

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole – 2. grupa

1. zadatak (19 bodova)

Cilindrična posuda visine 1 m i poprečnog presjeka dna 500 cm^2 napunjena je vodom. Na njenom dnu napravljen je malen otvor površine 0.5 cm^2 .

- a) Koliko je vremena potrebno da se posuda posve isprazni?
- b) Do koje će se visine spustiti nivo vode nakon prvih 40 sekundi pražnjenja?
- c) Ista takva posuda stavljena je u lift koji se najprije 20 s ubrzava prema gore akceleracijom od 4 m/s^2 , a zatim usporava 20 s deceleracijom od -4 m/s^2 . Do koje visine će se spustiti nivo vode nakon tih 40 sekundi?

Viskoznost vode zanemarite.

2. zadatak (17 bodova)

Najjednostavniji model Sunca (mase $M = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ i polumjera $R = 7 \cdot 10^5 \text{ km}$) prepostavlja da njegova gustoća raste linearno od minimalne na površini ($\rho_{\min} = 0 \text{ kg/m}^3$) do maksimalne u njegovu središtu (ρ_{\max}). Ukupna masa Sunca od njegova središta do udaljenosti r od njegova središta u ovom se modelu računa iz:

$$M(r) = \frac{4\pi}{3} \rho_{\max} r^3 \left(1 - \frac{3r}{4R}\right).$$

- a) Iz zadanih veličina (M i R) izračunajte ρ_{\max} u ovom modelu.
- b) Promotrite dio volumena Sunca oko polovice njegovog polumjera, između $r_1 = 3.50 \cdot 10^5 \text{ km}$ i $r_2 = 3.51 \cdot 10^5 \text{ km}$ od središta Sunca. Prepostavite da je za promatrani volumen promjena polumjera dovoljno malena da je gustoća konstantna. Kolika je razlika tlakova između točaka r_1 i r_2 ? Prepostavite nadalje da je razlika tlakova jednaka izračunatoj vrijednosti za svaki $\Delta r = 10^3 \text{ km}$ i izračunajte tlak u središtu Sunca (ovo je vrlo loša aproksimacija pa je rezultat samo grubo točan).
- c) Prepostavite da je materija od koje je građeno Sunce idealni plin i koristeći izračunati tlak odredite temperaturu u Sunčevu središtu. Sunce se sastoji od približno 74% vodika, 25% helija i 1% kisika (dani su maseni postoci).

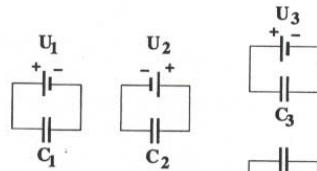
3. zadatak (17 bodova)

Između ploča ravnog kondenzatora (koje imaju površinu $S = 100 \text{ cm}^2$) nalazi se izolator čija je relativna permitivnost jednaka $\epsilon_r = 3$. Na temperaturi $t_1 = 15^\circ\text{C}$ kapacitet kondenzatora je $10 \mu\text{F}$, a površine ploča i izolatora su posve jednake, pa izolator potpuno popunjava prostor između ploča. Koliki će biti kapacitet ovog kondenzatora na temperaturi $t_2 = 30^\circ\text{C}$ ako su koeficijenti linearног toplinskog rastezanja za ploču $\alpha_p = 2 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, a za izolator $\alpha_i = 8 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$. Prepostavite da se relativna permitivnost izolatora ne mijenja s temperaturom. Nadalje, udaljenost među pločama je fiksirana pa se također ne mijenja s temperaturom (tj. izolator se ne može širiti u smjeru okomitom na ploče kondenzatora).

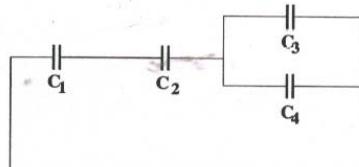
DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

4. zadatak (17 bodova)

Četiri su kondenzatora ($C_1 = 4 \mu\text{F}$, $C_2 = 3 \mu\text{F}$, $C_3 = 2 \mu\text{F}$, $C_4 = 1 \mu\text{F}$) spojena na četiri istosmjerna izvora ($U_1 = 50 \text{ V}$, $U_2 = 60 \text{ V}$, $U_3 = 70 \text{ V}$, $U_4 = 80 \text{ V}$) kao na slici A (obratite pažnju na polaritet svakog od izvora). Potom su odspojeni od izvora i (bez pomicanja i okretanja) spojeni kao na slici B. Izračunajte ravnotežni naboј i napon na svakom od kondenzatora na slici B. Koliki je ukupan naboј protekao kroz točku T pri prespajanju kondenzatora sa sheme A na B?



A)



B)

T

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole – 2. grupa

Rješenja

1. zadatak (19 bodova)

Primjenom Bernullijevog teorema na gornju površinu vode (v , h) i otvor na dnu posude kroz koji teče voda (v' , $h'=0$) dobivamo:

$$\frac{v^2}{2} + gh = \frac{v'^2}{2} + g0 \quad (1 \text{ bod})$$

Zbog velikog omjera površina, brzina v je zanemarivo malena naspram v' , pa dobivamo:

$$v'^2 = 2gh$$
$$v' = \sqrt{2gh} \quad (1 \text{ bod})$$

Iz jednadžbe kontinuiteta dobivamo:

$$S'v' = Sv$$
$$v = \frac{S'v'}{S} = \frac{S'}{S} \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \left(\frac{S'}{S} \right)^2 gh} \quad (2 \text{ boda})$$

Visina h vode u posudi pada brzinom v danom gornjim izrazom – riječ je o jednolikom usporenom gibanju nivoa vode deceleracijom koja je jednaka $a=g(S'/S)^2$ **(2 bod).**

a) Ukupno vrijeme isticanja vode jednako je tada:

$$T = \sqrt{\frac{2h_0}{a}} = \sqrt{\frac{2h_0}{g} \frac{S}{S'}} = 451.5 \text{ s} \quad (4 \text{ boda})$$

b) Koristimo formule za jednoliko usporenog gibanja:

$$\Delta h = v_0 t - \frac{a}{2} t^2 \quad (1 \text{ bod})$$

Nakon 40 s gibanja deceleracijom:

$$a = g \left(\frac{S'}{S} \right)^2 = 9.81 \left(\frac{0.5}{500} \right)^2 = 0.98 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$$

i s početnom brzinom:

$$v_0 = \frac{S'}{S} \sqrt{2ah_0} = \frac{0.5}{500} \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 1} = 4.32 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

početna visina nivoa vode smanjiće se za:

$$\Delta h = v_0 t - \frac{a}{2} t^2 = 4.32 \cdot 10^{-3} \cdot 40 - \frac{0.98 \cdot 10^{-5}}{2} \cdot 40^2 = 165 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Nivo vode spustit će se do visine 0.835 m **(3 boda).**

c) Pri ubrzavanju prema gore „ g “ u dijelu zadatka a) treba zamijeniti s „ $g+A$ “, a pri usporavanju s „ $g-A$ “, gdje je $A=4 \text{ m/s}^2$. **(1 bod)**

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Nakon 20 s gibanja deceleracijom:

$$a_1 = (g + A) \left(\frac{S'}{S} \right)^2 = (9.81 + 4) \left(\frac{0.5}{500} \right)^2 = 1.38 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$$

početna brzina spuštanja nivoa vode:

$$v_{01} = \frac{S'}{S} \sqrt{2a_1 h_{01}} = \frac{0.5}{500} \sqrt{2 \cdot 13.81 \cdot 1} = 5.26 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

smanjiti će se za:

$$\Delta v = a_1 t = 1.38 \cdot 10^{-5} \cdot 20 = 2.76 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

a početna visina nivoa vode smanjiti će se za:

$$\Delta h_1 = v_{01} t - \frac{a_1}{2} t^2 = 5.26 \cdot 10^{-3} \cdot 20 - \frac{1.38 \cdot 10^{-5}}{2} \cdot 20^2 = 102.4 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad (\text{1 bod})$$

Slijedi 20 s gibanja deceleracijom:

$$a_2 = (g - A) \left(\frac{S'}{S} \right)^2 = (9.81 - 4) \left(\frac{0.5}{500} \right)^2 = 0.58 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$$

Početna visina nivoa vode za ovo gibanje je $h_{02} = (1 - 0.102)$ m, a početna brzina:

$$v_{02} = \frac{S'}{S} \sqrt{2a_2 h_{02}} = \frac{0.5}{500} \sqrt{2 \cdot 5.81 \cdot 0.898} = 3.23 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

Dobivamo:

$$\Delta h_2 = v_{02} t - \frac{a_2}{2} t^2 = 3.23 \cdot 10^{-3} \cdot 20 - \frac{0.58 \cdot 10^{-5}}{2} \cdot 20^2 = 63.4 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad (\text{1 bod})$$

Konačna visina nivoa vode nakon 20+20 s je $h_{\text{kon}} = h_{02} - \Delta h_2 = (1 - 0.102 - 0.063) = 0.835 \text{ m}$ (**2 boda**), u prvoj aproksimaciji jednak rezultatu pod b).

2. zadatak (17 bodova)

a) Kad se u izraz za $M(r)$ uvrsti $r=R$, dobiva se ukupna masa Sunca M :

$$M(R) = \frac{4\pi}{3} \rho_{\max} R^3 \left(1 - \frac{3R}{4R} \right) = \frac{\pi}{3} \rho_{\max} R^3 = M \quad (\text{1 bod})$$

iz čega se dobiva:

$$\rho_{\max} = \frac{3M}{\pi R^3} = 5.6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \quad (\text{2 boda})$$

b) Promotrimo volumen na slici; ako su sile u ravnoteži, mora vrijediti:

$$P(r_1)A = P(r_2)A + G \frac{M(r_1)\rho(r)A\Delta r}{r^2} \quad (\text{2 boda})$$

jer na promatrani volumen gravitacijski djeluje samo masa Sunca koja se nalazi do polumjera r_1 ; tu masu računamo iz izraza u zadatku:

$$M(r_1) = \frac{4\pi}{3} \rho_{\max} r_1^3 \left(1 - \frac{3r_1}{4R} \right) = 6.3 \cdot 10^{29} \text{ kg} \quad (\text{1 bod})$$

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

$$\rho(r) = \rho_{\max} \left(1 - \frac{r}{R}\right) = 2.8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \quad (\text{1 bod})$$

$$P(r_1) - P(r_2) = G \frac{M(r_1)\rho(r)\Delta r}{r^2} = 9.6 \cdot 10^{11} \text{ Pa} \quad (\text{1 bod})$$

Dakle, porast tlaka pri pomaku $\Delta r = 10^3$ km od površine Sunca prema njegovom središtu je $9.6 \cdot 10^{11}$ Pa. Pretpostavimo li da je porast tlaka isti za svakih $\Delta r = 10^3$ km, ukupan porast tlaka od površine (gdje je tlak jednak nuli) do središta Sunca je:

$$9.6 \cdot 10^{11} \text{ Pa} \cdot R / \Delta r = 9.6 \cdot 10^{11} \text{ Pa} \cdot 700 = 6.7 \cdot 10^{14} \text{ Pa} \quad (\text{2 boda})$$

(sofisticiraniji modeli predviđaju tlak u središtu Sunca od oko 10^{16} Pa).

c) Molarna masa plina koji se sastoji od 74% vodika, 25% helija i 1% kisika (po masi) je:

$$\mu = 0.74 \cdot 1 + 0.25 \cdot 4 + 0.01 \cdot 16 = 1.9 \text{ g/mol.} \quad (\text{1 bod})$$

Za idealni plin vrijedi:

$$PV = nRT \quad (\text{1 bod})$$

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \quad (\text{1 bod})$$

$$T = \frac{P\mu}{\rho R} \quad (\text{2 bod})$$

Uvrštavanjem vrijednosti za središte Sunca dobiva se:

$$T = \frac{P\mu}{\rho R} = \frac{6.7 \cdot 10^{14} \cdot 1.9 \cdot 10^{-3}}{5.6 \cdot 10^3 \cdot 8.314} = 2.7 \cdot 10^7 \text{ K} \quad (\text{2 boda})$$

Dobivena vrijednost je otprilike 2 puta veća od standardno prihvaćene temperature središta Sunca, no s obzirom na jednostavnost modela i zanemarivanje mnogih faktora (način prijenosa energije, promjena kemijskog sastava po dubini, ionizacija plazme, ...) rezultat je i više nego zadovoljavajući.

3. zadatak (17 bodova)

Kapacitet pločastog kondenzatora računamo iz izraza:

$$C(t_1) = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d} \quad (\text{2 boda})$$

Zagrijavanjem se i ploče kondenzatora i izolator među pločama šire (širenje u smjeru okomitom na ploče ne utječe na promjene kapaciteta). Materijal od kojeg su napravljene ploče kondenzatora ima veći koeficijent toplinskog rastezanja pa će se ploče kondenzatora raširiti više nego izolator među njima. Drugim riječima, veći dio prostora među pločama kondenzatora bit će ispunjen izolatorom, ali ne čitav – efektivno ćemo dobiti dva paralelno spojena kondenzatora (**4 boda**):

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

$$C_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S_i}{d} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S \cdot (1 + \alpha_i \Delta t)^2}{d} \quad (3 \text{ boda})$$

$$C_2 = \varepsilon_0 \frac{S_p - S_i}{d} = \varepsilon_0 \frac{S \cdot (1 + \alpha_p \Delta t)^2 - S \cdot (1 + \alpha_i \Delta t)^2}{d} \quad (3 \text{ boda})$$

Za paralelni spoj vrijedi:

$$C_{\text{ukupno}} = C_1 + C_2 \quad (1 \text{ bod})$$

pa se dobiva:

$$C(t_2) = \varepsilon_0 \frac{S}{d} \left[(1 + \alpha_p \Delta t)^2 + (1 + \alpha_i \Delta t)^2 (\varepsilon_r - 1) \right]$$

$$C(t_2) = \frac{C(t_1)}{\varepsilon_r} \left[(1 + \alpha_p \Delta t)^2 + (1 + \alpha_i \Delta t)^2 (\varepsilon_r - 1) \right] =$$

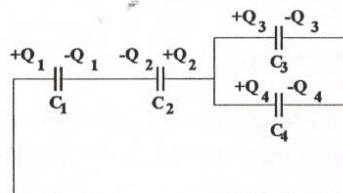
$$= \frac{10 \mu F}{3} \left[(1 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 15)^2 + (1 + 8 \cdot 10^{-5} \cdot 15)^2 (3 - 1) \right] =$$

$$= 10.036 \mu F \quad (4 \text{ boda})$$

4. zadatak (17 bodova)

Iz izraza $Q=CU$ računa se naboj induciran na pločama svakog od kondenzatora:

$$Q_1 = 200 \mu C, Q_2 = 180 \mu C, Q_3 = 140 \mu C, Q_4 = 80 \mu C. \quad (1 \text{ bod})$$



Nakon prespajanja, ukupan pad napona u krugu mora biti jednak nula (jer nema izvora):

$$U'_1 - U'_2 + U'_3 = 0 \quad (\text{ili } U'_1 - U'_2 + U'_4 = 0) \quad (3 \text{ boda})$$

Drugi kondenzator je nabijen s obrnutim polaritetom od ostalih pa zato u gornji izraz ulazi s negativnim naponom (**2 boda**). Upotrebom izraza $U=Q/C$ dobiva se:

$$\frac{Q'_1}{C_1} - \frac{Q'_2}{C_2} + \frac{Q'_3}{C_3} = 0 \quad (2 \text{ bod})$$

odnosno:

$$\frac{Q'_1}{4} - \frac{Q'_2}{3} + \frac{Q'_3}{2} = 0$$

$$3Q'_1 - 4Q'_2 + 6Q'_3 = 0 \quad (1 \text{ bod})$$

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Nadalje, suma naboja u čvorovima „X“, „Y“ i „Z“ mora biti ista prije i poslije spajanja (zakon sačuvanja naboja):

$$-\dot{Q_1} - \dot{Q_2} = -\dot{Q_1} - \dot{Q_2} = -380 \mu C \quad (1 \text{ bod})$$

$$\dot{Q_2} + \dot{Q_3} + \dot{Q_4} = \dot{Q_2} + \dot{Q_3} + \dot{Q_4} = 400 \mu C \quad (1 \text{ bod})$$

(jednadžba za čvor „Z“ ne bi donijela ništa novo jer je linearna kombinacija gornje dvije). Konačno, četvrta jednadžba se dobiva zahtijevajući da su padovi napona na kondenzatorima „3“ i „4“ jednaki:

$$\frac{\dot{Q_3}}{C_3} = \frac{\dot{Q_4}}{C_4} \quad (1 \text{ bod})$$

Iz ove posljednje odmah možemo izraziti $\dot{Q_4}$:

$$\dot{Q_4} = \frac{\dot{Q_3}}{2}$$

Druga od gornjih jednadžbi sada postaje:

$$\dot{Q_2} + \frac{3}{2}\dot{Q_3} = 400 \mu C$$

odnosno:

$$2\dot{Q_2} + 3\dot{Q_3} = 800 \mu C$$

Uvrsti li se:

$$\dot{Q_1} = 380 \mu C - \dot{Q_2}$$

U:

$$3\dot{Q_1} - 4\dot{Q_2} + 6\dot{Q_3} = 0$$

dobiva se:

$$-7\dot{Q_2} + 6\dot{Q_3} = -1140$$

a ova jednadžba u kombinaciji s:

$$2\dot{Q_2} + 3\dot{Q_3} = 800 \mu C$$

daje:

$$\dot{Q_2} = 249.1 \mu C$$

$$\dot{Q_1} = 130.9 \mu C$$

$$\dot{Q_3} = 100.6 \mu C$$

$$\dot{Q_4} = 50.3 \mu C$$

(2 boda)

Odgovarajući naponi su:

$$U_1 = 32.7 V$$

$$U_2 = 83.0 V$$

$$U_3 = 50.3 V$$

$$U_4 = 50.3 V$$

(2 boda)

Kroz točku „T“ proteklo je $69.1 \mu C$. **(1 bod)**

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole – 2. grupa

Eksperimentalni zadatak

AKCELERACIJA SLOBODNOG PADA (g)

Zadatak

- Odrediti akceleraciju slobodnog pada g uz prepostavku da je poznat atmosferski tlak i da je normiran (101325 Pa)

Pribor

- Staklena U-cijev učvršćena na drvenu daščicu sa mjernom skalom od milimetarskog papira
- Čaša s vodom
- Injekcijska šprica

U sklopu zadatka treba:

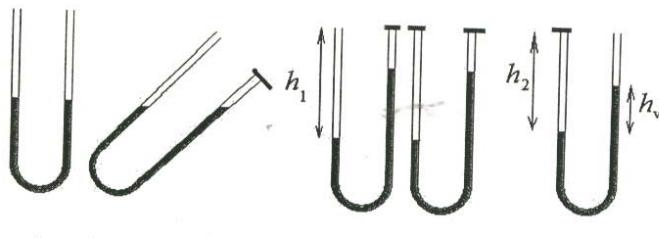
- Objasniti fizikalne osnove za rješenje zadatka i opisati precizno uz skice koje veličine i kako ćeš mjeriti (14 bodova)
 - Napraviti najmanje 10 mjerena i podatke prikazati tabelarno (11 bodova)
 - Provesti račun pogreške (5 bodova)
- Ukupno eksperimentalni zadatak 30 bodova

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole – 2. grupa

Rješenje eksperimentalnog zadatka

Najprije natočimo vodu u U-cijev tako da u oba kraka nivoi budu otprilike do polovine (sl.a). Nakon toga nagnemo U-cijev (sl. b) npr. na desnu stranu tako da više vode bude u desnom kraku U-cijevi i tada prstom začepimo desni krak. Sada U-cijev vratimo u vertikalni položaj, držeći začepljeni desni krak, te očitamo duljinu stupca zraka h_1 u lijevom kraku (sl. c), u kojem je tlak zraka jednak atmosferskom tlaku $p_1 = p_a$. Zatim, prstom druge ruke, začepimo i lijevi krak U-cijevi (sl. d), a tek nakon što je lijevi krak začepljjen, otvorimo desni krak (sl. e) te sada opet očitamo duljinu stupca zraka h_2 u lijevom kraku i razliku nivoa vode h_v u krakovima, držeći lijevi krak zatvoren. Sada je tlak tog stupca zraka duljine h_2 jednak zbroju atmosferskog tlaka i hidrostatskog tlaka stupca vode duljine h_v ($p_2 = p_a + \rho_v gh_v$).



(7 bodova)

Budući da se u opisanom postupku dogodila izotermna promjena stanja stanja stupca zraka u lijevom kraku U-cijevi, možemo pisati:

$$p_1 h_1 = p_2 h_2 \quad \text{tj.} \quad p_a h_1 = (p_a + \rho_v gh_v) h_2.$$

Iz zadnjeg izraza sređivanjem se dobije:

$$g = \frac{p_a (h_1 - h_2)}{\rho_v h_v h_2}.$$

(7 bodova)

Napraviti najmanje 10 mjerena, izračunati g i podatke prikazati tabelarno:

Br. mjerena	h_1 (m)	h_2 (m)	h_v (m)	g (m/s^2)	Δg (m/s^2)
1.					
2.					
.					

(11 bodova)

(5 bodova)

Račun pogreške.