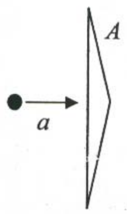
DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole - 4. grupa

1. **zadatak** (17 bodova)

Ljudi dobrog vida ne vide oštru sliku kad gledaju pod vodom ako ne nose masku za ronjenje. Zašto?
Promotrite oko kao jednostavan optički sustav koji se sastoji od prozirne unutrašnjosti indeksa loma 1,4. Lom svjetlosti događa se jedino pri ulasku svjetlosti u oko kroz rožnicu. Tjeme rožnice udaljeno je 2,6cm od mrežnice. Zakrivljenost rožnice je takva da se pri gledanju u zraku na mrežnici fokusira slika predmeta iz beskonačnosti. Koliki je polumjer zakrivljenosti rožnice? Kolika je žarišna daljina tanke leće (mjerena u zraku) koju treba staviti pred to oko u vodi bez maske za ronjenje da bi ono fokusiralo na rožnici sliku predmeta iz beskonačnosti koji je također u vodi? Tu leću indeksa loma 1,62 se stavi na udaljenost 2cm od tjemena oka i s njene obje strane je voda čiji je indeks loma 1,33.

2. **zadatak** (18 bodova)



Pomoću interferometra poznatog kao Fresnelova biprizma dobivaju se iz uskog svjetlosnog izvora svijetle i tamne pruge na zaslonu. Interferenciju se može promatrati kao posljedicu nastanka dva koherentna izvora. Skiciraj položaje tih virtualnih izvora!
Kut prizme A je vrlo malen i iznosi 5mrad. Udaljenost izvora od biprizme je a=20cm. Indeks loma stakla je n=1,5. Koliki je međusobni razmak virtualnih izvora?
Koliki je razmak svijetlih pruga zelene svjetlosti valne duljine 500nm na zaslonu udaljenom 3m od biprizme?
Izračunaj sveukupan broj svijetlih pruga na zaslonu!
Za vrlo malene kutove φ može se uzeti $\sin\varphi \approx \varphi$ i $\cos\varphi \approx 1$.

3. **zadatak** (17 bodova)

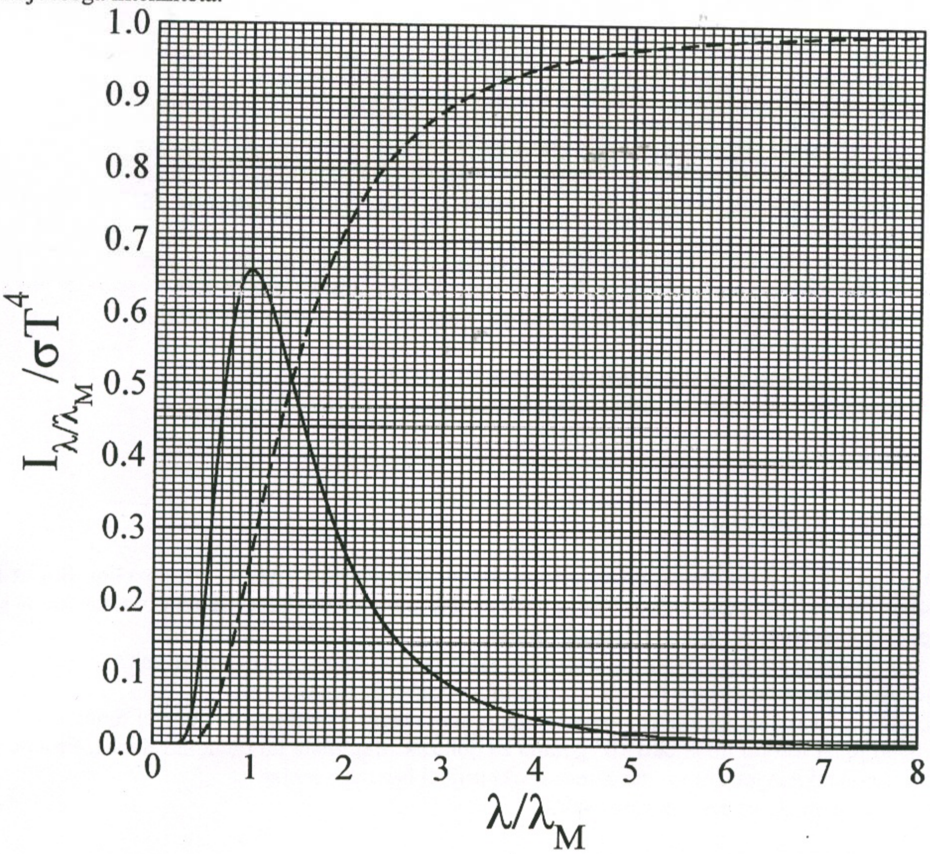
Fuzijom jezgara u središtu Sunca proizvode se fotoni energija oko 1MeV, a s površine Sunca k nama dolaze fotoni prosječne valne duljine 500nm. Na putu od središta prema površini foton se mnogo puta rasprši na elektronima (reda 10^{26} puta).
Može li se klasičnom fizikom objasniti promjenu valne duljine fotona pri raspršenjima?
Kolika je promjena valne duljine fotona u prosječnom događaju raspršenja?
Za koliki prosječan kut se putanja izlaznog fotona pritom skrene s obzirom na dolazni foton?
Ustanovljeno je da fotonu treba oko 10^6 godina za dolazak iz središta na površinu Sunca. Procijeni udaljenost koju zraka svjetlosti unutar Sunca može prijeći bez raspršenja!
Za male kutove φ može se uzeti $\cos\varphi = 1 - \varphi^2/2$.

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

4. **zadatak** (18 bodova)

Plavi divovi su zvijezde koje se nakon eksplozije pretvaraju u crne rupe. Temperatura površine tipičnoga plavog diva je 30000K. Vidljivi sjaj, t.j. snaga izračena u okolinu u području vidljive svjetlosti (valna duljina od 400nm do 700nm), mu je 100000 puta veći od vidljivog sjaja Sunca. Polumjer Sunca je $6{,}96\cdot10^{5}$km, a ono zrači ukupnu snagu $3{,}86\cdot10^{26}$W. Pretpostavite da plavi div i Sunce zrače kao crno tijelo.
Pri kojoj valnoj duljini plavi div zrači najveći intenzitet te zašto se zove "plavi"?
Kolika je temperatura površine Sunca i zašto ga ne možemo nazvati "plavim"?
Koliki je polumjer opisanoga plavog diva?
Je li ispravno govoriti da je vidljivi sjaj proporcionalan ukupnoj zračenoj snazi? Pokaži to na ovom primjeru!

Spektralna gustoća intenziteta zračenja I_{λ/λ_M} normirana na ukupni intenzitet (puna linija) i njen kumulativni integral (iscrtkana linija) u ovisnosti o valnoj duljini izraženoj preko valne duljine λ_M najvećega intenziteta:



Planckova konstanta $h=6{,}626\cdot10^{-34}$Js, brzina svjetlosti $c=3\cdot10^{8}$m/s, masa elektrona $m_e=9{,}11\cdot10^{-31}$kg, naboj elektrona $q_e=-e=-1{,}6\cdot10^{-19}$C, Wienova konstanta $C=0{,}0029$Km, Štefan-Boltzmann konstanta $\sigma=5{,}67\cdot10^{-8}$W/m^{2}K^4.

Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole - 4. grupa - rješenja zadataka

Zadatak 1 (17 bodova)

Indeks loma vode različit je od indeksa loma zraka pa se lom svjetlosti na sfernoj graničnoj plohi mijenja. Lom svjetlosti je slabiji kad je oko u vodi nego kad je u zraku pa se zrake pri gledanju pod vodom fokusiraju iza mrežnice. **(2 boda)**

Za sfernu graničnu plohu (rožnicu) polumjera zakrivljenosti R između medija indeksa loma n=1,4 i zraka vrijedi $\frac{1}{a}+\frac{n}{d}=\frac{n-1}{R}$, gdje je a udaljenost predmeta od rožnice, a d=2,6cm udaljenost od rožnice do slike, t.j. do mrežnice. **(2 boda)**

Uzimajući da je predmet u beskonačnosti, dobije se $R=d\frac{n}{n-1}=9{,}1\text{cm}$. **(2 boda)**

Kad je to oko u vodi indeksa loma n_v, slika predmeta udaljenog b od rožnice fokusirat će se na mrežnici ako je $\frac{n_v}{b}+\frac{n}{d}=\frac{n-n_v}{R}$.

(1 bod)

Odatle slijedi b=-2,5cm, gdje minus označava da predmet treba biti unutar oka. **(2 boda)**

To znači da korektivna leća treba proizvesti sliku na tom mjestu koje je udaljeno x'=2cm+2,5cm=4,5cm od nje. **(1 bod)**

Za leću u zraku vrijedilo bi $\frac{1}{x}+\frac{1}{x'}=\frac{1}{f}=(n_s-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$, gdje je n_s indeks loma stakla, a R_1 i R_2 su polumjeri zakrivljenosti stranica leće. **(2 boda)**

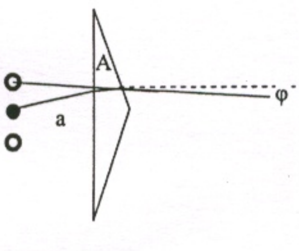
Na isti način, za tu leću u vodi vrijedi $\frac{n_v}{x}+\frac{n_v}{x'}=\frac{1}{f'}=(n_s-n_v)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$. **(2 boda)**

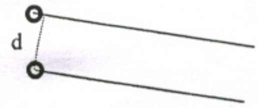
Iz te dvije jednadžbe i uz uvjet da je predmet u beskonačnosti slijedi $\frac{n_v}{x'}=(n_s-n_v)\cdot\frac{1}{f(n_s-1)}$.

(2boda)

To daje žarišnu daljinu leće mjerenu u zraku f=1,58cm. **(1 bod)**

Zadatak 2 (18 bodova)





Iz izvora zraka nailazi pod kutom α na prizmu, lomi se u staklu pod kutom β, nailazi na sljedeću graničnu plohu pod kutom γ te se lomi van u zrak pod kutom δ, sve mjereno s obzirom na okomice na graničnim plohama. Stoga možemo pisati $\sin\alpha=n\sin\beta$ i $n\sin\gamma=\sin\delta$. **(2 boda)**

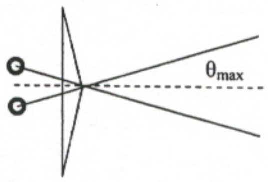
Uvjet kutova unutar trokuta daje $A=\beta+\gamma$, a kut skretanja je $\varphi=\delta-A$. Iz navedenih jednadžbi i uz uvjet da su svi kutovi mnogo manji od 1rad, dobije se $\varphi=A(n-1)$. **(2 boda)**

Svaki od virtualnih izvora otklonjen je za kut φ od horizontale tako da je udaljenost među izvorima $d=2a\varphi=2aA(n-1)=1\text{mm}$.

(2 boda + 1 za sliku)

Uvjet za konstruktivnu interferenciju zraka koje se šire iz dva virtualna izvora je $d\theta=k\lambda$, gdje je θ otklon od horizontale. **(2 boda)**

Položaj k-tog maksimuma na zaslonu udaljenom b od biprizme je $y_k = (a+b)\theta = \frac{(a+b)\lambda}{d}k$ pa je razmak susjednih maksimuma $y_k = \frac{(a+b)\lambda}{d} = 1{,}6\text{mm}$. **(4 boda)**



Broj vidljivih maksimuma određen je vrhom biprizme koji ograničava kut otklona na $\theta_{max} = \frac{d}{2a}$. **(2 boda)**

Kutni razmak među maksimumima je $\Delta\theta = \frac{\lambda}{d}$ pa je ukupan broj maksimuma $N = 2\cdot\frac{\theta_{max}}{\Delta\theta} = \frac{d^2}{a\lambda} = \frac{4aA^2(n-1)^2}{\lambda} = 10$. **(3 boda)**

Zadatak 3 (17 bodova)

Promjenu valne duljine pri raspršenju svjetlosti na elektronima ne može se objasniti klasičnom fizikom, već apsorpcijom fotona valne duljine λ te emisijom fotona valne duljine λ', dakle kvantnom fizikom. **(2 boda)**

Iz zakona očuvanja energije $pc + m_e c^2 = p'c + E$, gdje su p i p' količine gibanja fotona i E konačna energija elektrona, zatim zakona očuvanja količine gibanja $\vec{p} - \vec{p}' = \vec{P}$, gdje je P konačna količina gibanja elektrona, te uz jednakost $E^2 = m^2c^4 + P^2c^2$ i deBroglieve relacije $\lambda = \frac{h}{p}$ za foton slijedi jednadžba Comptonova raspršenja $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\varphi)$, gdje je φ kut pod kojim odleti izlazni foton s obzirom na smjer dolaznoga. **(2 boda)**

Nakon prvoga sudara je $\lambda_1 - \lambda_0 = \frac{h}{mc}(1-\cos\varphi_1)$, **(1 bod)**

gdje je $\lambda_0 = \frac{hc}{E_0}$, što uz E_0=1MeV iznosi $\lambda_0 = 1{,}242\cdot10^{-12}\text{m} \ll \lambda_N$. **(1 bod)**

Nakon drugoga sudara $\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{mc}(1-\cos\varphi_2)$

i tako dalje do N-toga $\lambda_N - \lambda_{N-1} = \frac{h}{mc}(1-\cos\varphi_N)$. **(2 boda)**

Zbrajanjem tih N jednadžbi slijedi $\lambda_N - \lambda_0 = N\frac{h}{mc} - \frac{h}{mc}\sum_{i=1}^{N}\cos\varphi_i$.

U ogromnom broju sudara energija fotona se postupno mijenja pa su kutovi φ maleni te vrijedi $\cos\varphi = 1 - \varphi^2/2$. Stoga je $\lambda_N - \lambda_0 = \frac{h}{2mc}\sum_{i=1}^{N}\varphi_i^{\,2} = \frac{Nh}{2mc}\overline{\varphi^2}$. **(2 boda)**

Prosječni kvadrat otklona je $\overline{\varphi^2} \approx \frac{2mc\lambda_N}{Nh} = 4{,}12\cdot10^{-21}$. **(1 bod)**

Promjena valne duljine u prosječnom sudaru je $\lambda_{i+1} - \lambda_i = \frac{h}{2mc}\varphi_i^2 = 5\cdot10^{-33}\text{nm}$. **(2 boda)**

Za prosječni otklon slijedi $\varphi_i = \sqrt{\frac{2mc(\lambda_{i+1}-\lambda_i)}{h}} = 3{,}7\cdot10^{-9\circ}$. **(1 bod)**

Prosječno vrijeme između dva sudara je $\tau = \frac{t}{N}$ gdje je t ukupno vrijeme putovanja fotona. **(1 bod)**

Stoga je srednji slobodni put fotona (zrake svjetlosti) $l = c\tau = \frac{ct}{N} = 0{,}095\text{mm}$. **(2 boda)**

Zadatak 4 (18 bodova)

Valna duljina pri kojoj plavi div zrači najvećim intenzitetom dobije se iz Wienova zakona $\lambda_{MD} = \frac{C}{T_D} = 96{,}7\text{nm}$, gdje je C Wienova konstanta, a T_D temperatura površine. **(1 bod)**

Zvijezda se naziva plavim divom zato jer je od vidljivog spektra najintenzivnije zastupljen plavi dio. **(1 bod)**

Kuglasto tijelo polumjera R temperature T zrači snagu $P = 4\pi R^2 \sigma T^4$, gdje je σ Štefan-Boltzmann konstanta. **(1 bod)**

Temperatura površine Sunca je $T_S = \sqrt[4]{\frac{P_S}{4\pi R_S^2 \sigma}} = 5784\text{K}$. **(1 bod)**

Valna duljina pri kojoj Sunce zrači najintenzivije je $\lambda_{MS} = \frac{C}{T_S} = 501\text{nm}$, što odgovara žutoj boji. **(2 boda)**

Ako je η udio intenziteta zračenja unutar vidljivog dijela spektra u ukupnom intenzitetu, onda prema uvjetu zadatka možemo pisati $P_D\eta_D = 100000 \cdot P_S\eta_S$. **(2 boda)**

Sa slike uz zadatak očitamo površinu ispod krivulje gustoće intenziteta s granicama od 400nm do 700nm. Za Sunce to odgovara od $0{,}8\lambda_{MS}$ do $1{,}4\,\lambda_{MS}$, a za plavi div od $4{,}14\,\lambda_{MD}$ do $7{,}24\,\lambda_{MD}$. Dobije se $\eta_S = 0{,}493 - 0{,}131 = 0{,}362$ i $\eta_D = 0{,}987 - 0{,}947 = 0{,}04$. **(5 bodova)**

Slijedi $R_D = R_S \left(\frac{T_S}{T_D}\right)^2 \cdot 10^{5/2} \cdot \left(\frac{\eta_S}{\eta_D}\right)^{1/2} = 35{,}4 \cdot R_S = 2{,}46 \cdot 10^{10}\text{m}$. **(3 boda)**

Vidljivi sjaj je $P_v = \eta P$, a budući da η ovisi o temperaturi s kojom se pomiče položaj λ_M s obzirom na granice vidljivog spektra, to vidljivi sjaj nije proporcionalan ukupnoj izračenoj snazi. **(2 boda)**

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole – 4. Grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Pribor:
- dva ravna zrcala
- predmet - pribadača
- stiroporni podložak
- papir s ucrtanim kutomjerom

Zadatak: Uporabom priloženih sredstava treba:

a) Odrediti broj slika predmeta mijenjajući kut α između dva zrcala i tablično prikazati tražene veličine ....10 bodova

b) grafički prikazati ovisnost kuta α i broja slika n, odrediti algebarski izraz za tu ovisnost..10 bodova

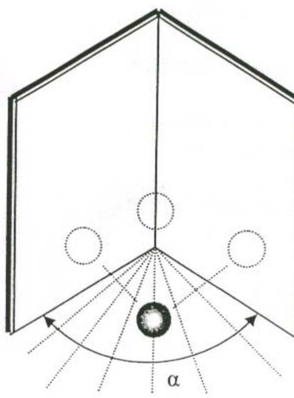
c) konstrukcijom prikazati broj slika predmeta u zrcalima koja su pod kutom $\alpha = 60°$..................................10 bodova

Ukupno: ....30 bodova

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole – 4. grupa
EKSPERIMENTALNI ZADATAK
Rješenje

) Postavljanjem zrcala na kutomjer i učvršćivanjem predmeta - pribadače između zrcala za svaki odabrani kut α rojanjem odredimo broj virtualnih slika n …………(8 bodova)

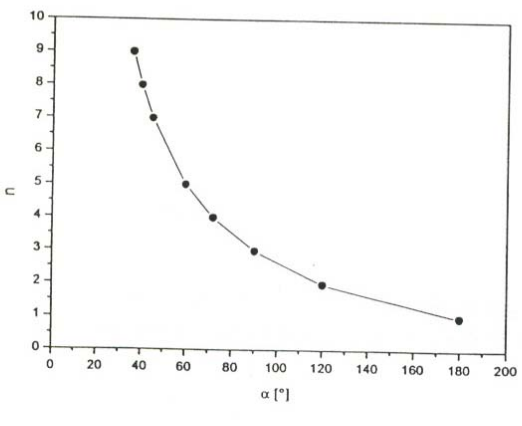


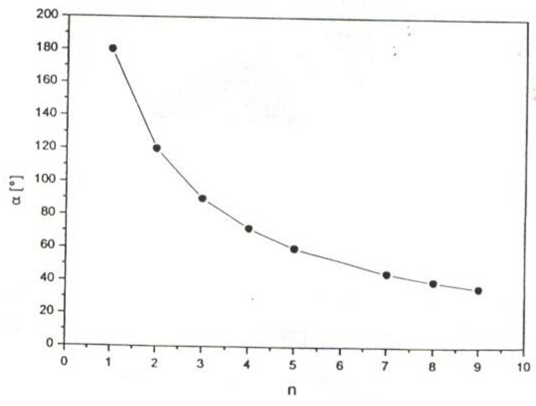
tablični prikaz:

α	180°	120°	90°	72°	60°	45°	40°	36°
n	1	2	3	4	5	7	8	9

(2 boda)

ili





(2 boda)

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Grafički prikaz pokazuje obrnutu proporcionalnost α i n, to znači da je umnožak tih veličina neka konstanta $\rightarrow$ $n \cdot \alpha = \text{konst.}$

Za $n = 1$, $\alpha = 180^\circ$ vrijedi $1 \cdot 180^\circ = 180^\circ$

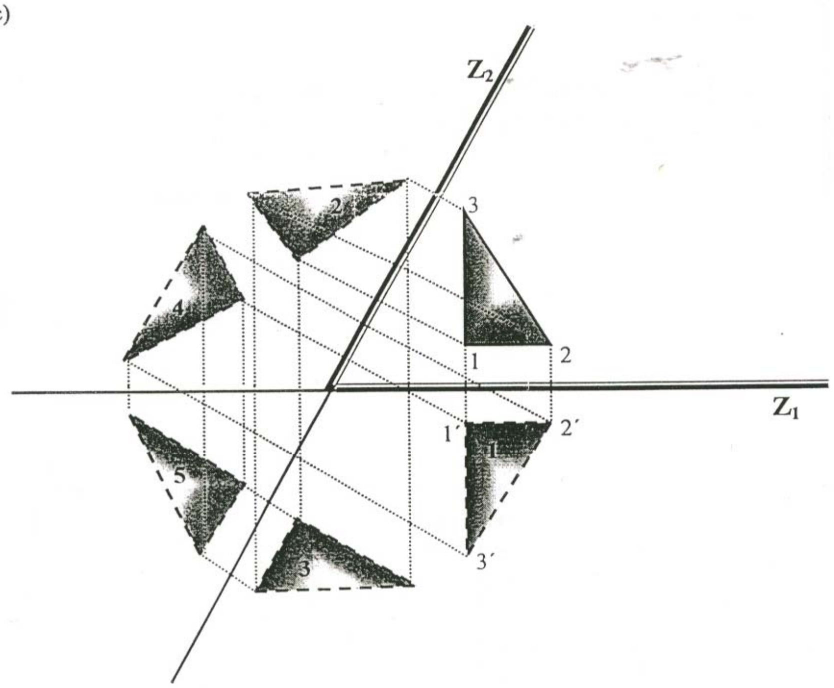
te je: $n = \frac{\pi}{\alpha}$, $\alpha = \frac{\pi}{n}$ ....(3 boda)

Kako za ostala mjerenja to ne vrijedi potrebno je konstatirati: virtualne slike, a i predmet leže na kružnici čije je središte u sjecištu oba zrcala te bi konstanta trebala biti $2\pi = 360^\circ \rightarrow n \cdot \alpha = 360^\circ$

$n = \frac{360^o}{\alpha}$ $\rightarrow$ ovaj izraz vrijedi ako slikama pribrojimo i predmet, ako želimo samo broj slika izraz je:

$n = \frac{360^o}{\alpha} - 1$ ....(5 bodova)

c)



(10 bodova)

Postupak kod preslikavanja u oba zrcala svodi se na ortogonalne projekcije tako da virtualne slike nastale u zrcalima Z_1 i Z_2 ponovno preslikamo $\rightarrow$ slike 1 i 2 preslikaju se u 3 i 4, a ove dvije virtualne slike preklope se u slici 5.