

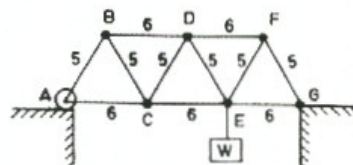
DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA  
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

Srednje škole – 3. grupa

1. zadatak (17 bodova)

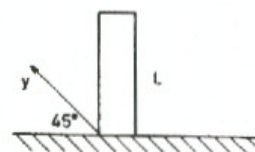
U mostu prikazanom na slici, sve dijagonalne šipke duljine su 5 m, a horizontalne 6 m. Svi vezni zglobovi su idealni (bez trenja).

- Koje šipke možemo zamijeniti užetom?
- Nađi sile u šipkama  $BD$  i  $DE$ .



2. zadatak (18 bodova)

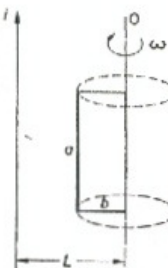
Uspravnom štapu mase 5 kg i duljine 1 m dan je impuls prema gore u njegovoj bazi, usmjeren pod kutom od  $45^\circ$  prema horizontali. Štap zbog primljenog impulsa poleti. Koje vrijednosti bi trebao imati impuls da štap ponovo sleti vertikalno (tj. na kraj u kome je impuls primljen)?



3. zadatak (17 bodova)

Beskonačno dugim vodičem, koji je postavljen u vertikalnom smjeru, teče struja od 5 A prema gore. U blizini vodiča rotira pravokutna petlja od vodljivog materijala otpora  $10 \Omega/m$  (po jedinici dužine). Dimenzije petlje su:  $a = 0.5$  m,  $b = 0.25$  m. Os rotacije je paralelna s vodičem i nalazi se na udaljenosti  $L = 0.5$  m od vodiča. Kutna brzina rotacije petlje je  $9$  rad/s.

- Odredi induciranu struju u petlji ovisno o otklonu (kut  $\varphi$ ) iz početnog položaja.
- Odredi položaj u kojem će struja biti minimalna.



4. zadatak (18 bodova)

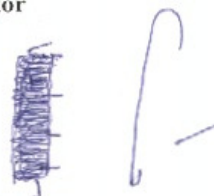
Marlena je zaigrana djevojčica koja u svakoj igri pronalazi primjenu osnovnih zakona fizike. Ovaj put stavila je „ping-pong“ lopticu na gumenu membranu koja je pričvršćena za jednostavan harmonički oscilator-maleni zvučnik koji ispušta zvuk frekvencije 500 Hz. Uspjela je izmjeriti da loptica odskakuje na visinu od 3 mm iznad ravnotežnog položaja membrane. No, ima poteškoća s određivanjem amplitude titranja membrane. Možeš li joj pomoći?

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA  
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

Srednje škole – 3. grupa

Spiralna opruga kao oscilator

Pribor: -spiralna opruga s više zavoja  
-utezi različitih masa ( masa jednog poznata )  
-zaporni sat  
-stalak s odgovarajućim priborom



Zadatak:

Uporabom isključivo priloženih sredstava treba:

- Utvrđiti ovisnost konstante elastičnosti ( $k$ ) o broju zavoja opruge ( $N$ ) i načiniti  $k \cdot N$  graf. ....8 bodova
- Utvrđiti ovisnost frekvencije ( $f$ ) o broju zavoja i načiniti  $f, N$  graf .....6 bodova
- Odrediti mase nepoznatih utega i prikazati rezultate u  $f, m$  grafu.....6 bodova
- Sve rezultate prikazati tablično i ukratko objasniti fizikalnu osnovu rješavanja zadatka.....10 bodova

-----30 bodova  
Ukupno: .....

\* Nije potreban račun pogreške, ali pojedina mjerenja treba učiniti više puta radi moguće grube pogreške.

Želimo puno uspjeha u rješavanju!

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

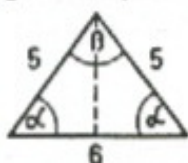
Srednje škole – 3. grupa - rješenja

1. zadatak (17 bodova)

Užetom možemo zamijeniti samo one šipke u kojima sila napetosti djeluje tako da rasteže šipku. Na krajevima podloga djeluje vertikalno na točke  $A$  i  $G$  silama  $\frac{1}{3}W$  i  $\frac{2}{3}W$ .

(Označimo sile podloge na točke  $A$  i  $G$  s  $F_1$  i  $F_2$ . Iz slike je očito da vrijedi  $F_1 + F_2 = W$ ,  $F_1 \cdot 12\text{ m} = F_2 \cdot 6\text{ m}$ . Odnosno,  $F_1 = \frac{1}{3}W$ ,  $F_2 = \frac{2}{3}W$ .) [2 boda]

Postupno ćemo pronalaziti smjerove sila u pojedinim šipkama iz zahtjeva da se sile na svaki zglob dokidaju.



$$\sin \frac{\beta}{2} = \frac{3}{5}$$

$$\cos \frac{\beta}{2} = \frac{4}{5}$$

[2 boda]

Točka  $G$ : (SILE NA ZGLOB):

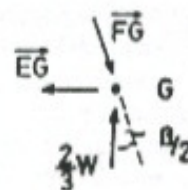
$$|\vec{FG}| \cos \frac{\beta}{2} = \frac{2}{3}W,$$

$$|\vec{FG}| \sin \frac{\beta}{2} = |\vec{EG}|,$$

$$|\vec{FG}| = \frac{5}{6}W,$$

$$|\vec{EG}| = \frac{1}{2}W.$$

[1 bod]



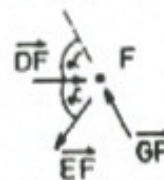
Točka  $F$ :

$$|\vec{EF}| = |\vec{GF}| = \frac{5}{6}W$$

$$|\vec{DF}| = |\vec{EF}| \cos \alpha + |\vec{GF}| \cos \alpha =$$

$$= \frac{5}{6}W \frac{3}{5} + \frac{5}{6}W \frac{3}{5} = W$$

[1 bod]



Točka  $A$ :

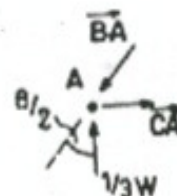
$$|\vec{BA}| \cos \frac{\beta}{2} = \frac{1}{3}W,$$

$$|\vec{BA}| \sin \frac{\beta}{2} = |\vec{EA}|,$$

$$|\vec{BA}| = \frac{5}{12}W,$$

$$|\vec{EA}| = \frac{1}{4}W.$$

[1 bod]

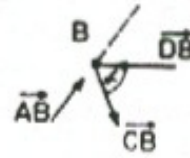


DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA  
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

Točka B:

$$\begin{aligned} |\vec{CB}| &= |\vec{AB}| = \frac{5}{12}W \\ |\vec{DB}| &= |\vec{CB}| \cos \alpha + |\vec{AB}| \cos \alpha = \frac{1}{2}W. \end{aligned}$$

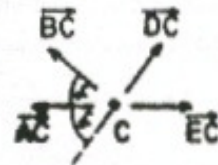
[1 bod]



Točka C:

$$\begin{aligned} |\vec{DC}| &= |\vec{BC}| = \frac{5}{12}W \\ |\vec{EC}| &= |\vec{AC}| + |\vec{BC}| \cos \alpha + |\vec{DC}| \cos \alpha = \\ &= \frac{1}{4}W + \frac{3}{5} \frac{5}{12}W = \frac{3}{4}W. \end{aligned}$$

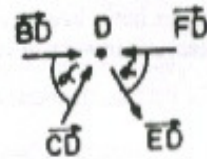
[1 bod]



Točka D:

$$\begin{aligned} |\vec{ED}| &= |\vec{CD}| = \frac{5}{12}W \\ |\vec{FD}| &= W \\ |\vec{FD}| &= |\vec{BD}| + |\vec{ED}| \cos \alpha + |\vec{CD}| \cos \alpha = \\ &= \frac{1}{2}W + 2 \frac{3}{5} \frac{5}{12}W = W. \end{aligned}$$

[1 bod]



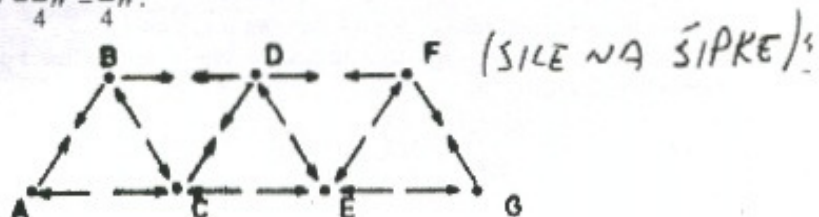
Točka E:

$$\begin{aligned} |\vec{FE}| &= \frac{5}{6}W \\ |\vec{GE}| &= \frac{1}{2}W \\ W &= |\vec{DE}| \sin \alpha + |\vec{FE}| \sin \alpha \\ |\vec{DE}| &= \frac{W}{\sin \alpha} - |\vec{FE}| = \frac{5}{4}W - \frac{5}{6}W = \frac{5}{12}W \\ |\vec{CE}| &= |\vec{GE}| + |\vec{FE}| \cos \alpha - |\vec{DE}| \cos \alpha = \\ &= \frac{1}{2}W + \frac{1}{2}W - \frac{1}{4}W = \frac{3}{4}W. \end{aligned}$$

[1 bod]



[2 boda]





**DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA**  
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

Iz gornjih sličica očito je da se rastežu šipke:  $AC$ ,  $CE$ ,  $EG$ ,  $EF$ ,  $ED$ ,  $BC$ , te njih možemo zamijeniti užadima. Ove sličice pokazuju smjer sila kojima šipke djeluju na zglob, a sile kojima zglobovi rastežu ili stežu šipke su suprotnog smjera.

Sile u šipkama  $BD$  i  $DE$  iznose:  $F_{BD} = \frac{1}{2}W$ ,  $F_{DE} = \frac{5}{12}W$ . [4 boda]

**2. zadatak (18 bodova)**

Štap prima linearni impuls ( $p \cos 45^\circ$ ) prema gore, što zapravo znači da imamo vertikalni hitac s početnom brzinom:

$$v = \frac{p \sin 45^\circ}{m} = \frac{p\sqrt{2}}{2m} \quad [3 \text{ boda}]$$

Vrijeme koje štap provede u zraku je:  $t = 2 \frac{v}{g} = \frac{p\sqrt{2}}{mg}$ . [2 boda]

Istovremeno štap primi i zakretni impuls oko svog centra mase, a taj iznosi:

$$\text{Zakretni impuls} = p \cos 45^\circ \frac{L}{2} = \frac{\sqrt{2} p L}{4} \quad [3 \text{ boda}]$$

Prema tome imamo superpoziciju dvaju gibanja: vertikalnog hica i vrtnje štapa oko svog centra mase kutnom brzinom  $\omega$  koju pronalazimo iz:

$$\frac{\sqrt{2} p L}{4} = I \omega \quad [2 \text{ boda}]$$

Moment inercije štapa oko osi koja prolazi njegovim središtem i okomita je na njega je:

$$I = \frac{1}{12} m L^2 \quad [2 \text{ boda}]$$

Odatle je:

$$\omega = \frac{\sqrt{2} p L}{4 \cdot \frac{1}{12} m L^2} = \frac{3 p \sqrt{2}}{m L} \quad [2 \text{ boda}]$$

Da bi štap pao na onaj kraj u kojemu je primio impuls, u vremenu  $t$  boravka u zraku mora napraviti  $2\pi n$  okretaja oko svoje osi ( $n$  je prirodan broj):

$$2\pi n = \omega t = \frac{3\sqrt{2} p}{m L} \frac{p\sqrt{2}}{mg} = \frac{6 p^2}{m L g} \quad [2 \text{ boda}]$$

Iz ovoga dobivamo moguće vrijednosti impulsa  $p$ :

$$p = m \sqrt{\frac{\pi g L n}{3}} = 16\sqrt{n} \text{ , gdje je } n \text{ neki prirodni broj.} \quad [2 \text{ boda}]$$

**3. zadatak (17 bodova)**

Očito je da se elektromotorni napon ne inducira u stranicama dužine  $b$ , koje su horizontalne. Na naboj djeluje sila u vertikalnom smjeru prema gore ( $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ ). Elektromotorni napon će se, dakle, inducirati u stranici dužine  $a$  koja rotira. [2 boda]

U svakoj točki te stranice (gledano iz sustava koji rotira zajedno s petljom) postojat će inducirano električno polje:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \vec{v} \times \vec{B} = \frac{b\omega \cdot \mu_0 I}{2\pi r} \cdot \sin \gamma \vec{k} \quad [2 \text{ boda}]$$

**DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA**  
*Primošten, 10.-13. svibnja 2007.*

gdje je  $r = \sqrt{L^2 + b^2 - 2Lb \cos \varphi}$ , a  $\gamma = 180 - \gamma' = 180 - \arcsin\left(\frac{L}{r} \sin \varphi\right)$ . [2 boda]

Iz toga slijedi:

$$\vec{E} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{ILb\omega \sin \varphi}{L^2 + b^2 - 2Lb \cos \varphi} \vec{k}. \quad [2 \text{ boda}]$$

Inducirani elektromotorni napon prema definiciji je:

$$U = E \cdot a = \frac{\mu_0 I a L b \omega \sin \varphi}{2\pi (L^2 + b^2 - 2Lb \cos \varphi)}. \quad [2 \text{ boda}]$$

Slika

[2 boda]



Prema tome inducirana struja je:

$$I'(\varphi) = \frac{\mu_0 I a L b \omega \sin \varphi}{4\pi (a+b) R (L^2 + b^2 - 2Lb \cos \varphi)} = \frac{3 \times 10^{-4} \cdot \sin \varphi}{(1.25 - \cos \varphi)}. \quad [3 \text{ boda}]$$

Očito je da će struja biti najmanja za  $\varphi = 0^\circ$ , tada je i inducirana struja jednaka nuli.

[2 boda]

**4. zadatak (18 bodova)**

Neka je  $A$  amplituda titranja membrane, a  $\omega$  kružna frekvencija titranja. Pomak membrane  $y$  (u vertikalnom smjeru) je opisan harmonijskim titranjem:  $y = A \sin \omega t$ . [2 boda]

Brzina  $v$  membrane i njeno ubrzanje  $a$  dani su jednadžbama:

$$v = A\omega \cos \omega t, \quad a = -A\omega^2 \sin \omega t. \quad [2 \text{ boda}]$$

Na lopticu djeluje sila teže  $mg$  i sila podloge membrane  $N$ . Sve sile su usmjerene duž osi  $y$ , pa možemo napisati jednadžbu gibanja:

$$ma = N - mg. \quad [2 \text{ boda}]$$

Neka je  $t_0$  trenutak kada loptica odskakuje od membrane. U tom trenutku je  $N = 0$ , i  $a = -g$

[2 boda]

Uvrštavanjem dobivamo  $-g = -A\omega^2 \sin \omega t_0 \Rightarrow \sin \omega t_0 = \frac{g}{A\omega^2}$ . [2 boda]

U istom trenutku, visina na kojoj se nalazi loptica (njen pomak) i brzina su:

$$y_0 = A \sin \omega t_0 = \frac{g}{\omega^2}, \quad v_0 = A\omega \cos \omega t_0. \quad [2 \text{ boda}]$$

Nakon tog trenutka, loptica odskakuje na dodatnu visinu  $\Delta y$  isključivo pod djelovanjem gravitacijske sile. Zakon očuvanja energije daje nam:

$$mg\Delta y = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow \Delta y = \frac{v_0^2}{2g}. \quad [2 \text{ boda}]$$

U odnosu na ravnotežni položaj membrane, visina koju postiže loptica je  $h = y_0 + \Delta y$ , odnosno:

$$h = \frac{g}{\omega^2} + \frac{\omega^2 A^2 \cos^2 \omega t_0}{2g} = \frac{g}{\omega^2} + \frac{\omega^2 A^2 (1 - \sin^2 \omega t_0)}{2g} = \frac{g}{2\omega^2} + \frac{A^2 \omega^2}{2g}. \quad [2 \text{ boda}]$$

Iz toga dolazimo do sljedećeg rezultata za amplitudu titranja membrane:

$$A = \frac{\sqrt{2gh\omega^2 - g^2}}{\omega^2} = \frac{\sqrt{2gh(2\pi f)^2 - g^2}}{(2\pi f)^2} = 0.0772 \text{ mm}. \quad [2 \text{ boda}]$$

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA  
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

Srednje škole - 3. grupa  
Eksperimentalni zadatak - rješenje

a) Složiti uređaj prema slici:



Odbroji se određeni broj zavoja opruge (svaki 20. zavoj je obilježen) i taj dio opruge se koristi kao aktivni dio oscilatora. Konstantu elastičnosti  $k$  za taj dio opruge može se odrediti prema relaciji:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} \dots \dots \dots (1)$$

$m$  - poznato samo za jedan uteg (100g)

$T$  - izmjeri se zapornim satom. Grafički prikaz u  $k, N$  grafu jasno pokazuje ovisnost:

$$k \sim \frac{1}{N}, \text{ odnosno: } k_n \cdot N_n = \text{konst.} \text{ ili } \frac{N_n}{N_{n+1}} = \frac{k_{n+1}}{k_n}$$

n	N	T/s	$k / \frac{N}{m}$	$k \cdot N / \frac{N}{m}$	$\frac{N_n}{N_{n+1}}$	$\frac{k_{n+1}}{k_n}$
1.	10					
2.	20					
3.	30					

Grafički prikaz je hiperbola. ....8 bodova

b) Mjerni podaci iz a) omogućavaju određivanje frekvencije po istoj relaciji:

$$f = \frac{1}{T}, \text{ odnosno } f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \dots \dots \dots (2)$$

Eksperimentalni rezultati dobro prate relaciju (2) pa se može utvrditi odnos:

$$f \sim \sqrt{\frac{1}{N}}$$

Također je vidljiva veza između broja zavoja  $N$  i pripadajuće frekvencije:

$$\frac{f_1}{f_2} = \sqrt{\frac{N_2}{N_1}} \text{ ili } \frac{f_n}{f_{n+1}} = \sqrt{\frac{N_{n+1}}{N_n}}$$

$f^2, N$  - graf dan je hiperbolom, tj.  $f^2 \cdot N = \text{konst.}$  ....6 bodova

c) Pomoću izraza  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow m = \frac{kT^2}{4\pi^2} \dots \dots \dots (3)$

moгу se odrediti nepoznate mase utega. Za konstantu  $k$  uzeti konstantu iz zadatka a).  
(Najtočnija je konstanta cijele opruge).

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA  
Primolten, 10.-13. svibnja 2007.

n	T/s	m/kg
1.		
2.		
3.		
·		
·		

$\Rightarrow f \sim \sqrt{\frac{1}{m}}$  graf  $f^2$ , m je hiperbola ..... 6 bodova

d) Teorija je primijenjena već u rješenjima a, b i c.

n	N	T/s	$k / \frac{N}{m}$	$\text{t/s}^{-1}$	k·N	$\frac{N_n}{N_{n+1}} = \frac{k_{n+1}}{k_n}$	$f^2 \cdot N = C$
1.							
2.							
3.							
4.							
5.							

.....10 bodova

Rezultati eksperimentalnog zadatka  
(Primjer)

Tablica za a) b) i d) zadatak

Masa poznatog utega = 100 g = 0.100 kg

n	N	T/s	$k / \frac{N}{m}$	$\text{t/s}^{-1}$	k·N	$\frac{N_n}{N_{n+1}}$	$\frac{k_{n+1}}{k_n}$	$f^2 \cdot N = \text{const.}$
1.	20	0.34	34.33	2.96	686.6	/	/	175
2.	40	0.48	17.16	2.08	686.4	0.50	0.50	173
3.	60	0.58	11.76	1.72	705.0	0.66	0.68	177
4.	80	0.68	8.54	1.47	683.2	0.75	0.73	173
5.	100	0.75	7.02	1.33	702.0	0.80	0.82	177

Tablica za zadatak c)

n	N	$k / \frac{N}{m}$	T/s	m/kg	$\text{t/s}^{-1}$
1.	100	7.02	0.75	poznata	1.33
2.	100	7.02	0.84	0.125	1.19
3.	100	7.02	0.69	0.085	1.45
4.	100	7.02	0.63	0.070	1.58
5.	100	7.02	0.58	0.060	1.72

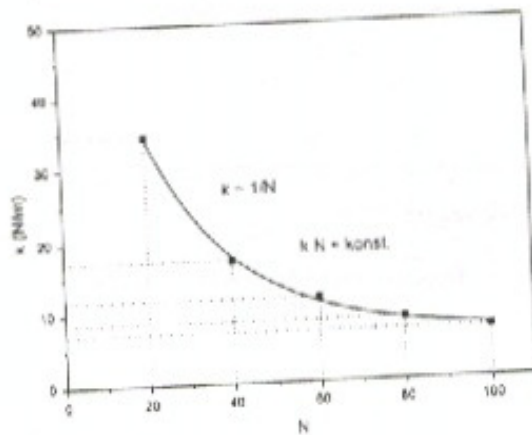
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow m = \frac{k \cdot T^2}{4\pi^2}$$



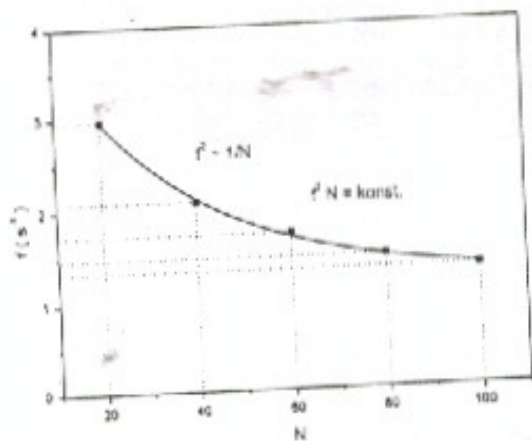
DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA  
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

n	$k / \frac{N}{m}$	T/s	$f/s^{-1}$	m/kg
1.	7.02	0.58	1.72	0.060
2.	7.02	0.85	1.17	0.130
3.	7.02	1.10	0.90	0.215
4.	7.02	1.33	0.75	0.315
5.	7.02	1.57	0.64	0.440

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

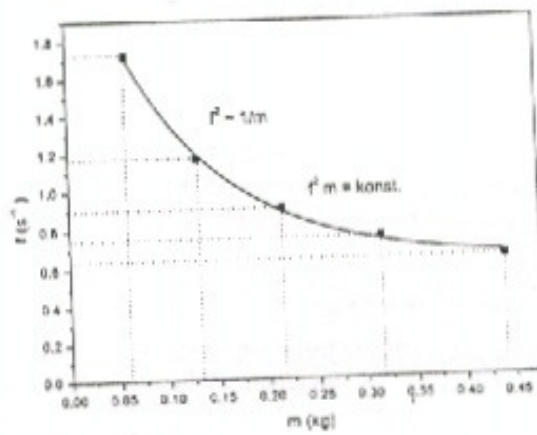


b)



c)

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA  
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.



n	m/kg	f/s <sup>-1</sup>
1.	0.060	1.72
2.	0.130	1.17
3.	0.215	0.90
4.	0.315	0.75
5.	0.440	0.64