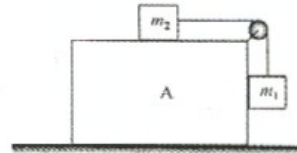


DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

Srednje škole – 1. grupa

1. zadatak (16 bodova)

Dva tijela mase m_1 i m_2 spojena su pomoću nerastezljivog užeta zanemarive mase preko koloture zanemarive mase. Kojim se minimalnim ubrzanjem treba gibati tijelo A u horizontalnom smjeru tako da tijela mase m_1 i m_2 miruju u odnosu na tijelo A? Mase tijela se odnose kao $m_1 : m_2 = 1 : 2$. Koeficijent trenja između tijela mase m_1 i tijela A te tijela mase m_2 i tijela A iznosi $\mu = 0.15$.



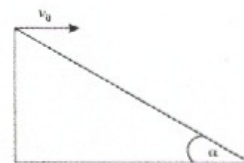
2. zadatak (18 bodova)

Projektil mase 12 kg ispaljen je početnom brzinom 150 m/s pod kutem 60° u odnosu na horizontalu. U trenutku kada je došao na najvišu točku putanje, projektil je eksplodirao i razdvojio se na dva dijela pri čemu je masa jednog dijela tri puta veća od mase drugog dijela. Oba dijela padnu na zemlju u istom trenutku. Dio veće mase padne na isto mjesto sa kojeg je ispaljen projektil.

- Na koju udaljenost od mjesta sa kojeg je ispaljen projektil će pasti dio manje mase?
 - Koliko se energije oslobodilo prilikom eksplozije?
- Otpor zraka je zanemariv.

3. zadatak (20 bodova)

Sa vrha kosine nagiba $\alpha = 30^\circ$ bačeno je malo tijelo početnom brzinom v_0 u horizontalnom smjeru. Tijelo padne na kosinu na udaljenosti s_1 od točke iz koje je izbačeno te se odbije od kosine. Tijelo sljedeći put padne na kosinu na udaljenosti s_2 od točke na koju je prvi puta palo na kosinu. Nadite omjer duljina s_1/s_2 . Pretpostavite da su sudari sa kosinom savršeno elastični te da je otpor zraka zanemariv.



4. zadatak (16 bodova)

Gravitacijska sila Mjeseca utječe na ubrzanje tijela koja slobodno padaju u blizini površine Zemlje. Nadite omjer razlike ubrzanja tijela blizu površine Zemlje između točke na Zemljinoj površini koja je najudaljenija od Mjeseca i točke na Zemljinoj površini koja je najbliža Mjesecu te gravitacijskog ubrzanja Zemlje. Zadane su sljedeće veličine: masa Zemlje je $5.98 \cdot 10^{24}$ kg, masa Mjeseca je $7.36 \cdot 10^{22}$ kg, radijus Zemlje je $6.37 \cdot 10^6$ m, udaljenost Mjeseca od Zemlje je $3.84 \cdot 10^8$ m.

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

Srednje škole – 1. grupa

Određivanje frekvencije vrtnje

Pribor:

Uteg(matica vijka)

Ravnalo

Elektromotor(miješalica) - mješalica za cappuccino

Stativ

Klema

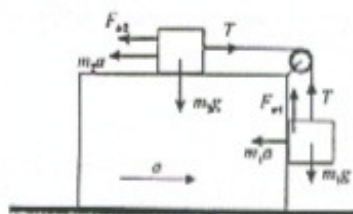
Zadatak:

- a) Odredite frekvenciju vrtnje elektromotora
- b) Odredite broj okretaja u minuti

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

Srednje škole – 1. grupa – rješenja

1. zadatak (16 bodova)



S obzirom da tijela 1 i 2 miruju u odnosu na tijelo A, prema drugom Newtonovom zakonu vrijedi:

$$\begin{aligned} m_1g &= T + F_{v1} \\ m_2a + F_{v2} &= T \end{aligned} \quad (4)$$

Sila trenja na tijela 1 i 2 je jednaka:

$$\begin{aligned} F_{v1} &= \mu m_1 a \\ F_{v2} &= \mu m_2 g \end{aligned} \quad (4)$$

Uvrštavanjem u prve dvije jednadžbe:

$$\begin{aligned} m_1g &= T + \mu m_1 a \\ m_2a + \mu m_2 g &= T \end{aligned}$$

Oduzimanjem druge jednadžbe od prve dobije se:

$$\begin{aligned} m_1g - m_2a - \mu m_2g &= \mu m_1 a \\ (\mu m_1 + m_2)a &= (m_1 - \mu m_2)g \\ a &= \frac{m_1 - \mu m_2}{\mu m_1 + m_2} g \end{aligned} \quad (6)$$

Uvrštavanjem $m_1 : m_2 = 1 : 2$, odnosno $m_2 = 2m_1$ dobije se:

$$\begin{aligned} a &= \frac{1 - 2\mu}{\mu + 2} g \\ a &= 3.19 \text{ m/s}^2 \end{aligned} \quad (2)$$

2. zadatak (18 bodova)

Mase prvog i drugog dijela su jednake:

$$\left. \begin{aligned} m_1 + m_2 &= 12 \text{ kg} \\ m_1 &= 3m_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_1 = 9 \text{ kg}, m_2 = 3 \text{ kg} \quad (1)$$

Komponente brzine projektila neposredno nakon ispaljivanja su jednake:

$$\begin{aligned} v_{0x} &= \frac{1}{2} v_0 = 75 \text{ m/s} \\ v_{0y} &= \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 = 129.9 \text{ m/s} \end{aligned} \quad (2)$$

Vrijeme potrebno da projektil dođe na najvišu točku putanje iznosi:

$$v = v_{0y} - gt$$

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

$$0 = v_{0y} - gt \Rightarrow t = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{\sqrt{3}v_0}{2g} = 13.24 \text{ s} \quad (3)$$

Horizontalna udaljenost koju prijeđe projektil je jednaka:

$$x = v_0 t$$

$$d_1 = \frac{\sqrt{3}v_0^2}{4g} = 993 \text{ m} \quad (3)$$

Oba dijela će pasti u istom trenutku na zemlju što znači da su im brzine nakon eksplozije u horizontalnom smjeru. S obzirom da će dio veće mase pasti na isto mjesto iz kojeg je ispaljen projektil, njegova brzina nakon eksplozije bit će jednakog iznosa i suprotnog smjera brzini projektila prije eksplozije. Brzinu drugog komada nakon eksplozije izračunamo iz zakona očuvanja količine gibanja:

$$mv_{0x} = -m_1 v_{0x} + m_2 v_2$$

$$v_2 = \frac{(m + m_1)v_{0x}}{m_2} = \frac{7}{2}v_0 = 525 \text{ m/s} \quad (3)$$

Udaljenost od mjesta sa kojeg je ispaljen projektil na koju padne komad manje mase je jednaka:

$$d_2 = d_1 + v_2 t = \frac{2\sqrt{3}v_0^2}{g} = 7945 \text{ m} \quad (3)$$

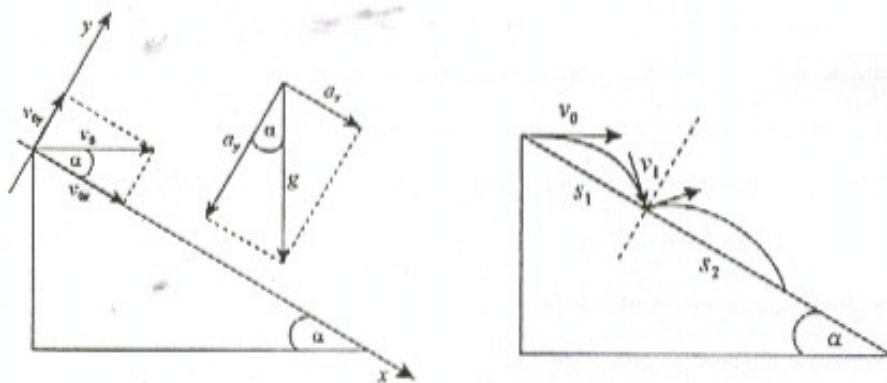
Energiju oslobođenu prilikom eksplozije izračunamo iz zakona očuvanja energije:

$$\Delta E = E_{\text{poslije}} - E_{\text{prije}}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\Delta E = \frac{3}{2}mv_0^2 = 405 \text{ kJ} \quad (3)$$

3. zadatak (20 bodova)



Postavimo koordinatni sustav tako da je x os paralelna kosini, a y os okomita na kosinu. Rastavimo početnu brzinu i gravitacijsko ubrzanje na x i y komponentu.

$$v_{0x} = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 \quad v_{0y} = \frac{1}{2}v_0 \quad (1)$$

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

$$a_x = \frac{1}{2}g \quad a_y = -\frac{\sqrt{3}}{2}g \quad (1)$$

Jednadžbe gibanja kuglice u x i y smjeru glase:

$$x(t) = v_{0x}t + \frac{a_x}{2}t^2 \quad y(t) = v_{0y}t + \frac{a_y}{2}t^2 \quad (2)$$

$$v_x(t) = v_{0x} + a_x t \quad v_y(t) = v_{0y} + a_y t \quad (2)$$

Ili nakon uvrštavanja:

$$x(t) = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 t + \frac{1}{4}gt^2 \quad y(t) = \frac{1}{2}v_0 t - \frac{\sqrt{3}}{4}gt^2$$

$$v_x(t) = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 + \frac{1}{2}gt \quad v_y(t) = \frac{1}{2}v_0 - \frac{\sqrt{3}}{2}gt$$

Vrijeme t_1 kada kuglica prvi put padne na kosinu dobijemo iz uvjeta $y(t_1) = 0$:

$$y(t_1) = 0 = \frac{1}{2}v_0 t_1 - \frac{\sqrt{3}}{4}gt_1^2 \Rightarrow t_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{v_0}{g} \quad (2)$$

Udaljenost s_1 je prema tome jednaka:

$$s_1 = x(t_1) = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 t_1 + \frac{1}{4}gt_1^2 = \frac{4}{3} \frac{v_0^2}{g} \quad (2)$$

Komponente brzine kuglice u trenutku kada prvi put padne na kosinu su jednake:

$$v_{1x} = v_x(t_1) = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 + \frac{1}{2}gt_1 = \frac{5\sqrt{3}}{6}v_0 \quad v_{1y} = v_y(t_1) = \frac{1}{2}v_0 - \frac{\sqrt{3}}{2}gt_1 = -\frac{1}{2}v_0 \quad (2)$$

Iz slike se može vidjeti da će komponente početne brzine za gibanje kuglice nakon što prvi put odskoči od kosine iznositi:

$$v_{0x} = v_{1x} \quad v_{0y} = -v_{1y} \quad (1)$$

Jednadžbe gibanja za ovo gibanje glase:

$$x(t) = v_{1x}t + \frac{a_x}{2}t^2 \quad y(t) = v_{1y}t + \frac{a_y}{2}t^2 \quad (2)$$

Odnosno, nakon uvrštavanja početnih brzina i akceleracija:

$$x(t) = \frac{5\sqrt{3}}{6}v_0 t + \frac{1}{4}gt^2 \quad y(t) = \frac{1}{2}v_0 t - \frac{\sqrt{3}}{4}gt^2$$

Trenutak t_2 u kojem kuglica drugi put padne na kosinu odredimo iz uvjeta $y(t_2) = 0$

$$y(t_2) = 0 = \frac{1}{2}v_0 t_2 - \frac{\sqrt{3}}{4}gt_2^2 \Rightarrow t_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{v_0}{g} \quad (2)$$

Udaljenost s_2 je prema tome jednaka:

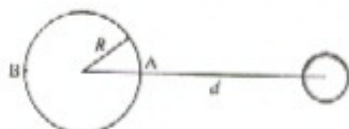
$$s_2 = x(t_2) = \frac{5\sqrt{3}}{6}v_0 t_2 + \frac{1}{4}gt_2^2 = 2 \frac{v_0^2}{g} \quad (2)$$

Prema tome traženi omjer je:

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{\frac{4}{3} \frac{v_0^2}{g}}{2 \frac{v_0^2}{g}} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

4. zadatak (16 bodova)



Ubrzanje tijela na točkama A i B iznosi:

$$g_A = \frac{GM_Z}{R^2} - \frac{GM_M}{(d-R)^2} \quad (2)$$

$$g_B = \frac{GM_Z}{R^2} + \frac{GM_M}{(d+R)^2} \quad (2)$$

Razlika ubrzanja je jednaka:

$$\Delta g = g_B - g_A = GM_M \left(\frac{1}{(d+R)^2} + \frac{1}{(d-R)^2} \right) \quad (4)$$

$$\Delta g = 2GM_M \frac{d^2 + R^2}{(d^2 - R^2)^2} \quad (4)$$

Gravitacijsko ubrzanje Zemlje iznosi:

$$g = \frac{GM_Z}{R^2} \quad (2)$$

Traženi omjer je:

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{2GM_M \frac{d^2 + R^2}{(d^2 - R^2)^2}}{\frac{GM_Z}{R^2}} \quad (4)$$

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{2M_M}{M_Z} \frac{R^2}{d^2} \frac{\left(1 + \frac{R^2}{d^2}\right)}{\left(1 - \frac{R^2}{d^2}\right)^2} \quad (4)$$

$$\frac{\Delta g}{g} = 6.78 \cdot 10^{-6} \quad (2)$$

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

Srednje škole – 1. grupa
Eksperimentalni zadatak - rješenje

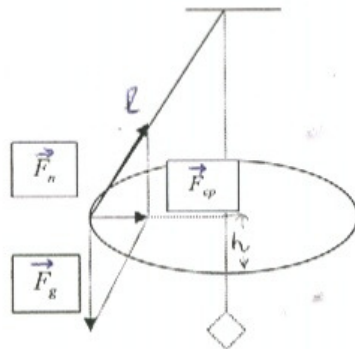
Postupak i rješenje:

Izmjeri se duljina niti na kojoj je ovješena matica l .

Mješalica se učvrsti na stativ i uključi se motor. Pričekaj se dok se ne uspostavi jednoliko kružno gibanje.

Izmjeri se visina na koju se podigne matica h .

Skica:



Na tijelo (maticu) djeluju sila napetosti niti i sila teža. Njihova rezultanta ima ulogu centripetalne sile.

Iz sličnosti trokuta slijedi:

$$\frac{F_{cp}}{F_g} = \frac{r}{l-h} \text{ dalje vrijedi } F_{cp} = F_g \frac{r}{l-h}$$

$$F_{cp} = \frac{mv^2}{r} = 4mr\pi^2 f^2$$

$$4mr\pi^2 f^2 = mg \frac{r}{l-h} \text{ odakle slijedi izraz za frekvenciju vrtnje}$$

$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l-h}}$, dakle mjerenjem duljine niti l i visine h na koju se podigne matica h možemo odrediti f .