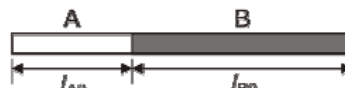


ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2006/2007
Srednje škole – 2. grupa

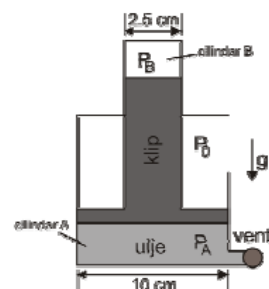
1. zadatak (10 bodova)

Metalni štap A dug 30 cm produlji se za 0.065 cm kad mu se temperatura poveća s 0°C na 100°C . Štap B napravljen od nekog drugog metala, ali jednake duljine kao A (na 0°C) produlji se za 0.035 cm za jednako povećanje temperature (od 0°C do 100°C). Treći štap (C), također duljine 30 cm (na 0°C) je napravljen od dva komada (početnih duljina l_{A0} i l_{B0}) štapova A i B spojenih na krajevima (slika). Za povišenje temperature od 0°C do 100°C ovaj štap se produlji za 0.058 cm. Izračunajte duljinu (na 0°C) dijelova od kojih je sastavljen treći štap (l_{A0} i l_{B0}).



2. zadatak (10 bodova)

Dva cilindra (A i B) su povezana klipom kao na slici. Cilindar A se koristi kao hidraulička dizalica i tlak ulja unutra je $P_A = 500 \text{ kPa}$ (ulje je ubrizgano pomoću ventila s desne strane slike koji je zatim zatvoren). Masa klipa je 25 kg i sustav se nalazi u gravitacijskom polju (slika). Koliki je tlak plina P_B u cilindru B? Promjer cilindra B je 2.5 cm, a cilindra A 10 cm. Atmosferski tlak $P_0 = 100 \text{ kPa}$.



3. zadatak (10 bodova)

Zrak (uglavnom dvoatomne molekule) na temperaturi 27°C i atmosferskom tlaku se uvlači u pumpu za bicikl koja ima cilindar unutrašnjeg promjera 2.5 cm i duljinu 50 cm. Pritiskanjem klipa pumpe iz najvišeg položaja u donji položaj zrak se adijabatski komprimira pri čemu tlakomjer na pumpi pokaže 800 kPa prije nego što uđe u gumu. Izračunajte

- volumen komprimiranog zraka
- temperaturu komprimiranog zraka

Što ako je pumpa od čelika, a debljina stijenke 2 mm. Pretpostavite da se dozvoli da 4 cm duljine cilindra dođe u termičku ravnotežu s komprimiranim zrakom.

- Koliko će se povisiti temperatura stijenke?

Atmosferski tlak je 101.3 kPa, a toplinski kapaciteti zraka pri konstantnom tlaku i volumenu su, redom, $C_p = 7/2 \cdot R$ i $C_v = 5/2 \cdot R$ ($R = 8.314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$). Toplinski kapacitet čelika je $c = 448 \text{ J kg}^{-1} \text{ mol}^{-1}$. Gustoća čelika je 7860 kg/m^3 .

NAPOMENA: tlakomjer pumpe pokazuje za koliko je tlak u cilindru pumpe veći od vanjskog, atmosferskog tlaka, odn. pokazuje razliku tlaka unutar pumpe i vanjskog tlaka.

4. zadatak (10 bodova)

U zatvorenom cilindru nalaze se tri klipa, koji ga dijele u četiri dijela (slika). U svakom dijelu nalazi se plin s odgovarajućim parametrima stanja (tlak, volumen, temperatura): P_1, V_1, T_1 , P_2, V_2, T_1 , P_3, V_3, T_1 , P_4, V_4, T_1 . U jednom trenutku klipovi se počinju

P_1	P_2	P_3	P_4
V_1	V_2	V_3	V_4
T_1	T_1	T_1	T_1

gibati (bez trenja) sve do uspostavljanja stacionarnog stanja. Nakon toga temperatura u svim dijelovima je T_2 . Koliki je tada tlak plina u pojedinim dijelovima cilindra i koliki su volumeni odgovarajućih dijelova?

5. zadatak (10 bodova)

Balon s vrućim zrakom lebdi zbog toga što je topli zrak na atmosferskom tlaku rjeđi od hladnog zraka na istom tlaku. Ako je volumen balona 500m^3 a okolni zrak je na temperaturi od 15°C , kolika najmanja mora biti temperatura zraka u balonu da bi on mogao podići teret od 290kg (pored mase toplog zraka)? Gustoća zraka na 15°C i atmosferskom tlaku je $1.23\text{kg}/\text{m}^3$.

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2006/2007
Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak

Uvedimo sljedeće oznake: $l_0 = 30 \text{ cm}$, $\Delta l_A = 0.065 \text{ cm}$, $\Delta l_B = 0.035 \text{ cm}$, $\Delta l_{AB} = 0.058 \text{ cm}$.
 Duljine štapova A i B za povećanje temperature $\Delta T = 100^\circ\text{C}$ iznose

$$\begin{aligned} l_A &= l_0 (1 + \alpha_A \Delta T) \\ l_B &= l_0 (1 + \alpha_B \Delta T) \end{aligned} \quad [1 \text{ bod}] \quad (1)$$

gdje su s α_A i α_B označeni koeficijenti linearnog rastezanja metala, redom, A i B. Ako se izraze α_A i α_B iz (1) dobije se

$$\begin{aligned} \alpha_A &= \frac{l_A - l_0}{l_0 \Delta T} = \frac{\Delta l_A}{l_0 \Delta T} \\ \alpha_B &= \frac{l_B - l_0}{l_0 \Delta T} = \frac{\Delta l_B}{l_0 \Delta T} \end{aligned} \quad [1 \text{ bod}] \quad (2)$$

S l_{A0} i l_{B0} su, redom, označene početne duljine štapova A i B od kojih je sastavljen štap C. Produljenje ovog štapa uz zagrijavanje $\Delta T = 100^\circ\text{C}$ je

$$\Delta l_{AB} = l'_B - l_{B0} + l'_A - l_{A0} = \alpha_B l_{B0} \Delta T + \alpha_A l_{A0} \Delta T \quad [2 \text{ boda}] \quad (3)$$

S l'_A i l'_B su, redom, označene duljine dijelova A i B od kojih je sastavljen štap C (na temperaturi 100°C).

U ovaj izraz treba uvrstiti (2) čime se dobije

$$\Delta l_{AB} = \Delta l_B \frac{l_{B0}}{l_0} + \Delta l_A \frac{l_{A0}}{l_0} \quad [2 \text{ boda}] \quad (4)$$

Također, vrijedi

$$l_0 = l_{A0} + l_{B0} \quad [1 \text{ bod}] \quad (5)$$

Ovo je sustav dvije jednačbe s dvije nepoznanice (l_{A0} i l_{B0}) koji, kad se riješi, daje

$$\begin{aligned} l_{A0} &= \boxed{23 \text{ cm}} \\ l_{B0} &= \boxed{7 \text{ cm}} \end{aligned} \quad [3 \text{ boda}] \quad (6)$$

2. zadatak

U ravnotežnom stanju mora biti ukupna sila na klip jednaka nuli. Sile na klip u vertikalnom smjeru (smjer g) su

$$P_B A_B + m_{\text{KLIP}} g + P_0 (A_A - A_B) = P_A A_A \quad [5 \text{ bodova}] \quad (7)$$

gdje su površine poprečnih presjeka šireg i užeg dijela klipa, redom,

$$\begin{aligned} A_A &= \frac{\pi}{4} \cdot 0.1^2 \approx 0.00785 \text{ m}^2 \\ A_B &= \frac{\pi}{4} \cdot 0.025^2 \approx 0.000491 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad [2 \text{ boda}] \quad (8)$$

Lako se dobije

$$P_B = \frac{P_A A_A - m_{\text{KLIP}} g - P_0 (A_A - A_B)}{A_B} \approx \boxed{6 \text{ MPa}} \quad [3 \text{ boda}] \quad (9)$$

3. zadatak

Početni volumen je

$$V_p = \pi \left(\frac{2.50 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{2} \right)^2 \cdot 0.5 \text{ m} \approx 2.45 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \quad [1 \text{ bod}] \quad (10)$$

Količina zraka u cilindru je

$$n = \frac{P_p V_p}{RT_p} \approx 9.96 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \quad [1 \text{ bod}] \quad (11)$$

gdje je $P_p = 101.3 \text{ kPa}$, $T_p = 300.15 \text{ K}$. Konačni tlak (nakon adijabatske kompresije) je

$$P_k = 101.3 \text{ kPa} + 800 \text{ kPa} = 901.3 \text{ kPa} \quad [1 \text{ bod}] \quad (12)$$

a) Proces je adijabatski, pa je ($\gamma = 7/5$)

$$P_p V_p^\gamma = P_k V_k^\gamma \Rightarrow V_k = V_p \left(P_p / P_k \right)^{1/\gamma} \approx \boxed{5.14 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3} \quad [2 \text{ boda}] \quad (13)$$

b) Konačna temperatura je dana s

$$T_k = T_p \left(\frac{P_p}{P_k} \right)^{\frac{1}{\gamma} - 1} \approx \boxed{560 \text{ K}} \quad [2 \text{ boda}] \quad (14)$$

c) Rad koji se obavi nad plinom tijekom kompresije je jednak promjeni unutrašnje energije zraka (proces je adijabatski tj. $\Delta Q = 0$, $\Delta T = 560 \text{ K} - 300.15 \text{ K} = 259.85 \text{ K}$)

$$\Delta U = n C_V \Delta T \approx \boxed{53.8 \text{ J}} \quad (15)$$

Sad se pretpostavi da se zbog razlike temperatura toplina preda jednom dijelu unutrašnje stijenke (dok se zrak drži na konstantnom volumenu). Vanjski promjer pumpe je $25 \text{ mm} + 2 \text{ mm} + 2 \text{ mm} = 29 \text{ mm}$, pa je volumen stijenke

$$\pi \left[(14.5 \cdot 10^{-3})^2 - (12.5 \cdot 10^{-3})^2 \right] \cdot 4 \cdot 10^{-2} = 6.79 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \quad (\text{razlika volumena cilindra promjera}$$

29 mm i 25 mm , jednakih visina) odnosno masa je $\rho V = 7.86 \cdot 10^3 \cdot 6.79 \cdot 10^{-6} \approx 53.4 \text{ g}$.

Prema zakonu o očuvanju energije – ukupni proces

$$\Delta U = n C_V \Delta T_2 + mc \Delta T_2 = 9.97 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.314 (T_{k2} - 300.15 \text{ K}) + 53.4 \cdot 10^{-3} \cdot 448 (T_{k2} - 300.15 \text{ K}) \quad (16)$$

(gdje je s ΔT_2 označena promjena temperature stijenke zbog predaje topline) [2 boda] slijedi

$$T_{k2} - 300.15 \text{ K} \approx \boxed{2.24 \text{ K}} \quad [1 \text{ bod}] \quad (17)$$

NAPOMENA:

Zakon o očuvanju energije se može napisati i ovako (predaja topline od toplog zraka stijenci)

$$(560 - T_{k2}) \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.314 \cdot 9.96 \cdot 10^{-3} = 448 \cdot (T_{k2} - 300.15) \cdot 53.4 \cdot 10^{-3} \quad (18)$$

što vodi na (17).

4. zadatak

Označimo s P_1, V_1, T_1 , P_2, V_2, T_2 , P_3, V_3, T_3 i P_4, V_4, T_4 tlakove, volumene i temperature u pojedinim dijelovima cilindra (redom slijeva nadesno) nakon uspostavljanja stacionarnog stanja. Očito, stacionarno stanje se uspostavlja kad je

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P \quad [2 \text{ boda}] \quad (19)$$

Ukupni volumen je ostao isti tj.

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = V_1' + V_2' + V_3' + V_4' = \text{konst.} \quad [2 \text{ boda}] \quad (20)$$

Količina plina u pojedinim dijelovima je nepromijenjena odnosno (prema jednadžbi stanja idealnog plina)

$$n_1 = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = \frac{P V_1'}{RT_2} \Rightarrow V_1' = \frac{T_2}{T_1} \frac{P_1}{P} V_1 \quad [2 \text{ boda}] \quad (21)$$

i analogno za V_2' , V_3' i V_4' . Ovo se uvrsti u (20) i izračuna P'

$$P' = \frac{T_2}{T_1} \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2 + P_3 V_3 + P_4 V_4}{V_1 + V_2 + V_3 + V_4} \quad [2 \text{ boda}] \quad (22)$$

Uvrštavanjem (22) u (21) dobiju se volumeni pripadajućih dijelova

$$V_1' = \frac{P_1 V_1 (V_1 + V_2 + V_3 + V_4)}{P_1 V_1 + P_2 V_2 + P_3 V_3 + P_4 V_4} \quad (23)$$

i analogno za V_2' , V_3' i V_4' [2 boda].

5. zadatak

Označimo s $m = 290 \text{ kg}$ masu tereta. Prema Arhimedovom zakonu mora biti

$$F_u = mg + \rho' V g \quad [2 \text{ boda}] \quad (24)$$

gdje je ρ' gustoća toplog zraka, a V volumen balona. Vrijedi $F_u = \rho V g$ [2 boda] (težina istisnutog zraka na temperaturi 15°C , gdje je ρ gustoća zraka na 15°C). Iz (24) se dobije $\rho' = \rho - m/V$ [1 bod]. Prema jednadžbi stanja idealnog plina $PV = nRT = m_{\text{zrak}} RT / M_{\text{zrak}}$ [1 bod] (M_{zrak} je molarna masa zraka) slijedi

$$\rho = \frac{m_{\text{zrak}}}{V_{\text{zrak}}} = \frac{PM_{\text{zrak}}}{RT} \quad (25)$$

P , M i R su konstante, pa je i umnožak $\rho T = \text{konst.}$ [2 boda]. Drugim riječima, gustoća je obrnuto proporcionalna temperaturi pa je tražena temperatura

$$T' = T \frac{\rho}{\rho'} = T \left(1 - \frac{m}{\rho V} \right)^{-1} = \boxed{545 \text{ K}} = \boxed{272^\circ\text{C}} \quad [2 \text{ boda}] \quad (26)$$