DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

Srednje škole – 4. grupa

1. zadatak (18 bodova)
Indeks loma atmosfere mijenja se s promjenom visine iznad Zemljine površine. Izvedite odnos između indeksa loma n na nekoj visini i kuta između zrake svjetlosti i vertikale na istoj visini.
Izvedite izraz za polumjer zakrivljenosti zrake svjetlosti koja se širi u horizontalnom smjeru u blizini Zemljine površine.
Koliki je polumjer zakrivljenosti zrake koja se širi horizontalno u blizini Zemljine površine ako je gradijent indeksa loma u vertikalnom smjeru $-3\cdot10^{-8}\text{m}^{-1}$, a indeks loma atmosfere tu iznosi 1,0003?
Za koju vrijednost gradijenta bi zraka svjetlosti kružila oko Zemlje? Polumjer Zemlje je 6380km.
Koja bi se svojstva atmosfere trebala promijeniti da bi zraka ostala zarobljena u atmosferi Zemlje kao što je slučaj kod Venere?

2. zadatak (17 bodova)
Promotrite difrakcijsku rešetku s N jednoliko razmaknutih uskih pukotina međusobno udaljenih d na koju okomito upada svjetlost valne duljine λ. Kolika je kutna širina glavnih difrakcijskih maksimuma? Za to izračunajte kutne položaje minimuma s obiju strana od odabranog glavnog maksimuma koristeći se aproksimacijom malih kutova.
Dokažite i da je ovisnost širine maksimuma o N u skladu sa zakonom očuvanja energije!
Kolika je širina maksimuma prvog reda za rešetku koja ima 5000 pukotina međusobno udaljenih 1,2μm na koju upada svjetlost valne duljine 632nm?

3. zadatak (17 bodova)
Nuzprodukt procesa obogaćivanja urana je i takozvani osiromašeni uran koji sadrži 99,8% izotopa U-238, a osiromašenim se naziva jer je iz smjese izdvojen izotop U-235. Od tog materijala izrađuju zrna za protuoklopne metke čijom uporabom nakon rasprsnuća nastaje fina aerosolna prašina koja je posebno opasna kad uđe unutar organizma putem hrane, vode ili zraka, jer α-čestice nastale raspadom jezgre U-238 unutar organizma mogu prouzročiti nastanak raka, oštećenje živčanog sustava, reproduktivne probleme, itd. Vrijeme poluraspada izotopa U-238 je 4,51 milijarde godina.
Jedno zrno prilikom pogotka proizvede 950g radioaktivne prašine "osiromašenog urana". Ona se raširi sve do udaljenosti 100m od mjesta eksplozije, a pretpostavi da na tlo padne jednolikom koncentracijom. Pri padanju nakupi se i na jabuci promjera 10cm. Koliko se α-raspada dnevno dogodi u organizmu nakon pojedene spomenute jabuke? ($u=1{,}66\cdot10^{-27}$kg)
Za koliko godina će se radioaktivnost takve prašine u kontaminiranom području smanjiti na desetinu od početne radioaktivnosti?

4. zadatak (18 bodova)
Za određivanje količine gibanja elektrona u čvrstim tvarima koristi se poništavanje (anihilacija) pozitrona s elektronom. Pozitron ima ista svojstva kao i elektron, osim što mu je naboj pozitivan. Pozitroni visoke energije nastali u radioaktivnim izvorima usmjere se na uzorak u kojem se unutar kratkog vremena uspore na vrlo malene brzine. Prije poništavanja količina gibanja pozitrona zanemariva je naspram količine gibanja elektrona u tvari. Najčešći je ishod poništavanja nastanak dva fotona bliskih energija koja izlijeću u skoro suprotnim smjerovima, a mjerenjem kuta za koji se ti smjerovi razlikuju od 180° izračunava se količina gibanja elektrona koji se poništio s pozitronom.
Kolika je količina gibanja i energija (u eV) vodljivog elektrona u litiju prije poništavanja za koje je izmjereno da se smjerovi izlaska fotona nastalih poništavanjem razlikuju za $4{,}29\cdot10^{-3}$rad od 180° te da im se energije razlikuju za 192eV? Masa elektrona: $9{,}11\cdot10^{-31}$kg, naboj elektrona: $-1{,}6\cdot10^{-19}$C, $c=3\cdot10^{8}$m/s.

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

Srednje škole – 4- grupa.

Pribor:
- uzorak (A, B, C, D)
- laser ($\lambda = 650$ nm)
- metarsko mjerilo
- plastelin za učvršćivanje lasera i uzorka
- trokut
- zastor

Zadatak: Uporabom priloženih sredstava treba:
1. Odrediti debljine uzoraka i tablično prikazati mjerene veličine ......14 bodova
2. Opisati postupak određivanja tražene veličine ....10 bodova
3. Provesti račun pogreške
   a) srednju vrijednost ....2 boda
   b) max. relativnu pogrešku ....4 boda

---

Ukupno: ....30 bodova

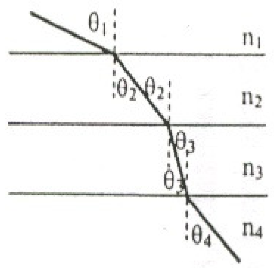
Natjecateljima želimo uspješan rad!

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

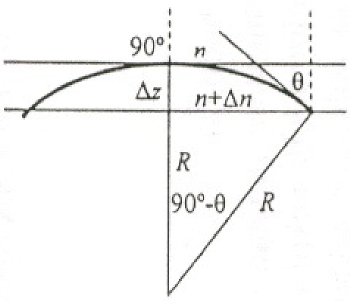
Srednje škole - 4. grupa - rješenja

1. zadatak 1 (18 bodova)



Zakon loma pri prelasku iz područja u područje daje $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=\frac{n_2}{n_1}$, zatim $\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_3}=\frac{n_3}{n_2}$, pa $\frac{\sin\theta_3}{\sin\theta_4}=\frac{n_4}{n_3}$ i tako dalje, što se može zapisati kao $n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2=n_3\sin\theta_3=n_4\sin\theta_4=...$

Znači da vrijedi $n_z\sin\theta_z=konst.$ za bilo koju visinu z i kada se indeks loma mijenja kontinuirano. **(4 boda)**



Budući da se promatra horizontalna zraka, to je upadni kut između zrake i okomice na liniju konstantnog indeksa loma n pravi. **(1 bod)**

Kad se zraka spusti za Δz, indeks loma se poveća za iznos Δn. Stoga kut postane θ. Budući da indeks loma pada s porastom visine, zraka je zakrivljena prema dolje.

Gornja relacija daje $n\sin 90°=(n+\Delta n)\sin\theta$. **(3 boda)**

Geometrijom uočavamo $\Delta z=R-R\cos(90°-\theta)=R-R\sin\theta$ nakon čega slijedi $nR=nR-n\Delta z+R\Delta n-\Delta n\Delta z$. **(2 boda)**

Zanemarivanjem $\Delta n\Delta z$ slijedi $R=n\frac{\Delta z}{\Delta n}=\frac{n}{dn/dz}$. **(2 boda)**

Za zadani gradijent i indeks loma je $R=3{,}33\cdot10^7$m. **(1 bod)**

Da bi zraka ostala kružiti oko Zemlje, trebao bi polumjer njene zakrivljenosti biti jednak polumjeru Zemlje $R=R_z=6{,}38\cdot10^6$m, pa bi trebalo biti $dn/dz=1{,}567\cdot10^{-7}\text{m}^{-1}$. **(2 boda)**

Budući da indeks loma, a time i njegov gradijent, ovisi o dielektričnoj konstanti zraka koja ovisi o koncentraciji, trebalo bi promijeniti volumnu koncentraciju molekula, ili masu molekula, ili tlak i temperaturu, a može i gravitacijsko ubrzanje pri Zemljinoj površini, dakle sve veličine koje utječu na gradijent koncentracije. **(3 boda)**

2. zadatak (17 bodova)

Glavni difrakcijski maksimum javlja se pod kutom danim jednadžbom $d\sin\theta=k\lambda$. **(2 boda)**

Tada je razlika putova dviju rubnih zraka s rešetke jednaka $Nd\sin\theta=Nk\lambda$. **(1 boda)**

Ako se ta razlika promijeni za $\pm\lambda$, pojavit će se minimum najbliži tom maksimumu jer će se zraci iz svake pukotine pojaviti zraka iz druge polovice rešetke s kojom će se poništiti zbog razlike puta od $\lambda/2$.

Tada je $Nd\sin(\theta\pm\Delta\theta)=Nk\lambda\pm\lambda$, gdje je $\Delta\theta$ kutni razmak od maksimuma do minimuma. **(2 boda)**

Zbog $\Delta\theta<<1$ je $\sin(\theta+\Delta\theta)\approx\sin\theta+\cos\theta\cdot\Delta\theta$. **(1 bod)**

Slijedi $Nd\cos\theta\cdot\Delta\theta=\pm\lambda$, pa je $\Delta\theta=\pm\frac{\lambda}{Nd\cos\theta}$. **(2 boda)**

Širina linije je $2\Delta\theta=\frac{2\lambda}{Nd\cos\theta}$ **(1 bod)**

Amplituda svakog maksimuma jednaka je zbroju amplituda valova iz svake pukotine, dakle proporcionalna je s N, pa je intenzitet maksimuma proporcionalan s N^2. Ukupni intenzitet propušten kroz rešetku proporcionalan je s N. Stoga bi širina linija trebala biti proporcionalna s N^{-1}da bi bila očuvana energija. To je dobiveno i računom. **(5 bodova)**

Za zadane veličine je $\cos\theta=\sqrt{1-\left(\frac{k\lambda}{d}\right)^2}=0{,}85$ pa je $2\Delta\theta=0{,}0002478$, što je 51 kutnu sekundu.

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Primošten, 10.-13. svibnja 2007

(3 boda)

3. zadatak (17 bodova)

Masa radioaktivne prašine po jedinici površine na tlu je $\frac{m}{d^2\pi}$=0,03g/m^2. (1 bod)

Na jabuci se nakupi pri padanju $m_U = \frac{m}{d^2\pi}\cdot\left(\frac{2r}{2}\right)^2\pi$=0,235mg radioaktivne prašine. (2 boda)

Pojedenom jabukom unešeno je u organizam $N = m_U/238u$=5,95·10^{17} jezgara U-238. (2 boda)

Ovisnost broja neraspadnutih jezgara o vremenu je $N(t) = N(0)e^{-\lambda t}$. (1 bod)

Aktivnost (broj raspada u jedinici vremena) je $A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(0)e^{-\lambda t} = \lambda N(t)$. (2 boda)

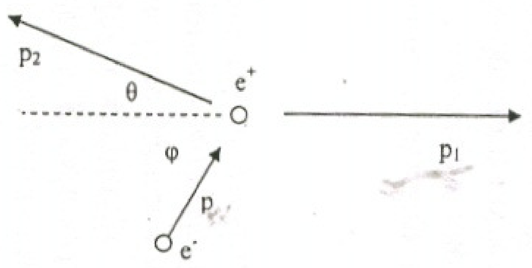
Konstanta raspada dobije se iz vremena poluraspada $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$=4,87·10^{-18}s^{-1}. (2 boda)

Zbog tako male konstante raspada teško je izračunati broj raspadnutih jezgara unutar jednog dana kao razliku broja neraspadnutih jezgara na početku dana i na kraju dana koji se razlikuju vrlo malo s obzirom na broj neraspadnutih jezgara, ali je zato tim valjanije računati broj raspadnutih jezgara kao $\Delta N = A\Delta t$ jer je aktivnost gotovo konstantna unutar jednog dana.

$\Delta N = A\Delta t = \lambda N\Delta t$ = 2,897s^{-1}·24h = 250 000 raspada u jednom danu. (4 boda)

Iz $A(t) = A(0)e^{-\lambda t}$ dobije se $t = \frac{\ln(A(0)/A(t))}{\lambda}$=4,73·10^{17}s=15 milijardi godina. (3 boda)

4. zadatak (18 bodova)



Na mirujući pozitron nalijeće elektron količine gibanja p te nakon poništavanja izlijeću dva fotona s količinama gibanja p_1 i p_2 kako je prikazano na slici. (3 boda)

Zakon očuvanja količine gibanja daje

$p\cos\varphi = p_1 - p_2\cos\theta$ (1 bod)

$p\sin\varphi = p_2\sin\theta$ (1 bod)

i zakon očuvanja energije (1 bod)

$$m_0c^2 + \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2} = cp_1 + cp_2.$$

Izmjerena razlika energija fotona je $\Delta E = cp_2 - cp_1$. (1 bod)

Iz očuvanja količine gibanja izraze se p_1 i p_2 te uvrste u očuvanje energije. Osim toga, iz istih se jednadžbi vidi da je p usporediv s ΔE koji je mnogo manji od m_0c^2=0,511MeV. Nakon svega toga je

$2m_0c = p\cos\varphi + \frac{p\sin\varphi}{\sin\theta}\cos\theta + \frac{p\sin\varphi}{\sin\theta}$. (3 boda)

Zbog θ <<1 ($\cos\theta \approx 1$ i $\sin\theta \approx \theta$) proizlazi $\theta\cdot 2m_0c = 2p\sin\varphi$. (1 bod)

Slijedi da komponenta količine gibanja elektrona okomita na smjer odleta fotona iznosi $p\sin\varphi = m_0c\theta$=1,17·10^{-24}kgms^{-1}. (2 boda)

Njoj okomita komponenta je $p\cos\varphi = p_1 - p_2\cos\theta \approx p_1 - p_2 = \frac{\Delta E}{c}$ = 1,03·10^{-25}kgms^{-1}. (3 boda)

Odatle je p=1,174·10^{-24}kgms^{-1}, čemu odgovara $E = \frac{p^2}{2m_0}$=7,54·10^{-19}J=4,72eV. (2 boda)

(Ostala rješenja su $\varphi \approx 85°$, $p_1 \approx p_2 \approx m_0c$ = 2,733·10^{-22}kgms^{-1} uz $p_2 - p_1 \approx 10^{-25}$kgms^{-1}, pa proizlazi da su korištene aproksimacije konzistentne.) **(2 boda ako već nije ubrojeno)**

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.
Srednje škole – 4. grupa
Eksperimentalni zadatak - rješenje

1. Debljine uzoraka = promjeri niti su:
   dA = 0.1 mm = 10^{-4} m
   dB = 0.2 mm = $2 \cdot 10^{-4}$ m
   dC = 0.25 mm = $2.5 \cdot 10^{-4}$ m
   dD = 0.45 mm = $4.5 \cdot 10^{-4}$ m ....2 boda

Tablični prikaz:

uzorak A:

a/m	δ/m	d/m

uzorak B:

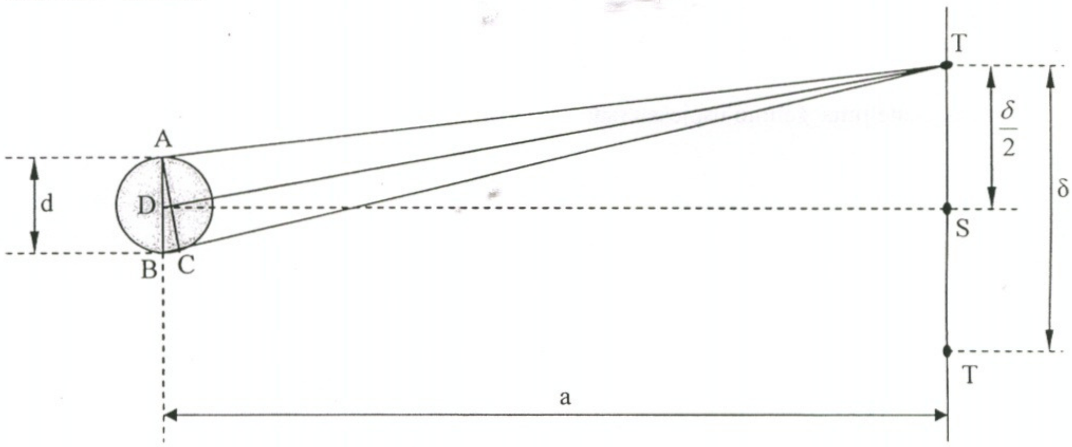
a/m	δ/m	d/m

također C i D

Po svakom tabličnom prikazu – unosu podataka mjerenja je 3 boda, tj. 12 bodova
Ukupno ....14 bodova

2. Pojava koja omogućuje određivanje debljine *d* promjera niti zadanim priborom je ogib ili difrakcija svjetlosti na niti. Postupak se sastoji u tome da na nit okomito usmjerimo laserski snop i na zastoru udaljenom *a* mjerimo razmak između tankih pruga ogiba δ ....2 boda

Koristeći slične trokute Δ ABE i Δ DST uz uvjete da je a >>d i $\overline{DT} \approx \overline{DS}$ iz proporcionalnosti stranica $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{DS} : \overline{ST}$



$\overline{BC} = \frac{\lambda}{2}$, $\overline{TS} = \frac{\delta}{2}$ crtež..................4 boda

$d : \frac{\lambda}{2} = a : \frac{\delta}{2}$, $d \cdot \frac{\delta}{2} = a \cdot \frac{\lambda}{2} \rightarrow d\delta = a\lambda$, tražena veličina je $d = \frac{a\lambda}{\delta}$ ....4 boda

ukupno..10 bodov

3. a) Da bismo odredili srednju vrijednost potrebno je za pojedini uzorak izvršiti više mjerenja i rezulta prikazati kao srednju vrijednost:

$\overline{d_A} = \frac{d_{1A} + d_{2A} + ... + d_{nA}}{n}$, $\overline{d}_B = \frac{d_{1B} + d_{2B} + ... + d_{nB}}{n}$, $\overline{d_C}$ i $\overline{d_D}$ također na jednaki način .....2 boda

b) Maksimalnu relativnu pogrešku određujemo tako da odredimo max. apsolutnu pogrešku

$\Delta d_{mA} = (\overline{d} - d_n)_A$, $\Delta d_{mB} = (\overline{d} - d_n)_B$, Δd_{mC}, Δd_{mD}

te je $r_{mA} = \frac{\Delta d_{mA}}{\overline{d_A}} \cdot 100\%$, $r_{mB} = \frac{\Delta d_{mB}}{\overline{d_B}} \cdot 100\%$, r_{mC}, r_{mD} ....4 boda

ukupno.. 6 bodova