

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 2005/06.

Srednje škole - 4. grupa

1. zadatak (8 bodova)

Ravna žarna nit svjetleće žarulje nepoznate je duljine. Izračunaj joj duljinu koristeći konkavno zrcalo nepoznate žarišne duljine! Udaljenost od tjemena zrcala do zaslona je 3m, a oštra slika na zaslонu dobije se ako je žarna niti udaljena 10cm od tjemena zrcala te je okomita na pravac koji spaja tjemenu zrcala s najbližom točkom do zaslona i središte joj je na tom pravcu. Duljina slike žarne niti na zaslонu je 15cm.

Komentiraj koliko je opravdano koristiti jednadžbu ograničenu na zrake bliske optičkoj osi?

Nakretanjem zaslona želiš povećati preciznost izračunavanja duljine niti. No, na koje probleme nailaziš?

2. zadatak (9 bodova)

Kvazari su udaljeni objekti koji izgledaju kao zvijezde kada ih se gleda kroz teleskop, no, emitiraju mnogo više elektromagnetskog zračenja nego cijele galaksije. Model kvazara je galaksija s masivnom crnom jamom u središtu, tako da zračenje nastaje kad međuzvjezdana materija pada prema njoj. Smatra se da zračenje potječe s područja veličine nekoliko svjetlosnih godina u promjeru. Istraživanje takvih kvazara i sličnih astronomskih objekata moguće je pomoću radio-teleskopa. Planirano je jedan od njih staviti u kružnu putanju oko Zemlje polunjera 77000km, a drugi bi se nalazio na Zemlji, te bi se dobio sustav razlučivosti kakav bi imao kružni radio-teleskop promjera 77000km.

Kolika je veličina najmanjeg detalja (u svjetlosnim godinama i kilometrima) koji se takvim sustavom teleskopa može razlučiti u kvazaru udaljenom $7,2 \cdot 10^8$ svjetlosnih godina od Zemlje koristeći radio-valove frekvencije 1665MHz? To ograničenje posljedica je difracije radio-valova. Iskoristite Rayleighov kriterij razlučivanja!

Kakav mora biti položaj Zemlje, satelita s teleskopom i kvazara da bi razlučivost bila najveća?

3. zadatak (10 bodova)

Sve je više znanstvenih rezultata koji pokazuju da je zračenje mobitela štetno. Promotri jedan takav mobitel kao točkasti izvor elektromagnetskih valova koji se šire jednolikom u svim smjerovima. Frekvencija zračenja je 2GHz, a snaga odašiljanja valova 5W.

Koliki je intenzitet zračenja (energija po jedinici površine i vremena) na udaljenosti 30cm od mobitela?

Koristeći se izrazima za gustoću energije sadržanu u električnom i magnetskom polju (ako ne znate točan izraz, koristite se usporedbom mјernih jedinica da biste ga našli; vidi popis konstanti!) napiši izraz za intenzitet zračenja u ovisnosti o amplitudi električnog i magnetskog polja! Električno i magnetsko polje titraju sinusoidalno zajedno u fazi pa uzmi kao poznato da je srednja vrijednost od $\sin^2 x$ i $\cos^2 x$ po periodu jednaka $1/2$!

Kolike su amplitude električnog i magnetskog polja na udaljenosti 30cm od mobitela?

4. zadatak (11 bodova)

Razlika energija prvog pobuđenog i osnovnog stanja nekog atoma mase m iznosi E . Primijećeno je da frekvencija fotona emitiranog pri prijelazu elektrona iz prvog pobuđenog u osnovno stanje slobodnog atoma nije E/h . Napišite točan izraz za frekvenciju fotona emitiranog pri tom prijelazu ako prije emisije atom miruje, a poslije emisije on odleti nepoznatom brzinom! Računajte na relativističke efekte da biste dobili ispravan rezultat!

Za koliko se razlikuje valna duljina emitiranog fotona pri prijelazu elektrona iz prvog pobuđenog stanja u osnovno stanje za vodikov atom (čiji je spektar dopuštenih energija dan s $E_n = -13,6\text{eV}/n^2$) koji je slobodan od one za nepomičan atom? Kolika je brzina atoma nakon emisije?

5. zadatak (12 bodova)

Na bakrenu pločicu dimenzija $20\text{mm} \times 20\text{mm} \times 0,2\text{mm}$ upada svjetlost valne duljine 200nm okomito na jednu najveću plohu. Pretpostavi da svaki foton biva apsorbiran od nekog elektrona. Intenzitet upadne svjetlosti je 5W/cm^2 . Izlazni rad za bakar je $4,47\text{eV}$. Kolika je najveća sila koja djeluje na bakrenu pločicu?

Kolika je ta sila ako se valna duljina promjeni na 400nm ?

Konstante:

brzina svjetlosti: $c=3 \cdot 10^8 \text{m/s}$

apsolutna permitivnost: $\epsilon_0=8,854 \cdot 10^{-12} \text{C}^2/\text{Nm}^2$

apsolutna permeabilnost: $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7} \text{Tm/A}$

Planckova konstanta: $h=6,626 \cdot 10^{-34} \text{Js}$

elementarni naboј: $e=1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$

masa elektrona: $m_e=9,11 \cdot 10^{-31} \text{kg}$

masa protona: $m_p=1,673 \cdot 10^{-27} \text{kg}$

Koristan izraz:

$$(1+x)^n \approx 1+nx \text{ za } |x| \ll 1$$

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 2005/06.
Srednje škole - 4. grupa

Rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (8 bodova)

Za konkavno zrcalo je $\frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x}$, gdje su x i x' položaji predmeta i slike, a y i y' veličine

predmeta i slike. (2boda)

Zadano je $x=10\text{cm}$, $x'=300\text{cm}$ i $y'=15\text{cm}$, pa je duljina žarne niti $|y|=5\text{mm}$. (1bod)

Iz $\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{2}{R}$, gdje je R polumjer zakrivljenosti zrcala, slijedi $R=19,4\text{cm}$ (1bod)

Budući da je $y \ll R$, zrake su doista bliske optičkoj osi, to jest kut pod kojim odlaze relevantne

zrake svjetlosti je malen, pa je korištenje jednadžbe $\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{2}{R}$ opravdano. (2boda)

Nakošenjem zaslona povećava se preciznost mjerjenja veličine slike jer ona postaje dulja na zaslonu. No, što je zaslon više ukošen, to će oština rubova slike biti manja jer se zrake više neće fokusirati oštro zato što se udaljenost tog dijela zaslona od zrcala promijenila. Stoga se nova duljina neće moći precizno izmjeriti. (2boda)

Zadatak 2 (9 bodova)

Da bi sustav antena razlučio dva udaljena objekta, difrakcijski maksimum jednog mora biti na mjestu minimuma drugog od njih. (1bod)

Za kružni teleskop minimum jednog objekta će se pojaviti pod kutem $\sin \theta = 1,22 \frac{\lambda}{d}$ s obzirom na njegov središnji maksimum,

gdje je d efektivni promjer teleskopa $d=77000\text{km}$, a $\lambda = \frac{c}{f} = 0,18\text{m}$. (2boda)

Stoga kutna udaljenost dvaju udaljenih objekata mora biti barem θ , a zbog $\lambda \ll d$ je

$\sin \theta \approx \theta \approx 1,22 \frac{\lambda}{d} = 2,85 \cdot 10^{-9} \text{ rad}$. (2boda)

Udaljenost tih objekata od teleskopa je $D=7,2 \cdot 10^8 \text{svj.god.}$ pa zbog $\theta \ll 1$ njihova najmanja međusobna udaljenost mora biti $l \approx \theta \cdot D = 1,22 \frac{\lambda}{d} D = 2,06 \text{svj.god.}$ (1bod)

$1 \text{svj.god.} = 3 \cdot 10^8 \text{m/s} \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 3600 \text{s} = 9,47 \cdot 10^{15} \text{m}$, pa je $l = 1,95 \cdot 10^{16} \text{m}$. (1bod)

Da bi razlučivost bila najveća, spojnica satelit-Zemlja treba biti okomita na spojnicu Zemlja-kvazar. (2boda)

Zadatak 3 (10 bodova)

Budući da se zračenje širi jednoliko u svim smjerovima, na udaljenosti $r=0,3\text{m}$ od izvora intenzitet je isti po cijeloj površini sfere polujmera r kroz koju prolazi ukupna snaga $P=5\text{W}$, i on iznosi $I = \frac{P}{4\pi \cdot r^2} = 4,42\text{Jm}^{-2}\text{s}^{-1}$. (2boda)

Gustoće energije u električnom i magnetskom polju su $u_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$ i $u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$. (1bod)

Tre se relacije mogu dobiti i usporedbom jedinica, pa se priznaje ako i nedostaje faktor $1/2$. Zbog $E = E_0 \sin \omega t$ i $B = B_0 \sin \omega t$, ukupna usrednjena gustoća energije je

$$u = \frac{1}{4} \left(\epsilon_0 E_0^2 + \frac{B_0^2}{\mu_0} \right), \text{ gdje su } E_0 \text{ i } B_0 \text{ amplitude polja.} \quad (1\text{bod})$$

Budući da val putuje brzinom c , energija koju prenosi u jedinici vremena Δt kroz jedinicu površine A iznosi $\frac{u\Delta V}{A\Delta t} = uc$, pa je intenzitet $I = uc = \frac{c}{4} \left(\epsilon_0 E_0^2 + \frac{B_0^2}{\mu_0} \right)$. (2boda)

$$\text{Veza } E_0 = cB_0 \text{ i } \frac{1}{c^2} = \epsilon_0 \mu_0 \text{ daje } I = \frac{c\epsilon_0}{2} E_0^2 = \frac{c}{2\mu_0} B_0^2 = \frac{1}{2\mu_0} E_0 B_0. \quad (2\text{boda})$$

$$\text{Izjednačavanje s prvom jednadžbom daje } E_0 = \sqrt{\frac{2P}{4\pi\epsilon_0 cr^2}} = 57,7\text{N/C}, \quad (1\text{bod})$$

$$\text{a potom } B_0 = \frac{E_0}{c} = 0,192\mu\text{T}. \quad (1\text{bod})$$

Zadatak 4 (11 bodova)

Energija E oslobođena pri prijelazu raspodijeli se na foton frekvencije f i kinetičku energiju atoma mase m i brzine v : $E = hf + \left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - mc^2 \right)$. (2boda)

$$\text{Količina gibanja sustava atom-foton je očuvana: } \frac{h}{\lambda} = \frac{hf}{c} = \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \quad (2\text{boda})$$

$$\text{Iz druge jednadžbe slijedi } \frac{v^2}{c^2} = \frac{h^2 f^2}{h^2 f^2 + m^2 c^4}. \quad (1\text{bod})$$

Uvrštavanjem toga u prvu jednadžbu nakon sređivanja dobije se

$$E = hf + \sqrt{m^2 c^4 + h^2 f^2} - mc^2. \quad (1\text{bod})$$

Rješenje je $f = \frac{E}{h} \cdot \frac{1}{1 + \frac{E}{2mc^2 + E}}$. (1bod)

Energije prijelaza elektrona u atomima su mnogo manje od energije mirovanja pa se taj izraz može napisati $f = \frac{E}{h} \cdot \left(1 - \frac{E}{2mc^2}\right)$. (1bod)

Za vodikov atom $E_{2-1}=10,2\text{eV}$, m je približno jednako masi protona, pa je

$$\lambda = \frac{hc}{E_{2-1}} \cdot \left(1 + \frac{E_{2-1}}{2m_p c^2}\right) = 121,8\text{nm} \cdot (1 + 5,42 \cdot 10^{-9})$$

Razlika za slobodni i nepomični atom je $6,6 \cdot 10^{-16}\text{m}$. (2boda)

$$\text{Brzina atoma uz } hf \ll mc^2 \text{ nakon emisije je } v = c \cdot \frac{hf}{mc^2} = c \cdot \frac{E_{2-1}}{m_p c^2} = 3,25\text{m/s} \quad (1 \text{ bod})$$

Zadatak 5 (12 bodova)

Energija fotona koji upada na pločicu je $E_f = \frac{hc}{\lambda} = 9,94 \cdot 10^{-19} \text{J} = 6,21\text{eV}$, što je veće od izlaznog rada za elektron ($4,47\text{eV}$), pa se događa fotoelektrični efekt. (1bod)

Sila $\vec{F} = \frac{\vec{\Omega}}{\Delta t} \frac{\Delta P}{\Delta t}$ se javlja zbog upadanja fotona i izljetanja elektrona, i ona je najveća kad elektroni izljeću okomito iz pločice. (1bod)

Foton pločici daje impuls $P_f = \frac{h}{\lambda}$, a elektron $P_e = m_e v$ u istom smjeru okomito na pločicu. (1bod)

Intenzitet svjetlosti je $I = \frac{E_f \Delta N}{A \Delta t} = 5\text{W/cm}^2$, gdje je $A=4\text{cm}^2$ površina pločice, pa je broj

$$\text{fotona koji u jedinici vremena upada na pločicu } \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{IA}{E_f} = 2 \cdot 10^{19} / \text{s}. \quad (2\text{boda})$$

$$\text{Ukupna sila na pločicu je } F = (P_f + P_e) \frac{\Delta N}{\Delta t} = \left(\frac{h}{\lambda} + m_e v\right) \frac{\Delta N}{\Delta t}. \quad (2\text{boda})$$

Iz Einsteinove jednadžbe fotoelektričnog učinka $E_f = W + \frac{m_e v^2}{2}$, gdje je $W=4,47\text{eV}$, dobije

$$\text{se brzina izletjelog elektrona } v = \sqrt{\frac{2}{m_e} (E_f - W)} = 7,81 \cdot 10^5 \text{m/s}. \quad (2\text{boda})$$

$$\text{Sila je } F = \left(\frac{h}{\lambda} + m_e v\right) \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{IA}{c} \left(1 + \frac{\lambda}{h} \sqrt{2m_e \left(\frac{hc}{\lambda} - W\right)}\right) = 216 \frac{IA}{c} = 1,44 \cdot 10^{-5} \text{N}. \quad (1\text{bod})$$

Za slučaj $\lambda=400\text{nm}$ energija fotona je manja od izlaznog rada pa nema emitiranog elektrona.

$$\text{Tada je sila } F = \frac{IA}{c} = 6,66 \cdot 10^{-8} \text{N}. \quad (2\text{boda})$$