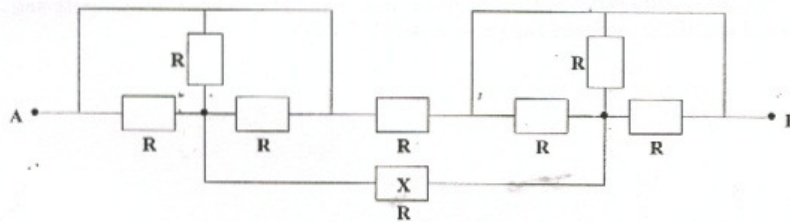


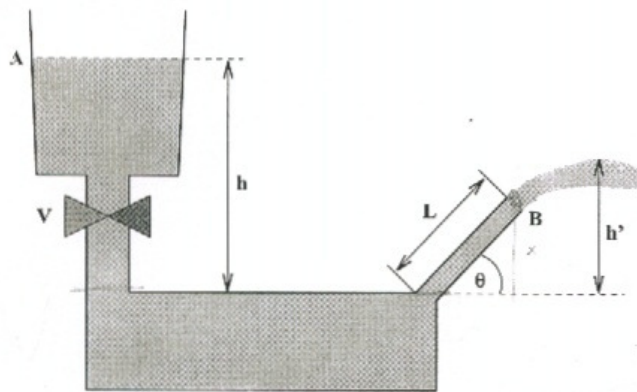
DRŽAVNO NATJECANJE
IZ FIZIKE, *SS-2. grupa*

11.05.2007.

1. (17 bodova) a) Izračunajte ekvivalentni otpor električnog kruga prikazanog na slici ($R=24\text{ k}\Omega$). Otpor žica zanemarite.
b) Ako je napon između točaka A i B jednak $U=40\text{ V}$, izračunajte kolika struja teče kroz otpornik označen s X.
c) Ako se otpornik X zamijeni kondenzatorom, koliki će biti novi ekvivalentni otpor čitavog kruga (za istosmjernu struju)? Ako je kapacitet kondenzatora $C=3\text{ }\mu\text{F}$, a napon među točkama A i B i dalje $V=40\text{ V}$, koliki će se naboj inducirati na njegovim pločama?



2. (18 bodova) Između dvije posude s vodom nalazi se ventil "V" kao na slici. Po otvaranju ventila, voda počinje mlazom isticati iz sistema kroz tanku cjevčicu na desnoj strani. Koju će maksimalnu visinu h' dosizati mlaz vode? Zadano je: $h=1\text{ m}$, $L=0.4\text{ m}$, $\theta=30^\circ$. Površina posude u točki A puno je veća od površine u točki B.



3. (18 bodova) Vrlo uzak i vremenski stalan snop protona ubrzan je razlikom potencijala od 1000 kV i usmjeren na debelu metu na kojoj se u potpunosti zaustavlja. Jakost struje snopa protona jednaka je $1 \mu\text{A}$. Izračunajte:
- broj protona koji u svakoj sekundi udaraju u metu;
 - snagu koja se pri zaustavljanju protona pretvara u toplinu;
 - prosječan razmak između dva protona u snopu na kraju ubrzavanja i električni potencijal među njima. Diskutirajte utjecaj električnog odbijanja čestica unutar snopa na njegovu fokusiranost.
- Masa protona je $1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

4. (17 bodova) Nedavnim je mjerenjima pokazano da ponajbolji profesionalni nogometaši loptu udaraju brzinom od 140 km/h. Tako udarenoj lopti nakon što preleti 20 m brzina padne na 122 km/h. Pretpostavite da je početna temperatura zraka 20°C , a tlak 1 atmosfera (101325 Pa). Nadite promjenu temperature zraka kroz koji lopta proljeće. Pretpostavite nadalje da do te promjene dolazi samo unutar cilindra zraka definiranog presjekom lopte promjera 22 cm, te da se temperatura same lopte ne mijenja. Masa lopte je 0.45 kg. Pretpostavite nadalje da je molarni specifični toplinski kapacitet zraka $C_p = 7R/2$.

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE, PRIMOŠTEN 2007

EKSPERIMENTALNI ZADATAK - 2. GRUPA

Gustoća

Zadatak

Pomoću priloženog pribora treba izmjeriti nepoznatu gustoću tijela i gustoću otopine.

Pribor

- Čaša s vodom ($\rho_v = 1000 \text{ kgm}^{-3}$)
- Čaša s otopinom nepoznate gustoće
- Ravnalo s mjernom skalom
- Tijelo nepoznate gustoće (gumica)
- Konac
- Drveni štapić duljine 20 cm

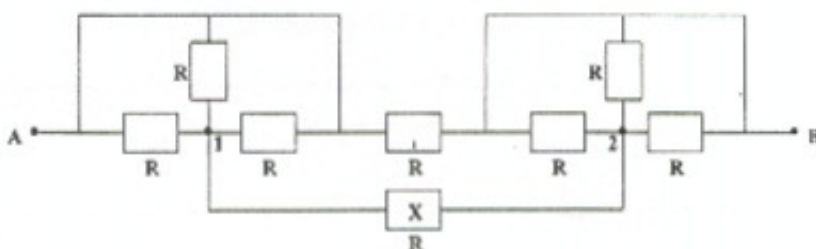
Zadaci

- Teorijski obrazložiti postupak mjerenja, izvesti odgovarajuće teorijske formule, definirati koje veličine i kako je potrebno mjeriti te skicirati postupak mjerenja (14 bodova)
 - Napraviti barem 5 mjerenja odgovarajućih veličina, te za svako mjerenje odrediti gustoću gumice i podatke prikazati tabelarno (6 bodova)
 - Odrediti srednju vrijednost gustoće gumice (2 boda)
 - Napraviti barem 5 mjerenja odgovarajućih veličina, te za svako mjerenje odrediti gustoću nepoznate otopine i podatke prikazati tabelarno (6 bodova)
 - Odrediti srednju vrijednost gustoće nepoznate otopine (2 boda)
-
- Ukupno : 30 bodova

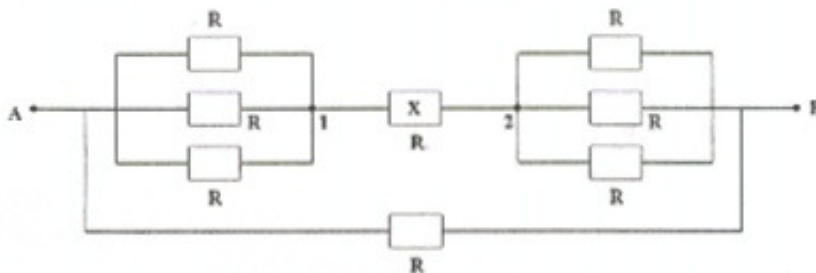
DRŽAVNO NATJECANJE
IZ FIZIKE, *58-2 grupa*

11.05.2007.

1. a) Označimo točke "1" i "2" kao na slici.



Ekvivalentna shema kruga dana je tada na sljedećoj slici (4 boda).



Ekvivalentni otpor se jednostavno nalazi kao:

$$R_{\text{gornja grana}} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right)^{-1} + R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right)^{-1} = \frac{R}{3} + R + \frac{R}{3} = \frac{5}{3}R = 40 \text{ k}\Omega \quad (1)$$

$$R_e = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_{\text{gornja grana}}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{R} + \frac{3}{5R} \right)^{-1} = \frac{5R}{8} = 15 \text{ k}\Omega \quad (4 \text{ boda}). \quad (2)$$

b) Struja kroz gornju granu dana je s

$$I_{\text{gornja grana}} = \frac{U}{R_{\text{gornja grana}}} = \frac{40}{40000} = 0.001 \text{ A} = 1 \text{ mA} \quad (3 \text{ boda}). \quad (3)$$

c) Stavimo li na mjesto X kondenzator, nakon kratkog prijelaznog razdoblja (u kojem se kondenzator nabija) struja neće teći kroz gornju granu (2 boda). Ekvivalentan otpor za istosmjernu struju jednak je tada otporu donje grane, tj. $R_e = R = 24 \text{ k}\Omega$ (1 bod). Na otporima u gornjoj grani neće biti pada napona, pa će napon na kondenzatoru odgovarati naponu između točaka A i B, tj. $U = 40 \text{ V}$ (1 bod). Naboj na pločama kondenzatora računamo tada iz:

$$Q = CU = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 40 = 120 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 120 \mu\text{C} \quad (2 \text{ boda}). \quad (4)$$

2. Primijenimo Bernoullijev zakon (1 bod) na točke A i B:

$$p_A + \frac{1}{2}\rho_0 v_A^2 + \rho_0 g h = p_B + \frac{1}{2}\rho_0 v_B^2 + \rho_0 g L \sin \theta \quad (4 \text{ boda}). \quad (5)$$

Zbog činjenice da je površina posude u točki A puno veća od površine u točki B, zaključujemo da je $v_A \approx 0$ m/s (1 bod). Nadalje:

$$p_A = p_B = p(\text{atmosferaki}) \quad (1 \text{ bod}). \quad (6)$$

Izraz (5) vodi tada na:

$$\frac{1}{2}\rho_0 v_B^2 = \rho_0 g (h - L \sin \theta) \quad (7)$$

$$v_B = \sqrt{2g(h - L \sin \theta)} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot (1 - 0.4 \cdot \sin 30^\circ)} = 3.96 \text{ m/s} \quad (4 \text{ boda}). \quad (8)$$

Vertikalna komponenta te brzine je:

$$V_{By} = v_B \cdot \sin \theta = 2.98 \text{ m/s} \quad (3 \text{ boda}). \quad (9)$$

Maksimalna visina h' dana je tada s:

$$h' = \frac{v^2}{2g} = 0.45 \text{ m} \quad (4 \text{ boda}). \quad (10)$$

3. a) Ako s q označimo naboj protona, broj protona koji u jedinici vremena udaraju u metu dan je s:

$$\frac{N}{T} = \frac{I}{q} = \frac{10^{-6}}{1.6 \cdot 10^{-19}} = 6.25 \cdot 10^{12} \text{ protona/s} \quad (4 \text{ boda}). \quad (11)$$

b) Svaki proton pri zaustavljanju u meti ostavlja energiju:

$$E = qU = 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6 = 1.6 \cdot 10^{-13} \text{ J} \quad (2 \text{ boda}). \quad (12)$$

Ukupnu energiju deponiranu u metu u jednoj sekundi dobivamo množeći izraze (11) i (12):

$$P = 6.25 \cdot 10^{12} \cdot 1.6 \cdot 10^{-13} = 1 \text{ J} \quad (2 \text{ boda}). \quad (13)$$

Alternativno, ta se snaga može dobiti množenjem napona ubravanja i struje snopa:

$$P = 1000 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-6} = 1 \text{ J} \quad (4 \text{ boda}). \quad (14)$$

c) Brzinu ubrzanih protona v računamo iz:

$$qU = \frac{mv^2}{2} \quad (2 \text{ boda}), \quad (15)$$

gdje je m masa protona, a U napon ubravanja. Dobivamo:

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 1000 \cdot 10^3}{1.67 \cdot 10^{-27}}} = 1.38 \cdot 10^7 \text{ m/s} \quad (2 \text{ boda}). \quad (16)$$

Brzina v je dvadesetak puta manja od brzine svjetlosti što opravdava upotrebu nerelativističkih izraza. Vrijeme između prolazaka protona kraj fiksne točke računamo kao recipročnu vrijednost rezultata dobivenog u dijelu a):

$$T = 6.25 \cdot 10^{12-1} = 1.6 \cdot 10^{-13} \text{ s} \quad (2 \text{ boda}). \quad (17)$$

Razmak između susjednih protona u snopu dana je s:

$$d = v \cdot T = 1.38 \cdot 10^7 \cdot 1.6 \cdot 10^{-13} = 2.21 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 2.21 \mu\text{m} \quad (2 \text{ boda}). \quad (18)$$

Potencijal koji osjeća jedan proton od svog susjeda jednak je:

$$V = \frac{kq}{d} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{2.21 \cdot 10^{-6}} = 6.5 \cdot 10^{-4} \text{ V} \quad (2 \text{ boda}). \quad (19)$$

U usporedbi s naponom ubrzanja (1 MV), dobivena vrijednost je posve zanemariva.

4. Lopta mase m pri usporavanju s početne brzine v_p na konačnu brzinu v_k gubi energiju:

$$\frac{1}{2}mv_p^2 - \frac{1}{2}mv_k^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.45 \left[\left(\frac{140}{3.6} \right)^2 - \left(\frac{125}{3.6} \right)^2 \right] = 69.0 \text{ J} \quad (3 \text{ boda}). \quad (20)$$

Volumen zraka kroz koji prolazi lopta je:

$$V = \pi r^2 d = 3.14 \cdot 0.11^2 \cdot 20 = 0.76 \text{ m}^3 \quad (3 \text{ boda}). \quad (21)$$

Zrak je u prvoj aproksimaciji idealan plin (1 bod), pa gornjem volumenu odgovara količina:

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{101325 \cdot 0.76}{8.314 \cdot 293} = 31.6 \text{ mol} \quad (3 \text{ boda}). \quad (22)$$

Zrak apsorbira energija prema izrazu:

$$Q = nC_p \Delta T \quad (3 \text{ boda}), \quad (23)$$

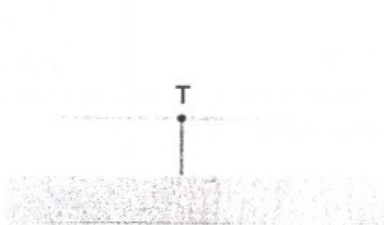
pa dobivamo:

$$\Delta T = \frac{Q}{nC_p} = \frac{69.0}{31.6 \cdot 7/2 \cdot 8.314} = 0.075^\circ\text{C} \quad (4 \text{ boda}). \quad (24)$$

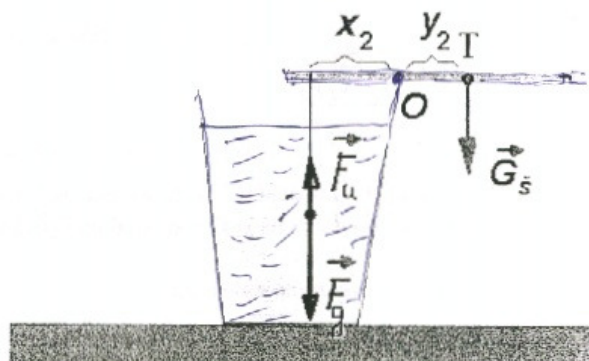
Zaključujemo da je zagrijavanje zraka zanemariv efekt pri ovom fenomenu...

Rješenje eksperimentalnog zadatka - 2. grupa (2007.)

a) gustoća gumice ρ



SI. 1



SI. 2

Najprije jednostavnim pokusom odredimo i zabilježimo položaj težišta štapa T (potražimo gdje treba poduprijeti štap da bude uravnoteži, kao što je prikazano na SI. 1.)

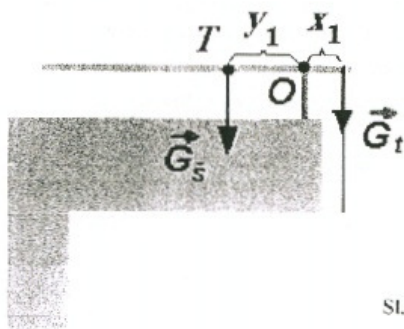
Zatim, pomoću konca gumicu objesimo na drveni štap. Gustoću gumice odredit ćemo uravnoteživanjem štapa, dok je gumica uronjena u vodu (SI. 2.), gdje na nju djeluje sila teža F_g i sila uzgona F_u . Kao oslonac poslužit će nam rub posude s vodom. Izmjerimo udaljenosti objesišta gumice x_2 i težišta štapa y_2 od oslonca O dok je štap u ravnoteži.

Prema zakonu poluge je:

$$(F_g - F_u)x_2 = G_s y_2 \Rightarrow (m_t g - \rho_v g V)x_2 = m_s g y_2 \quad (1)$$

(4 boda)

Ovdje je G_s težina štapa, $\rho_v = 1000 \text{ kgm}^{-3}$ gustoća vode, $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$ akceleracija slobodnog pada, m_t masa gumice, m_s masa štapa, a V volumen gumice, no njega nije potrebno određivati.



SI. 3

Budući da masa štapa m_s nije poznata, objesimo gumicu opet na jedan kraj štapa i uravnotežimo štap u zraku (SI. 3) Pri tome nam kao oslonac može poslužiti ravnalo koje pridržavamo jednom rukom. Zabilježimo udaljenosti objesišta gumice x_1 i težišta štapa y_1 od oslonca O. Sada možemo jednostavno pomoću zakona poluge izraziti masu štapa m_s .

$$G_t x_1 = G_s y_1 \Rightarrow m_t g x_1 = m_s g y_1 \Rightarrow m_s = m_t \frac{x_1}{y_1} \quad (2)$$

gdje su G_t i G_s težina gumice i štapa u zraku.

(4 boda)

Uvrštavanjem mase štapa m_s iz (2) u jednadžbu (1), dijeljenjem sa V i sređivanjem dobije se konačno gustoća gumice:

$$\rho_t = \frac{\rho_v}{1 - \frac{x_1 y_2}{x_2 y_1}} \quad (3)$$

(6 bodova)

Variranjem položaja objesišta gumice na štapu možemo mijenjati uvjete mjerenja i time dobiti različita mjerenja te izračunati srednju vrijednost gustoće gumice $\bar{\rho}_t$.

Podatke prikazemo tabelarno:

| Br. mjer. | x_1 (cm) | y_1 (cm) | x_2 (cm) | y_2 (cm) | ρ (kgm^{-3}) |
|---|------------|------------|------------|------------|------------------------------|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |
| Prosječna gustoća gumice $\bar{\rho}_t =$ | | | | | |

(8 bodova)

b) gustoća nepoznate otopine ρ_{no}

Sada kad smo odredili gustoću gumice, mjerenja gustoće nepoznate otopine $\bar{\rho}_{no}$ izvršit ćemo na isti način kao što je opisano u prethodnom pokusu, uranjanjem gumice obješene na štap u nepoznatu otopinu. Iz jednadžbe (3) odredit ćemo gustoću nepoznate tekućine:

$$\rho_{no} = \bar{\rho}_t \left(1 - \frac{x_1 y_2}{x_2 y_1} \right) \quad (4)$$

(8 bodova)