eksperimentalnog zadatka :



$$K \lambda = d \sin \alpha$$

$$d = \frac{1}{100} \text{ mm} = 10^{-5} \text{ m}$$

$$K > 1$$

$$\lambda = \frac{s \cdot d}{K \cdot a}$$

2. IDENTIČAN POSTUPAK S UZORCIMA A, B, C

3. ORIB - OPTIČKA REŠETKA

4.

s/m	a/m	λ /m
		$\bar{\lambda}$

s/m	a/m	d/m	n-broj zareza
		$\bar{d}$	$\bar{n}$

5. $\bar{d}$

$$\frac{|\Delta d|_{\max}}{\bar{d}} \quad r = \frac{|\Delta d|_{\max}}{\bar{d}} \cdot 100\%$$