OPĆINSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 29.1.2008.
Srednje škole – 2. grupa

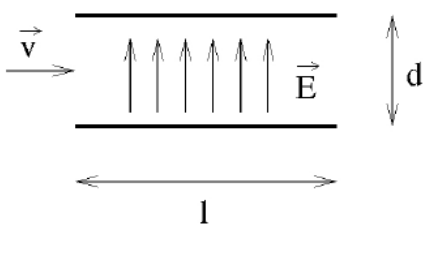
1. zadatak (9 bodova)
Učionica ima oblika kvadra dimenzija 15m × 10m × 4m. Temperatura se u učionici u nekom trenutku povisi s t_1= 15 °C na t_2= 25 °C i pri tome se tlak zraka poveća s p_1= 1000 mbar na p_2= 1050 mbar. Kolika je promjena mase zraka u prostoriji (pod pretpostavkom da postoji cirkulacija zraka između učionice i okoline)? Molarnu masu zraka izračunajte znajući njegov sastav (po volumenu približno 79% N_2 i 21% O_2).

2. zadatak (12 bodova)
Velika cisterna za vodu (u obliku kvadra dimenzija 2m × 2m × 2m) napunjena je vodom do visine h_0= 0.5m. Na njezinom vertikalnom zidu napravljena su dva jednaka otvora presjeka 2 cm^2, na visinama h_1= 0.2m i h_2= 0.3m mjereno od horizontalne podloge.
a) Pokažite da mlazevi iz oba otvora udaraju u podlogu jednakim brzinama;
b) Ako se cisterna počne puniti konstantnim prilivom od 0.8 litre u sekundi, do koje će se maksimalne visine podići nivo vode?

3. zadatak (9 bodova)
U bakrenom kalorimetru mase 200 g nalazi se 50 g vode temperature 25 °C. Dodamo li u kalorimetar 25 g leda temperature -10 °C, kako će izgledati konačno stanje sistema? Specifični toplinski kapacitet vode je 4186 J kg^{-1} K^{-1}, leda 2093 J kg^{-1} K^{-1}, bakra 390 J kg^{-1} K^{-1}, a latentna toplina taljenja leda 3.35·10^5 J.

4. zadatak (10 bodova)
U blizini dva različita naboja Q_1 i Q_2 (koji su međusobno udaljeni za d), odredite položaj svih točaka u kojima je jakost ukupnog električnog polja jednaka nuli. Posebno diskutirajte slučaj naboja istog predznaka, a posebno slučaj raznoimenih naboja.

5. zadatak (10 bodova)
Elektron ulijeće brzinom v_0 okomito na homogeno električno polje (jakosti E= 2·10^4 V/m) na jednakoj udaljenosti od dvije otklonske ploče u katodnoj cijevi. Razmak među pločama je d= 0.05 m, a njihova duljina l= 0.1 m. Kolika mora biti minimalna brzina v_0 da se elektron ne bi zabio u jednu od otklonskih ploča? Masa elektrona je m_e= 9.11·10^{-31} kg, a naboj e= 1.6·10^{-19} C.



OPĆINSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 29.1.2008.

Srednje škole – 2. grupa

Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (9 bodova)

Molarna masa zraka je:

$$M = 0.79M(N_2) + 0.21(O_2) = 0.79 \cdot 2 \cdot 14 + 0.21 \cdot 2 \cdot 16 = 28.84 \text{ g/mol} \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Pretpostavljamo da je zrak idealan plin pa da vrijedi opća plinska jednadžba:

$$pV = nRT \quad \textbf{(1 bod)}$$

Volumen učionice je:

$$V = abc = 15 \cdot 10 \cdot 4 = 600 \text{ m}^3$$

Količinu zraka izražavamo iz:

$$n = \frac{m}{M} \quad \textbf{(1 bod)}$$

pa se u učionici nalazi masa zraka:

$$m = \frac{MV}{R}\frac{p}{T} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Promjena mase zraka u učionici je:

$$\Delta m = \frac{MV}{R}\left(\frac{p_2}{T_2} - \frac{p_1}{T_1}\right) =$$

$$= \frac{28.84\ g\ mol^{-1} \cdot 600\ m^3}{8.314\ J\ K^{-1} mol^{-1}}\left(\frac{105000\ Pa}{(273.15+25)K} - \frac{100000\ Pa}{(273.15+15)K}\right) = \qquad \textbf{(4 boda)}$$

$$= 10680\ g \approx 10.7\ kg$$

2. zadatak (12 bodova)

a) Primjenom Bernullijevog teorema na gornju površinu vode (v_0, h_0) i bilo koji od otvora kroz koji teče voda (v_i, h_i) dobivamo:

$$\frac{v_0^2}{2} + gh_0 = \frac{v_i^2}{2} + gh_i \quad \textbf{(1 bod)}$$

Zbog velikog omjera površina, brzina v_0 je zanemarivo malena, pa dobivamo:

$$v_i^2 = 2g(h_0 - h_i)$$

$$v_i = \sqrt{2g(h_0 - h_i)} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Dakle, brzine s kojim mlazevi izlijeću iz cisterne dane su s:

$$v_1 = \sqrt{2g(h_0 - h_1)}$$

$$v_2 = \sqrt{2g(h_0 - h_2)}$$

Iz zakona očuvanja energije slijedi za dio mase prvog mlaza □m:

$$\frac{\Delta m v_1^2}{2} + \Delta m g h_1 = \frac{\Delta m v_1'^2}{2}$$

$$v_1'^2 = v_1^2 + 2gh_1 = 2g(h_0 - h_1) + 2gh_1 = 2gh_0 \quad \textbf{(1 bod)}$$

Analogno, iz zakona očuvanja energije slijedi za element mase drugog mlaza □m:

$$\frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta m g h_2 = \frac{\Delta m v_2'^2}{2}$$

$$v_2'^2 = v_2^2 + 2gh_2 = 2g(h_0 - h_2) + 2gh_2 = 2gh_0 \quad \textbf{(1 bod)}$$

Dakle, brzine kojim mlazevi udaraju u podlogu su jednake (i odgovaraju brzini s kojom element mase udara u podlogu na kraju slobodnog pada s visine h_0) **(2 boda)**

b) U cisternu svake sekunde uđe 0.8 litara vode. Istovremeno, količina vode koja ističe iz posude ovisi o visini vode u posudi h_0 (jer brzina istjecanja raste s dubinom). Kada se količina vode koje ističe izjednači s prilivom, visina vode će biti maksimalna. **(2 boda)**

Tada vrijedi:

$$0.8\, l/s = 2\, cm^2 \cdot \left(\sqrt{2g(h_0 - h_1)} + \sqrt{2g(h_0 - h_2)}\right) \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$400\, cm/s = \sqrt{2g(h_0 - h_1)} + \sqrt{2g(h_0 - h_2)}$$

$$4\, m/s - \sqrt{2g(h_0 - h_1)} = \sqrt{2g(h_0 - h_2)}$$

$$(4\, m/s)^2 - 2\sqrt{2g(h_0 - h_1)}(4\, m/s) + 2g(h_0 - h_1) = 2g(h_0 - h_2)$$

$$16\, m^2/s^2 + 2g(h_2 - h_1) = 2\sqrt{2g(h_0 - h_1)}(4\, m/s)$$

$$17.96\, m^2/s^2 = 2\sqrt{2g(h_0 - h_1)}(2\, m/s)$$

$$4.49\, m/s = \sqrt{2g(h_0 - h_1)}$$

$$2g(h_0 - h_1) = 20.16\, m^2/s^2$$

$$h_0 - h_1 = 1.03\, m$$

$$h_0 = 1.23\, m \quad \textbf{(3 boda)}$$

Maksimalna visina vode bit će 1.23 m.

3. zadatak (9 bodova)

Toplina oslobođena pri hlađenju voda i kalorimetra na 0°C:

$$(m_k c_k + m_v c_v)\Delta t = (0.2 \cdot 390 + 0.05 \cdot 4186) \cdot 25\, J = 7182.5\, J \quad \textbf{(2 boda)}$$

Toplina potrebna za grijanje leda na 0°C:

$$m_l c_l \Delta t = 0.025 \cdot 2093 \cdot 10\, J = 523.3\, J \quad \textbf{(2 boda)}$$

Dakle, za topljenje leda ostaje nam toplina:

$$7182.5 - 523.3\, J = 6659.2\, J \quad \textbf{(1 boda)}$$

Masa leda koja se može odlediti tom toplinom je:

$$m = \frac{6659.2\, J}{3.35 \cdot 10^5\, J/kg} = 0.0199\, kg \approx 20\, g \quad \textbf{(2 boda)}$$

Dakle, u termičkoj ravnoteži ima ćemo 70 g vode i 5 g leda na temperaturi 0 °C. **(2 boda)**

4. zadatak (10 bodova)

OPĆINSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 29.1.2008.

Točke u kojima je jakost ukupnog električnog polja jednaka nuli moraju ležati na pravcu koji spaja dva naboja Q_1 i Q_2 jer u protivnom uvijek postoji komponenta polja okomita na taj pravac. **(2 boda)**
Ako su Q_1 i Q_2 istog predznaka, jedina takva točka nalazit će se između naboja Q_1 i Q_2 na udaljenosti r od Q_1 koju nalazimo iz:

$$k\frac{Q_1}{r^2}=k\frac{Q_2}{(d-r)^2} \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$(d-r)^2 Q_1 = Q_2 r^2$$

$$d^2-2rd+r^2=r^2 Q_2/Q_1$$

$$r^2(1-Q_2/Q_1)_1-2dr+d^2=0$$

$$r_{1,2}=\frac{2d\pm\sqrt{4d^2-4d^2(1-Q_2/Q_1)}}{2(1-Q_2/Q_1)}=\frac{2d\pm\sqrt{4d^2Q_2/Q_1}}{2(1-Q_2/Q_1)}=d\frac{1\pm\sqrt{Q_2/Q_1}}{1-Q_2/Q_1}$$

$$r_{1,2}=d\frac{Q_1\pm\sqrt{Q_2\cdot Q_1}}{Q_1-Q_2} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Pozitivan predznak u brojniku daje točku u kojoj su polja od naboja Q_1 i Q_2 ista po iznosu, ali i po smjeru (pa njihova suma nije 0); jedino rješenje je:

$$r_{1,2}=d\frac{Q_1-\sqrt{Q_2\cdot Q_1}}{Q_1-Q_2} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Ako su Q_1 i Q_2 različitog predznaka, imat ćemo jednu takvu točke: na pravcu koji spaja dva naboja, ali ne između njih, te bliže manjem naboju (recimo da je to Q_1):

$$k\frac{Q_1}{r^2}=k\frac{Q_2}{(d+r)^2} \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$(d+r)^2 Q_1 = Q_2 r^2$$

$$d^2+2rd+r^2=r^2 Q_2/Q_1$$

$$r^2(1-Q_2/Q_1)_1+2dr+d^2=0$$

$$r_{1,2}=\frac{-2d\pm\sqrt{4d^2-4d^2(1-Q_2/Q_1)}}{2(1-Q_2/Q_1)}=\frac{-2d\pm\sqrt{4d^2Q_2/Q_1}}{2(1-Q_2/Q_1)}=d\frac{-1\pm\sqrt{Q_2/Q_1}}{1-Q_2/Q_1}$$

$$r_{1,2}=d\frac{-Q_1\pm\sqrt{Q_2\cdot Q_1}}{Q_1-Q_2} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Pozitivan predznak u brojniku daje negativan r što je suprotno prepostavki rješenja; jedino rješenje je dakle:

$$r_{1,2}=d\frac{-Q_1-\sqrt{Q_2\cdot Q_1}}{Q_1-Q_2} \quad \textbf{(2 boda)}$$

5. zadatak (10 bodova)
Komponenta brzine elektrona okomita na silnice električnog polja ostaje konstantna u vremenu (i jednaka početnoj brzini elektrona); pomoću nje možemo odrediti vrijeme proleta elektrona duž otklonskih ploča:

OPĆINSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 29.1.2008.

$$t_p = \frac{l}{v_0} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Za to vrijeme elektron se giba jednoliko ubrzano u smjeru električnog polja s ubrzanjem:

$$a = \frac{Ee}{m_e} \quad \textbf{(2 boda)}$$

U vremenu t_p elektron će u smjeru električnog polja prevaliti put:

$$s = \frac{a}{2} t_p^2 = = \frac{Ee}{2m_e} \frac{l^2}{v_0^2} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Ako želimo da elektron ne udari u otklonsku ploču, mora vrijediti:

$$s < d \quad \textbf{(1 boda)}$$

Iz toga slijedi:

$$\frac{Ee}{2m_e} \frac{l^2}{v_0^2} < d$$

$$v_0^2 > \frac{Ee}{2m_e} \frac{l^2}{d}$$

$$v_0 > \sqrt{\frac{Ee}{2m_e} \frac{l^2}{d}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^4 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31}} \frac{0.1^2}{0.05}} = \sqrt{3.5 \cdot 10^{14}} = 1.87 \cdot 10^7 \ m/s \quad \textbf{(3 boda)}$$