

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole – 3. grupa

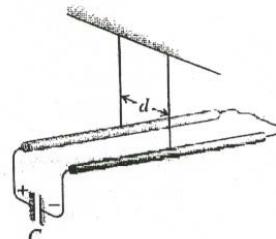
1. zadatak (18 bodova)

U oscilirajućem strujnom krugu koji se sastoji od pločastog kondenzatora i zavojnice zanemarivog omskog otpora, dolazi do oscilacija energije W . Ploče kondenzatora polako se razdvajaju sve dok se frekvencija oscilacija ne udvostruči. Koliki rad je učinjen u ovom procesu? (Upita: koristite srednju vrijednost sile. Srednja vrijednost funkcije $(\cos^2 x)$ je

$$\frac{1}{2}.$$

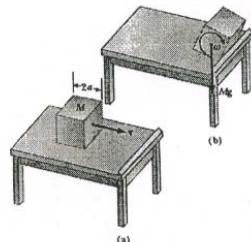
2. zadatak (17 bodova)

Dvije dugačke, ravne vodljive žice s masom po jedinici dužine λ obješene su i pričvršćene tako da stoje horizontalno, međusobno paralelne i udaljene jedna od druge za d . Stražnji krajevi žica povezani su savitljivom žicom malenog otpora. Nabijeni kondenzator kapaciteta C dodan je sustavu; pozitivna ploča kondenzatora (početnog naboja $+Q_0$) spojena na prednji kraj jedne od žica, a negativna ploča kondenzatora (početnog naboja $-Q_0$) spojena je na prednji kraj druge žice (vidi sliku). Ovi spojevi također su izvedeni savitljivim žicama slabe vodljivosti. Kada je spoj ostvaren, žice se međusobno udaljavaju zbog odbojne sile koja djeluje među njima, i svaka žica ima početnu brzinu v_0 . Pretpostavi da je vrijeme koje je potrebno kondenzatoru da se izbjge zanemarivo u usporedbi s vremenom potrebnim žicama da učinc značajniji pomak. Otpor ukupnog kruga je R . a) Odredi početnu brzinu v_0 . b) Numerički odredi v_0 u slučaju kada je $\lambda = 4.5 \times 10^{-3}$ kg/m, $d = 3$ cm, $C = 2.5 \mu\text{F}$, $R = 0.048 \Omega$, i kondenzator je početno bio nabijen spajanjem na izvor napona 3 kV. c) Do koje visine će se dići žice zbog uspostavljanja ovakvog kruga?



3. zadatak (18 bodova)

Malena djevojčica Marlena igra se s „Lego“ kockom. Kocka se giba po površini stola konstantnom brzinom v . Brid kocke je 20 cm, a masa je 2 kg. Trenje je zanemarivo. Na kraju stola sudara se s malenom preprekom i zbog toga se nakrivilje (slika). Odredi najmanju brzinu v za koju će kocka pasti sa stola. Moment trenosti kocke oko osi koja je paralelna s jednom od njenih stranica je $8ma^2/3$, gdje je m masa kocke, a a je polovica njenog brida. (Upita: na rubu stola kocka se neelastično sudara s preprekom.)



4. zadatak (17 bodova)

Kada se dva vodikova atoma mase m spajaju da bi stvorili dvoatomnu molekulu vodika (H_2), potencijalna energija sustava nakon njihovog spajanja je $-\Delta$, gdje je Δ pozitivna veličina koja se naziva *energija vezanja* molekule. a) Da li je moguće u sudaru koji uključuje dva atoma vodika stvoriti molekulu H_2 (toplinski gubici su zanemarivi)? b) Pretpostavi da dolazi do sudara 3 atoma vodika, koji se gibaju brzinom 1×10^3 m/s i pod međusobnim kutovima od 120° , tako da u svakom trenutku leže na vrhovima jednakostaničnog trokuta. Izračunaj brzinu molekule vodika (H_2) i atoma vodika koji ostaje nakon sudara. Energija vezanja molekule H_2 je $\Delta = 7.23 \times 10^{-19}$ J, a masa atoma vodika je 1.67×10^{-27} kg.

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole – 3. grupa
Rješenja

1. zadatak (18 bodova)

Naboj na kondenzatoru mijenja se na sljedeći način: $q = q_m \cos \omega t$, [1 bod]

gdje je $\omega^2 = \frac{1}{LC}$, a C je trenutni kapacitet kondenzatora (S je površina ploča),

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{y}. \quad [2 boda]$$

y je udaljenost među pločama. Budući da se frekvencija oscilacija povećala η puta, vrijednost ω^2 mijenja se η^2 puta. Budući da je $\omega^2 = \frac{y}{\epsilon_0 S L}$, tako se i udaljenost među pločama mijenja s y_0 na $\eta^2 y_0$. [2 boda]

Napon na kondenzatoru je: $V = \frac{q_m}{C} \cos \omega t = \frac{y q_m}{\epsilon_0 S} \cos \omega t$. [2 boda]

Električno polje među pločama kondenzatora je: $E = \frac{q_m}{\epsilon_0 S} \cos \omega t$. [2 boda]

Tada je sila na ploče kondenzatora: $F = \frac{q_m^2}{\epsilon_0 S} \cos^2 \omega t$. [2 boda]

Budući da je sila uvijek pozitivna, a ploče se polako razdvajaju možemo uzeti prosječnu силу:

$$\bar{F} = \frac{q_m^2 y_0}{2 \epsilon_0 S}. \quad [2 boda]$$

Učinjeni rad je $A = \bar{F} (\eta^2 y_0 - y_0) = (\eta^2 - 1) \frac{q_m^2 y_0}{2 \epsilon_0 S}$. [2 boda]

$$\frac{q_m^2 y_0}{2 \epsilon_0 S} = \frac{q_m^2}{2 C_0} = W, \text{ početna energija.} \quad [2 boda]$$

Očito je da vrijedi $A = (\eta^2 - 1)W = 3W$. [1 bod]

2. zadatak (17 bodova)

a) Magnetska sila po jedinici dužine između dvije paralelne duge žice je:

$$\frac{F}{L} = IB = \frac{\mu_0}{2\pi d} I^2 =, \quad [2 boda]$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi d} \left(\frac{I_0}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{\mu_0}{4\pi d} \left(\frac{V}{R} \right)^2 = \quad [2 boda]$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi d} \left(\frac{Q_0}{RC} \right)^2 \quad [2 boda]$$

gdje je $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ efektivna vrijednost električne struje za kratko vrijeme izboja.

$$\frac{F}{L} = \frac{m}{L} a = \lambda a = \frac{\mu_0}{4\pi d} \left(\frac{Q_0}{RC} \right)^2 \Rightarrow a = \frac{\mu_0 Q_0^2}{4\pi \lambda d R^2 C^2}. \quad [3 boda]$$

$$v_0 = at = aRC = \frac{\mu_0 Q_0^2}{4\pi \lambda d RC}. \quad [3 boda]$$

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

b) $v_0 = \frac{\mu_0 (CV)^2}{4\pi\lambda dRC} = \frac{\mu_0 CV^2}{4\pi\lambda dR} = \frac{\mu_0 (2.5 \times 10^{-6})(3000)^2}{4\pi(4.5 \times 10^{-3})(0.03)(0.048)} = 0.347 \text{ m/s.}$ [2 boda]

c) Visina do koje se dići žice (u odnosu na početnu visinu):

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g} = 6.14 \times 10^{-3} \text{ m}$$
 [3 boda]

3. zadatak (18 bodova)

Kutna količina gibanja sačuvana je za vrijeme neelastičnog sudara, odnosno:

$$Mva = I\omega$$
 [3 boda]

$$\omega = \frac{Mva}{I} = \frac{3v}{8a}$$
 [2 boda]

Uvjet da bi kocka pala preko ruba stola je da njen centar mase dosegne svoju maksimalnu visinu dok kocka rotira, $h_{\max} = a\sqrt{2}$. [4 boda]

Koristeći zakon očuvanja energije:

$$\frac{1}{2}I\omega^2 = Mg(a\sqrt{2} - a),$$
 [3 boda]

$$\frac{1}{2}\left(\frac{8Ma^2}{3}\right)\left(\frac{3v}{8a}\right)^2 = Mg(a\sqrt{2} - a),$$
 [2 boda]

$$v^2 = \frac{16}{3}ga(\sqrt{2} - 1), \text{ i konačno,}$$
 [2 boda]

$$v = 4\left[\frac{ga}{3}(\sqrt{2} - 1)\right]^{1/2} = 1.47 \text{ m/s.}$$
 [2 boda]

4. zadatak (17 bodova)

- a. Smanjenje potencijalne energije ($\Delta < 0$) znači da se kinetička energija povećava. U sustavu centra mase dva vodikova atoma ukupni impuls je nužno nula, i nakon što se atomi spoje i imaju zajedničku brzinu ta brzina mora imati iznos nula, što je u kontradikciji s uvjetom da se kinetička energija povećava.
- b. Početni impuls je nula prije sudara, i mora biti nula nakon sudara. Označimo početnu brzinu s v_0 , konačnu brzinu vodikovog atoma s v , konačnu brzinu vodikove molekule s V , masu vodikovog atoma s m , i masu vodikove molekule s $2m$. Nakon sudara, dvije čestice moraju se gibati u suprotnim smjerovima, i to tako da se sačuva impuls $v = 2V$. Iz zakona očuvanja energije imamo:

$$\frac{1}{2}(2m)V^2 - \Delta + \frac{1}{2}mv^2 = 3\frac{1}{2}mv_0^2,$$
 [3 boda]

$$mV^2 - \Delta + 2mV^2 = \frac{3}{2}mv_0^2,$$
 [2 boda]

$$V^2 = \frac{v_0^2}{2} + \frac{\Delta}{3m},$$
 [2 boda]

iz čega proizlazi $V = 1.203 \times 10^4 \text{ m/s}$, a brzina vodikovog atoma je $v = 2.41 \times 10^4 \text{ m/s}$.

[3 boda]

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole – 3. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Određivanje mase žičanog okvira

Pribor:

Žičani okvir u obliku kocke
Zaporni sat (štoperica)
Stativ

Zadatak:

Pomoću zadanoj pribora odredite masu žičanog okvira.

Poznati podaci su :

- gustoća metala od kojeg je napravljena žica 8.9 g/cm^3
- promjer žice 1,4 mm

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole – 3. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Postupak i rješenje:

Tijelo postavimo tako da titra oko jednog brida kocke kao fizikalno njihalo. Otkloni li se tijelo iz ravnotežnog položaja nastaje moment sile teže M :

$$M = -m_t gr \sin \Theta ,$$

gdje su :

m_t -masa tijela ;

g – ubrzanje Zemljine sile teže ;

r -krak sile teže jednak polovici plošne dijagonale

$$(1) \quad r = \frac{d}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}; \quad a \text{ - duljina brida kocke}$$

Θ -kut otklona

U aproksimaciji malih amplituda vrijedi $\sin \Theta \approx \Theta$ i $M = -m_t gr \Theta$.

Predznak minus dolazi zbog toga što za pozitivni kut otklona M je negativan i nastoji vratiti tijelo u ravnotežni položaj .

Za period fizikalnog njihala vrijedi:

$$(2) \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{m_t gr}};$$

gdje je I moment tromosti oko osi koja prolazi kroz brid kocke (vidi sliku).
Pri određivanju I uzimamo u obzir :

$I_1 = 2 \times ma^2$ -moment tromosti dva paralelna bliža brida ,

$I_2 = m(a\sqrt{2})^2$ -moment tromosti najdaljeg paralelnog brida ,

$I_3 = 4 \times \frac{1}{3}ma^2$ -moment tromosti četiri bliža okomita brida ,

$I_4 = 4 \times \left(\frac{1}{12}ma^2 + mb^2\right)$ -moment tromosti četiri dalja okomita brida , gdje uzimamo u obzir

Steinerov teorem i $b^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$ i dalje slijedi

$$(3) \quad I = \frac{32}{3}ma^2; \quad \text{gdje je } m \text{ masa jednog brida kocke duljine } a.$$

Koristeći relacije (1) , (3) činjenicu da vrijedi $m_t = 12m$ dobivamo izraz za period

$$(2) \quad T = \frac{8\pi}{3} \sqrt{\frac{a}{g\sqrt{2}}}.$$

Mjereći period njihanja T možemo odrediti duljinu brida kocke a , jer iz (2) slijedi :

$$a = \frac{9\sqrt{2}gT^2}{64\pi^2}.$$

Poznavajući a i iz poznatih podataka za gustoću ρ i promjer žice $2R$ možemo odrediti masu tijela $m = R^2\pi 12a\rho$

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

