

Srednje škole – 1. skupina

1. zadatak (11 bodova)

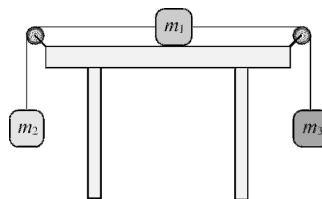
Tramvaj vozi između dvije stanice udaljene 600 m tako da polazi sa prve stanice iz mirovanja i ubrjava ubrzanjem 3 m/s^2 dok ne postigne određenu brzinu. Zatim vozi stalnom brzinom u trajanju $3/4$ ukupnog vremena vožnje između dviju stanica. Da bi se zaustavio na drugoj stanici, tramvaj koči i pritom usporava s 4 m/s^2 . Izračunajte ukupno vrijeme vožnje tramvaja.

2. zadatak (10 bodova)

Ivana vesla u čamcu na rijeci. Veslajući uzvodno, u određenom trenutku iz čamca joj ispadne plastična bočica. Nakon što je veslala 60 min i pritom prešla put od 2 km uzvodno, Ivana je primjetila da je ispustila bočicu te je odlučila vratiti se po nju. Ivana okreće čamac, vesla nizvodno i sustiže bočicu 5 km nizvodno od mjesta na kojem je okrenula čamac. Pretpostavite da Ivana uvijek vesla istom snagom te da se plastična bočica nakon pada u rijeku giba nošena riječnom strujom. Izračunajte brzinu rijeke i brzinu čamca u odnosu na vodu.

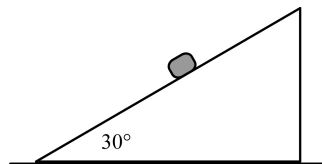
3. zadatak (9 bodova)

Tri tijela masa $m_1 = 1 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$ i $m_3 = 4 \text{ kg}$ povezana su nerastezljivim užetima zanemarive mase preko kolotura zanemarive mase na način kako je prikazano na slici. Koefficijent trenja između tijela mase m_1 i stola iznosi 0.35. Izračunajte iznos i smjer ubrzanja sustava te napetosti užeta.



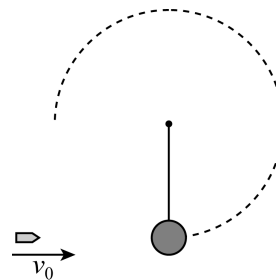
4. zadatak (9 bodova)

Malo tijelo mase m nalazi se na kosini nagiba 30° u odnosu na horizontalu koja se nalazi na horizontalnoj podlozi. Kolikim se ubrzanjem i u kojem smjeru treba gibati kosina da bi malo tijelo na njoj mirovalo? Trenje između malog tijela i kosine te između kosine i horizontalne podloge je zanemarivo.



5. zadatak (11 bodova)

Kugla mase 2 kg pričvršćena je za uže duljine 50 cm čiji je drugi kraj učvršćen tako da se kugla može okretati u vertikalnoj ravnini. Metak mase 0.04 kg dolijeće u horizontalnom smjeru brzinom v_0 i prolazi kroz kuglu. Brzina metka, nakon što prođe kroz kuglu, jednaka je 10% početne brzine. Koliko iznosi najmanja moguća početna brzina metka tako da kugla može napraviti puni krug u vertikalnoj ravnini?



Srednje škole – 1. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (11 bodova)

Ukupan prijeđeni put jednak je:

$$s = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + v_0 t_2 + v_0 t_3 - \frac{1}{2} a_2 t_3^2 \quad (2)$$

Uvrštavanjem

$$v_0 = a_1 t_1 = a_2 t_3 \quad (1)$$

Dobije se:

$$s = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + a_1 t_1 t_2 + \frac{1}{2} a_2 t_3^2 \quad (1)$$

Za vremenske intervale t_1 i t_3 vrijedi (T je ukupno vrijeme vožnje):

$$a_1 t_1 = a_2 t_3 \Rightarrow t_3 = \frac{a_1}{a_2} t_1 = \frac{3}{4} t_1$$

$$t_1 + t_3 = \frac{1}{4} T \quad (1)$$

Rješavanjem prethodnog sustava jednadžbi dobije se:

$$t_1 = \frac{1}{7} T, \quad t_3 = \frac{3}{28} T \quad (1)$$

Iz uvjeta zadatka vremenski interval t_2 jednak je:

$$t_2 = \frac{3}{4} T \quad (1)$$

Uvrštavanjem izraza za t_1 , t_2 i t_3 u jednadžbu za ukupan prijeđeni put dobije se:

$$600 \text{ m} = \frac{3}{8} T^2 \text{ ms}^{-2} \quad (3)$$

Prema tome, ukupno vrijeme vožnje jednako je:

$$T = 40 \text{ s} \quad (1)$$

2. zadatak (10 bodova)

Vrijede sljedeće jednadžbe ($s_1 = 2 \text{ km}$, $t_1 = 1 \text{ h}$, $s_2 = 5 \text{ km}$):

$$s_1 = (v_{\text{čamac}} - v_{\text{rijeka}}) t_1 \quad (1)$$

$$s_2 = (v_{\text{čamac}} + v_{\text{rijeka}}) t_2 \quad (1)$$

$$s_2 - s_1 = v_{\text{rijeka}} (t_1 + t_2) \quad (1)$$

Oduzimanjem druge jednadžbe od prve i izjednačavanjem sa trećom jednadžbom dobije se:

$$(v_{\text{čamac}} + v_{\text{rijeka}}) t_2 - (v_{\text{čamac}} - v_{\text{rijeka}}) t_1 = v_{\text{rijeka}} (t_1 + t_2)$$

$$v_{\text{čamac}} (t_2 - t_1) = 0$$

Odnosno:

$$t_2 = t_1 = 1 \text{ h} \quad (3)$$

Brzina rijeke izračuna se iz treće jednadžbe:

$$v_{\text{rijeka}} = 1.5 \text{ km/h} \quad (2)$$

A brzina čamca u odnosu na vodu iz prve ili druge jednadžbe:

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 6.3.2009.

$$v_{\text{čamac}} = 3.5 \text{ km/h} \quad (2)$$

3. zadatak (9 bodova)

Pretpostavimo da se tijelo m_1 giba na desno.



Primjenom drugog Newtonovog zakona na svako tijelo dobivamo jednadžbe:

$$m_1 a = T_3 - T_2 - F_{tr} \quad (1)$$

$$m_2 a = T_2 - m_2 g \quad (1)$$

$$m_3 a = m_3 g - T_3 \quad (1)$$

Sila trenja jednaka je:

$$F_{tr} = \mu m_1 g \quad (1)$$

Rješavanjem sustava jednadžbi dobije se:

$$a = \frac{m_3 - m_2 - \mu m_1}{m_1 + m_2 + m_3} g = 2.31 \text{ m/s}^2 \quad (2)$$

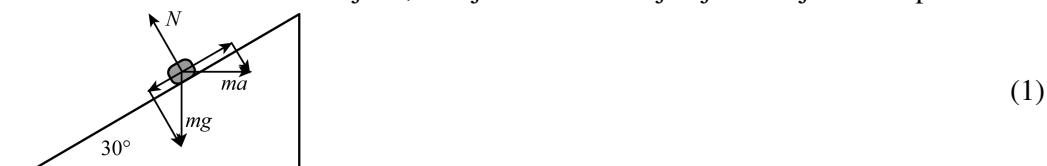
Napetosti užeta T_2 i T_3 su:

$$T_2 = m_2 (g + a) = 24.25 \text{ N} \quad (1)$$

$$T_3 = m_3 (g - a) = 30 \text{ N} \quad (1)$$

4. zadatak (9 bodova)

Kada se kosina ubrzava na lijevo, na tijelo na kosini djeluje inercijalna sila prema desno:



Komponente težine tijela paralelno kosini i okomito na kosinu jednake su:

$$G_{\parallel} = \frac{1}{2} mg, \quad G_{\perp} = \frac{\sqrt{3}}{2} mg \quad (2)$$

Komponente inercijalne sile paralelno kosini i okomito na kosinu jednake su:

$$F_{\parallel} = \frac{\sqrt{3}}{2} ma, \quad F_{\perp} = \frac{1}{2} ma \quad (2)$$

Da bi tijelo mirovalo na kosini, zbroj sila mora biti jednak nuli. Komponente težine i inercijalne sile okomite na kosinu uravnotežene su reakcijom podloge, a za komponente sila paralelne kosini vrijedi:

$$\frac{1}{2} mg = \frac{\sqrt{3}}{2} ma$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{3}} g = 5.66 \text{ m/s}^2, \text{ smjer ubrzanja kosine je na lijevo.} \quad (4)$$

5. zadatak (11 bodova)

Za sudar metka i kugle vrijedi zakon očuvanja količine gibanja:

$$mv_0 = mv' + MV' \quad (2)$$

Uvrštavanjem $v' = 0.1v_0$ dobije se:

$$v_0 = \frac{MV'}{0.9m} \quad (1)$$

Minimalna brzina koju kugla može imati u najvišoj točki putanje određena je zahtjevom da je napetost niti jednaka nuli, a tada je centripetalna sila jednaka težini kugle:

$$F_{cp} = M \frac{V^2}{l} = Mg \quad (2)$$

Prema tome, minimalna brzina kugle u najvišoj točki putanje iznosi:

$$V = \sqrt{gl} \quad (1)$$

Brzina kugle neposredno nakon prolaska metka odredi se pomoću zakona očuvanja energije za gibanje kugle:

$$\frac{1}{2}MV'^2 = \frac{1}{2}MV^2 + Mg2l \quad (2)$$

Dobije se:

$$V' = \sqrt{5gl} = 4.95 \text{ m/s} \quad (2)$$

Uvrštavanjem u izraz za početnu brzinu metka dobije se:

$$v_0 = \frac{M\sqrt{5gl}}{0.9m} = 275 \text{ m/s} \quad (1)$$

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 6.3.2009.

Srednje škole – 2. skupina

1. zadatak (10 bodova)

Kocka napravljena od aluminija stavljena je u posudu napunjenu tekućom živom. Gustoća aluminija pri sobnoj temperaturi ($t = 25\text{ }^\circ\text{C}$) je $\rho_a = 2700\text{ kg/m}^3$, a žive $\rho_z = 13500\text{ kg/m}^3$.

(a) Koji će dio kocke pri plutanju biti uronjen u živu?

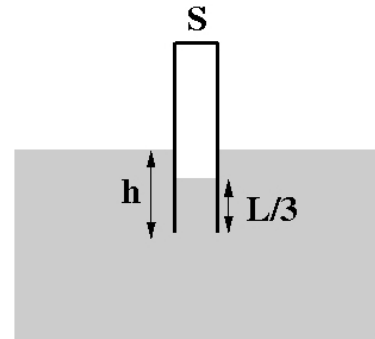
(b) Zagrijemo li sistem na temperaturu $t' = 100\text{ }^\circ\text{C}$, hoće li se i za koliko promijeniti rezultat pod (a)? Koeficijent volumne ekspanzije žive jednak je $\beta_z = 1.8 \cdot 10^{-4}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, a aluminija $\beta_a = 0.7 \cdot 10^{-4}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

2. zadatak (10 bodova)

Zlatni debeli prsten mase m_{Au} ima unutrašnji polumjer $R_{Au} = 3.000\text{ cm}$ i nalazi se na sobnoj temperaturi ($t_{Au} = 25\text{ }^\circ\text{C}$). Na njega je stavljena aluminijska kuglica zagrijana na temperaturu $t_{Al} = 100\text{ }^\circ\text{C}$, polumjera $R_{Al} = 3.004\text{ cm}$ (na navedenoj temperaturi) i mase $m_{Al} = 300\text{ g}$. Sistem je ostavljen da se termički uravnoteži (pretpostavite da se toplina pri tome ne prenosi na okolinu). Neposredno pred dolazak u termičku ravnotežu, kuglica prođe kroz prsten. Kolika je masa prstena? Specifični toplinski kapacitet zlata je $c_{Au} = 229\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$, a aluminija $c_{Al} = 897\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$. Koeficijent linearne ekspanzije zlata je $\alpha_{Au} = 1.4 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$, a aluminija $\alpha_{Al} = 2.3 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$.

3. zadatak (10 bodova)

Dugačka šuplja cijev ima oblik valjka visine $L = 40\text{ m}$ i površine baze $S = 0.5\text{ m}^2$. Pri atmosferskom tlaku od $P = 100000\text{ Pa}$ cijev je zatvorena s gornje strane i savršeno vertikalno uronjena u jezero; pri tome se do jedne trećine visine napunila vodom (vidi sliku). (a) Na kojoj se dubini h tada nalazi donji rub čaše? (b) Ako je masa cijevi $m = 100\text{ kg}$, kolikom ju vanjskom silom treba držati u ravnoteži u tom položaju? Bridovi cijevi su vrlo tanki pa zanemarite njihov volumen. Zanemarite i promjenu temperature vode s dubinom.

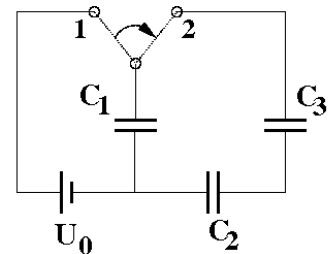


4. zadatak (10 bodova)

Kuglica mase $m_1 = 3\text{ g}$ i polumjera $R_1 = 2\text{ cm}$ nabijena je nabojem $Q_1 = 0.2\text{ }\mu\text{C}$ te nalijeće na drugu, mirujuću kuglicu vrlo velike mase ($m_2 \gg m_1$), polumjera $R_2 = 3\text{ cm}$ i naboja $Q_2 = 1.0\text{ }\mu\text{C}$. U početnom je trenutku udaljenost među središtima kuglica $d = 10\text{ cm}$, a brzina prve kuglice je $v_1 = 5\text{ m/s}$. Ako je sudar centralan i elastičan, kolika će biti brzina prve kuglice kada se vrati na početnu udaljenost $d = 10\text{ cm}$?

5. zadatak (10 bodova)

Tri nenabijena kondenzatora spojena su kao na slici ($U_0 = 12\text{ V}$, $C_1 = 2\text{ }\mu\text{F}$, $C_2 = 3\text{ }\mu\text{F}$, $C_3 = 5\text{ }\mu\text{F}$). Sklopka je potom prvo stavljena u položaj „1“ pri čemu se nabio kondenzator kapaciteta C_1 . Zatim je sklopka prebačena u položaj „2“. Koliki su konačni naboji na pločama svakog od kondenzatora?



ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 6.3.2009.

Srednje škole – 2. skupina Rješenja i smjernice za bodovanje

Napomena Još uvijek se po udžbenicima može naći izraz $V = V_0(1 + \beta t)$ gdje je V_0 volumen na 0°C a t temperature u $^\circ\text{C}$. Prihvatiti i ovakav način rješavanja pored dolje korištenog. (kz)

1. zadatak (10 bodova)

(a) Gustoća aluminijske kocke je manja od gustoće žive, pa će kocka aluminijske plutati na živi tako da joj je samo dio volumena V_1 (od ukupnog volumena V) uronjen u živu (**1 bod**). U ravnoteži mora vrijediti da je težina kocke jednaka po iznosu (a suprotnog smjera) sili uzgona na nju:

$$m_a g = \rho_z V_1 g \quad , \quad (\mathbf{2 \text{ boda}})$$

$$\rho_a V = \rho_z V_1 \quad ,$$

$$V_1 = \frac{\rho_a V}{\rho_z} = 0.2V \quad . \quad (\mathbf{2 \text{ boda}})$$

Dakle, samo će 20% volumena kocke biti uronjeno u živu.

(b) Zagrijavanjem se mijenjaju gustoće i žive i aluminijske; općenito vrijedi:

$$\rho' = \frac{m}{V'} = \frac{m}{V(1 + \beta \cdot \Delta t)} = \frac{\rho}{1 + \beta \cdot \Delta t} \quad . \quad (\mathbf{2 \text{ boda}})$$

Dio volumena uronjen u živu sad će biti dan s:

$$V'_1 = \frac{\rho'_a V'}{\rho'_z} = \frac{\rho_a}{\rho_z} \cdot \frac{1 + \beta_z \cdot \Delta t}{1 + \beta_a \cdot \Delta t} \cdot V' = 0.2 \cdot \frac{1 + 1.8 \cdot 10^{-4} \cdot 75}{1 + 0.7 \cdot 10^{-4} \cdot 75} \cdot V' = 0.202 \cdot V' \quad . \quad (\mathbf{3 \text{ boda}})$$

Nakon zagrijavanja u živu će biti uronjeno 20.2% volumena kocke (više nego prije jer se gustoća žive smanjila za veći faktor).

2. zadatak (10 bodova) (korišteno je T umjesto t)

Sistem će nakon dovoljno dugo vremena postići ravnotežnu temperaturu T' , veću od 25°C , a manju od 100°C . Budući da kuglica u tom času prolazi kroz prsten, njihovi polumjeri moraju na toj temperaturi biti jednaki. Prsten od zlata će se raširiti zbog zagrijavanja, a kuglica od aluminijske skupiti zbog hlađenja:

$$R'_{Au} = R'_{Al} \quad , \quad (\mathbf{1 \text{ bod}})$$

$$R_{Au}(1 + \alpha_{Au} \cdot (T' - T_{Au})) = \frac{R_{Al}}{(1 + \alpha_{Al} \cdot (T_{Al} - T'))} \quad , \quad (\mathbf{2 \text{ boda}})$$

$$(1 + \alpha_{Au} \cdot (T' - T_{Au})) \cdot (1 + \alpha_{Al} \cdot (T_{Al} - T')) = \frac{R_{Al}}{R_{Au}} = \frac{3.004 \text{ cm}}{3.000 \text{ cm}} = 1.00133 \quad .$$

Uvrštavanjem:

$$1 + 1.4 \cdot 10^{-5} \cdot (T' - 25) + 2.3 \cdot 10^{-5} \cdot (100 - T') = 1.00133 \quad .$$

Član koji sadrži kvadrat temperature na lijevoj strani je vrlo malen pa je zanemaren. Dalje vrijedi:

$$1.4 \cdot 10^{-5} \cdot (T' - 25) + 2.3 \cdot 10^{-5} \cdot (100 - T') = 0.00167 = 133 \cdot 10^{-5} \quad ,$$

$$1.4 \cdot 10^{-5} \cdot T' - 2.3 \cdot 10^{-5} \cdot T' = 133 \cdot 10^{-5} + 1.4 \cdot 10^{-5} \cdot 25 - 2.3 \cdot 10^{-5} \cdot 100 \quad ,$$

$$T' = \frac{133 + 35 - 230}{-0.9} \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$T' = 69 \text{ } ^\circ\text{C}. \quad (\mathbf{3 \text{ bod}})$$

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 6.3.2009.

Dakle, termička ravnoteža postiže se na temperaturi $T' = 69\text{ }^{\circ}\text{C}$. Toplina koju aluminij pri hlađenju otpusti prelazi na zlato (nema gubitaka po pretpostavci iz zadatka):

$$m_{Au}c_{Au}(T'-T_{Au}) = m_{Al}c_{Al}(T_{Al}-T') \quad , \quad (2 \text{ boda})$$

pa za traženu masu zlata dobivamo:

$$m_{Au} = \frac{m_{Al}c_{Al}(T_{Al}-T')}{c_{Au}(T'-T_{Au})} = \frac{300 \cdot 897 \cdot (100-69)}{229 \cdot (69-25)} \text{ g} = 830 \text{ g} \quad . \quad (2 \text{ boda})$$

3. zadatak (10 bodova)

Hidrostatski tlak na dubini h dan je s: $p_h = \rho gh$ (1 bod), ukupni tlak je dan s $p = p_a + p_h$, a na dubini manjoj za $L/3$ (rub vode u cijevi) tlak je $p' = p_a + \rho g(h-L/3)$ (2 boda). To ujedno mora biti tlak komprimiranog zraka u cijevi, kojeg možemo izračunati i po Boyleovom zakonu:

$$p_A V = p' \frac{2}{3} V \quad \rightarrow \quad p' = \frac{3}{2} p_A \quad , \quad (2 \text{ boda})$$

Dakle, vrijedi:

$$\frac{3}{2} p_A = p_A + \rho g \left(h - \frac{L}{3} \right) \quad , \quad (2 \text{ boda})$$

$$\begin{aligned} h &= \frac{p_A}{2\rho g} + \frac{L}{3} = \\ &= \left(\frac{100000}{2 \cdot 9.81 \cdot 1000} + \frac{40}{3} \right) \text{ m} = \\ &= 18.43 \text{ m} \end{aligned}$$

(1 bod)

Pri uronjavanju cijevi istisnut je ovaj volumen vode:

$$V_{ist} = S \cdot (h - L/3) = 2.55 \text{ m}^3 \quad . \quad (1 \text{ bod})$$

Po Arhimedovom principu, sila uzgona je tada:

$$F_u = \rho_v g V = 25015 \text{ N} \quad .$$

Težina cijevi je $G = 981 \text{ N}$, pa je neto sila s kojom treba pritiskati cijev prema dolje $F = 25015 - 981 \text{ N} = 24030 \text{ N}$ (1 bod).

4. zadatak (10 bodova)

U početnom trenutku suma kinetičke i električne potencijalne energije prve kuglice dana je s:

$$E = \frac{m_1 v_1^2}{2} + k \frac{Q_1 Q_2}{d} \quad . \quad (1 \text{ boda})$$

Približavanjem drugoj (fiksnoj) kuglici, prva kuglica će usporavati pod utjecajem odbojne kulonske sile. Gibanje druge kuglice zbog $m_2 \gg m_1$ možemo zanemariti tijekom čitavog procesa. Po zakonu očuvanja energije, neposredno pred dodir dvije kuglice (dakle, kad su im središta razmaknuta za $R_1 + R_2$) vrijedit će:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + k \frac{Q_1 Q_2}{d} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + k \frac{Q_1 Q_2}{R_1 + R_2} \quad . \quad (1 \text{ bod})$$

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 6.3.2009.

Promjena kinetičke energije prve kuglice od početnog trenutka do sudara bit će dana s:

$$\begin{aligned}\Delta E_k &= \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{m_1 v_1'^2}{2} = k \frac{Q_1 Q_2}{R_1 + R_2} - k \frac{Q_1 Q_2}{d} = \\ &= k Q_1 Q_2 \left(\frac{1}{R_1 + R_2} - \frac{1}{d} \right) = \\ &= 9 \cdot 10^9 \cdot 0.2 \cdot 10^{-6} \cdot 1.0 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\frac{1}{0.02 + 0.03} - \frac{1}{0.1} \right) \text{ J} = \\ &= 1.8 \cdot 10^{-2} \text{ J}.\end{aligned}$$

(1 bod)

Brzina prve kuglice neposredno pred sudar bit će dakle dana s:

$$v_1' = \sqrt{v_1^2 - \frac{2}{m_1} \Delta E_k} = \sqrt{5^2 - \frac{2}{0.003} \cdot 1.8 \cdot 10^{-2}} \text{ m/s} = 3.61 \text{ m/s. (1 bod)}$$

Zbog vrlo velike mase druge kuglice, pri sudaru će se prva kuglica odbiti brzinom istog iznosa, ali suprotnog smjera:

$$v_1'' = -v_1' = -3.61 \text{ m/s. (1 bod)}$$

Pri dodiru (sudar) kuglica, naboj će se na njima preraspodijeliti tako da njihove površine budu na istom potencijalu; za naboje kuglica nakon te preraspodjele mora vrijediti:

$$Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2' \quad , \quad \text{(1 bod)}$$

$$k \frac{Q_1'}{R_1} = k \frac{Q_2'}{R_2} \quad . \quad \text{(1 bod)}$$

Rješavanjem ovog sistema dobiva se:

$$Q_1' = \frac{Q_1 + Q_2}{1 + R_2/R_1} = \frac{0.2 + 1.0}{1 + 0.03/0.02} \mu\text{C} = 0.48 \mu\text{C} \quad ,$$

$$Q_2' = Q_1 + Q_2 - Q_1' = 0.72 \mu\text{C} \quad . \quad \text{(1 bod)}$$

Promjena kinetičke energije prve kuglice od trenutka sudara do povratka u početni položaj sad će biti dana s:

$$\begin{aligned}\Delta E'_k &= \frac{m_1 v_1''^2}{2} - \frac{m_1 v_1'^2}{2} = k \frac{Q_1' Q_2'}{R_1 + R_2} - k \frac{Q_1' Q_2'}{d} = \\ &= k Q_1' Q_2' \left(\frac{1}{R_1 + R_2} - \frac{1}{d} \right) = \\ &= 3.11 \cdot 10^{-2} \text{ J}.\end{aligned}$$

pa će konačna brzina biti:

$$v_1''' = \sqrt{v_1'^2 + \frac{2}{m_1} \Delta E'_k} = \sqrt{3.61^2 + \frac{2}{0.003} \cdot 3.11 \cdot 10^{-2}} \text{ m/s} = 5.81 \text{ m/s. (2 boda)}$$

Zadatak se može riješiti upotrebom zakona očuvanja energije između početnog i konačnog trenutka, ali tada bi ostalo neprovjereno hoće li se kuglice uopće sudariti i izmijeniti naboj.

5. zadatak (10 bodova)

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 6.3.2009.

Kada je sklopka u položaju „1“, kondenzator kapaciteta C_1 nabije se s nabojem $Q_0 = C_1 U_0$ (1 bod). Prebacivanjem sklopke u položaj „2“, taj se naboj preraspodjeljuje; ako s Q_1 označimo naboj na kondenzatoru kapaciteta C_1 nakon prespajanja, a s Q_{23} označimo naboj na serijskom spoju kondenzatora kapaciteta C_2 i C_3 , mora vrijediti:

$$Q_1 + Q_{23} = Q_0 = C_1 U_0 \quad , \quad (2 \text{ boda})$$

i

$$U_1 = U_{23} \quad . \quad (2 \text{ boda})$$

Druga jednadžba ovog sistema može se raspisati kao:

$$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_{23}}{C_{23}} \quad , \quad (1 \text{ bod})$$

$$Q_{23} = \frac{C_{23}}{C_1} Q_1 \quad .$$

Uvrštavanjem u prvu jednadžbu, dobivamo:

$$Q_1 + \frac{C_{23}}{C_1} Q_1 = C_1 U_0 \quad ,$$

$$Q_1 = \frac{C_1 U_0}{1 + \frac{C_{23}}{C_1}} \quad .$$

Za serijski spoj C_{23} vrijedi:

$$C_{23} = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} \quad ,$$

pa se dobiva:

$$Q_1 = \frac{C_1 U_0}{1 + \frac{C_{23}}{C_1}} = C_1 U_0 \frac{1}{1 + \frac{C_2 C_3}{C_1(C_2 + C_3)}} = C_1 U_0 \frac{C_1(C_2 + C_3)}{C_1(C_2 + C_3) + C_2 C_3} = C_1 U_0 \frac{C_1 C_2 + C_1 C_3}{C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3} = 12.4 \mu\text{C} \quad .$$

(2 boda)

Iz ovoga se izraza lagano dobiva:

$$Q_{23} = \frac{C_{23}}{C_1} Q_1 = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} \frac{1}{C_1} C_1 U_0 \frac{C_1 C_2 + C_1 C_3}{C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3} = C_1 U_0 \frac{C_2 C_3}{C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3} \quad .$$
$$Q_2 = Q_3 = Q_{23} = 11.6 \mu\text{C} \quad . \quad (2 \text{ boda})$$

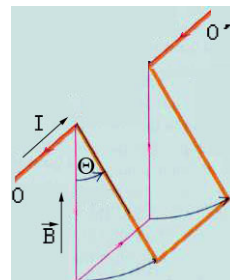
Srednje škole – 3. skupina

1. zadatak (10 bodova)

Izvor zvuka frekvencije f i detektor nalaze se na istom mjestu. U nekom trenutku, izvor se počne udaljavati od detektora stalnim ubrzanjem iznosa a . Kako izgleda ovisnost $f(t)$ koja se iščitava na detektoru? Pretpostavite da je poznata brzina zvuka u zraku c .

2. zadatak (10 bodova)

Bakrena žica poprečnog presjeka 2.5 mm^2 savijena je tako da joj tri stranice čine kvadrat, te može rotirati oko osi OO' . Žica je smještena u jednolikom vertikalnom magnetskom polju. Nađite magnetsko polje ako se žica otkloni za $\Theta = 20^\circ$ od vertikale kada kroz nju prolazi struja od 16 A. Gustoća bakra je 8900 kg/m^3 .



3. zadatak (10 bodova)

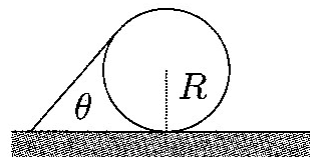
Veliki broj realnih opruga lakše se istežu nego sabijaju. To se može opisati upotrebom dviju različitih konstanti opruga, za $x > 0$ i $x < 0$. Na primjer, promatrajte oprugu koja djeluje

$$\text{sljedećom elastičnom silom: } F_x = \begin{cases} kx, & x > 0, \\ -2kx, & x < 0 \end{cases}$$

Masa m , koja se nalazi na horizontalnoj podlozi bez trenja, pričvršćena je za oprugu (opruga je u ravnotežnom položaju), zatim je pomaknuta na položaj $x = A$ rastezanjem opruge, i puštena. a) Odredite period gibanja. Ovisi li period o A ? Jesu li oscilacije jednostavne harmonijske? b) Jesu li oscilacije simetrične u odnosu na točku $x = 0$?

4. zadatak (10 bodova)

Štap linijske gustoće (masa po jedinici duljine) ρ miruje na kugli polumjera R kao na slici. Štap čini kut θ prema horizontali i tangenta je na kuglu u točki u kojoj njegov gornji kraj dodiruje kuglu. Trenje postoji u svim točkama dodira, a pretpostavka je da je dovoljno veliko da drži sustav u mirovanju. Odredite silu trenja između tla i kugle.



5. zadatak (10 bodova)

Dvije jednake dugačke zavojnice namotane su na zajedničku jezgru. Induktivitet prve je 0.7 H, a druge 0.6 H. Električni otpor druge zavojnice ja 600Ω . Kolika struja poteče drugom zavojnicom ako struja u prvoj zavojnici linearno raste od 0 do 0.3 A u vremenu od 0.001 s?

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 6.3.2009.

Srednje škole – 3. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (10 bodova)

Za izvor zvuka i sam zvuk vrijedi sljedeće:

$$s_z = s_i, s_z = ct_z, s_i = a \frac{t_i^2}{2}, \quad [2 \text{ boda}]$$

gdje indeks i označava izvor, a z zvuk.

Pomoću tih jednakosti i činjenice da je vrijeme u kojem se iščita nešto na detektoru jednako vremenu potrebnom da se izvor odmakne neku udaljenost i da se zvuk vrati s te udaljenosti, tj.

$$t = t_z + t_i, \text{ slijedi:} \quad [2 \text{ boda}]$$

$$\frac{a}{2c} t_i^2 + t_i - t = 0 \Rightarrow t_i = \frac{-c + c\sqrt{1 + \frac{2at}{c}}}{a}. \quad [2 \text{ boda}]$$

S obzirom na to da je $v_i = at_i$, to daje relaciju: [1 bod]

$$v_i = c \left(\sqrt{1 + \frac{2at}{c}} - 1 \right). \quad [1 \text{ bod}]$$

Uvrštenjem u izraz za frekvenciju pri Dopplerovom efektu slijedi da je:

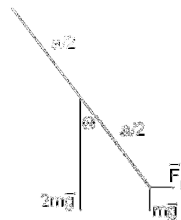
$$f' = f \frac{c}{c - c\sqrt{1 + \frac{2at}{c}} + c} = \frac{f}{\sqrt{1 + \frac{2at}{c}}}. \quad [2 \text{ boda}]$$

2. zadatak (10 bodova)

Pogledajmo zakretne momente (neka je a duljina dijela žice koji čini jednu stranicu kvadrata, a m njegova masa):

$$M = 2mg \frac{a}{2} \sin \theta + mga \sin \theta - BIa^2 \cos \theta = 0. \quad [2 \text{ boda}]$$

Skica (gledano u smjeru osi $O-O'$): [2 boda]



Masu možemo pisati u obliku $m = \rho \cdot S \cdot a$. [1 bod]

$$\text{Tada nam se gornji izraz svodi na } 2\rho \cdot S \cdot a \cdot g \frac{a}{2} \sin \theta + \rho \cdot S \cdot a \cdot g \cdot a \sin \theta = B \cdot I \cdot a^2 \cos \theta. \quad [2 \text{ boda}]$$

Odnosno, nakon sređivanja: $\rho \cdot S \cdot g \sin \theta + \rho \cdot S \cdot g \sin \theta = B \cdot I \cos \theta$. [1 bod]

Uvrštavanjem poznatih vrijednosti dolazimo do iznosa magnetske indukcije:

$$B = \frac{2\rho \cdot S \cdot g}{I} \tan \theta = \frac{2 \cdot 8900 \cdot 2.5 \cdot 10^{-6} \cdot 9.81}{16} \tan 20^\circ. \quad [1 \text{ bod}]$$

Konačno, $B = 9.93 \cdot 10^{-3} \text{ T}$. [1 bod]

3. zadatak (10 bodova)

a) Kako se masa približava ishodištu, gibanje je ono koje opisuje masa pričvršćena za oprugu

konstante k , i vrijeme potrebno da dođe do ishodišta je $\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{k}}$. [2 boda]

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 6.3.2009.

Nakon što prođe kroz ishodište, gibanje je ono koje opisuje masa pričvršćena za oprugu konstante $2k$, i vrijeme koje je potrebno da bi došlo do druge ekstremne točke gibanja je $\frac{\pi}{2} \sqrt{m/2k}$. [2 boda]

Period je dvostruka vrijednost zbroja ova dva vremena, tj. $T = \pi \sqrt{m/k} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. [2 boda]

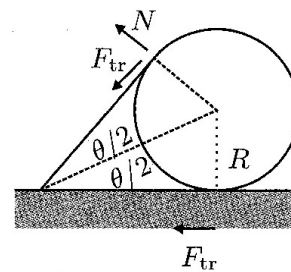
Period očito ne ovisi o amplitudi, ali gibanje nije jednostavno harmonijsko. [1 bod]

b) Iz zakona očuvanja energije, ukoliko je negativnu maksimalnu vrijednost gibanja označimo s A' , vrijedi $\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(2k)A'^2$, tako da je $A' = -\frac{A}{\sqrt{2}}$. [2 boda]

Očito gibanje nije simetrično u odnosu na ishodište. [1 bod]

4. zadatak (10 bodova)

Neka je N sila reakcije podloge između štapa i kugle, a F_{tr} neka je sila trenja između podloge i kugle. Odmah se vidi i da je sila trenja između štapa i kugle također F_{tr} jer se zakretni momenti od dviju sila trenja na kugli moraju poništavati. Neka je točka oko koje se gledaju zakretni momenti točka dodira između štapa i tla.



[2 boda]

Dobiva se $mg \cos \theta \cdot \left(\frac{l}{2}\right) = N \cdot l$. [1 bod]

Pri tome je m masa štapa, a l njegova duljina.

Zbog toga je $N = \frac{mg \cos \theta}{2}$. [1 bod]

Uravnoteženje horizontalnih sila na kugli daje $N \sin \theta = F_{tr} + F_{tr} \cos \theta$. [2 boda]

Iz toga slijedi $F_{tr} = \frac{N \sin \theta}{1 + \cos \theta} = \frac{mg \sin \theta \cos \theta}{2(1 + \cos \theta)}$. [1 bod]

Kako je $m = \rho l$, a iz slike se vidi da je $l = \frac{R}{\tan(\theta/2)}$, [1 bod]

može se uz upotrebu trigonometrijske relacije $\tan(\theta/2) = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$ dobiti

$F_{tr} = \frac{1}{2} \rho g R \cos \theta$. [2 boda]

5. zadatak (10 bodova)

Inducirani napon u drugoj zavojnici dan je izrazom: $|\varepsilon_2| = L_{12} \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$. [2 boda]

Vrijede sljedeće relacije: $L_1 = \mu_0 \mu_r \frac{N_1^2 S}{d}$, $L_2 = \mu_0 \mu_r \frac{N_2^2 S}{d}$, [2 boda]

$L_1 L_2 = \left(\mu_0 \mu_r \frac{S}{d}\right)^2 N_1^2 N_2^2 \Rightarrow N_1 N_2 = \frac{\sqrt{L_1 L_2}}{\mu_0 \mu_r \frac{S}{d}}$. [2 boda]

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 6.3.2009.

Iz toga proizlazi: $L_{12} = \frac{\mu_0 \mu_r N_1 N_2 S}{d} = \frac{\mu_0 \mu_r S}{d} \frac{\sqrt{L_1 L_2}}{\mu_0 \mu_r \frac{S}{d}} = \sqrt{L_1 L_2}$. **[2 boda]**

Struju u drugoj zavojnici nalazimo na sljedeći način:

$$I_2 = \frac{|\mathcal{E}_2|}{R} = \frac{L_{12}}{R} \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = \frac{\sqrt{L_1 L_2}}{R} \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = \frac{\sqrt{0.7 \cdot 0.6}}{600} \frac{0.3}{0.001} = 0.324 \text{ A.}$$
[2 boda]

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 6.3.2009.

Srednje škole - 4. skupina

1. zadatak (10 bodova)

U određenom optičkom instrumentu potrebno je postići da se zraka svjetlosti reflektira po pravcu paralelnim s dolaznom zrakom i pomaknutim za $D=4\text{mm}$ od nje. To se obavlja pomoću staklenog valjka indeksa loma 1,6. Skiciraj putanju zraka svjetlosti! Koliki je polumjer korištenog valjka?

Hoće li intenzitet reflektirane zrake biti jednak onom od dolazne?

Postoji li ograničenje na indeks loma korištenog valjka?

2. zadatak (10 bodova)

Automobil se približava promatraču po ravnoj cesti. Upaljena svjetla razmaknuta su mu za 100cm. Koliko će se daleko nalaziti automobil od promatrača u trenutku kad promatrač upravo uočava da vidi dva, a ne jedno svjetlo? Promjer zjenice oka je 4mm, a srednja valna duljina svjetlosti 550nm. Pretpostavite da su svjetla točkasta.

Hoće li činjenica da je svjetlost bijela otežati ili olakšati uočavanje dva izvora i zašto?

Kad se automobil udaljava i promatrač vidi stražnja crvena (valna duljina 650nm) svjetla također razmaknuta za 100cm, nakon koje udaljenosti više neće razlučiti dva svjetla uz jednak otvor zjenica?

3. zadatak (10 bodova)

Nikola Tesla predlagao je prenošenje energije putem elektromagnetskih valova. Pretpostavite da se energija prenosi putem snopa površine poprečnog presjeka 100m^2 . Kolike su amplitude električnog i magnetskog polja potrebne za prijenos snage usporedive s onom koja se prenosi putem kablova dalekovoda kojima teče efektivna struja 1000A i koji opskrbljuju efektivni napon 500kV?

Naputak: Koristeći se izrazima za gustoću energije sadržanu u električnom i magnetskom polju napiši izraz za intenzitet zračenja u ovisnosti o amplitudi električnog i magnetskog polja! Ako ne znate točan izraz, koristite se usporedbom mjernih jedinica da biste ga našli. Električno i magnetsko polje titraju sinusoidalno u fazi pa uzmi kao poznato da je srednja vrijednost kvadrata sinusa i kosinusa jednaka 1/2.

4. zadatak (10 bodova)

Za mjerenje intenziteta ultraljubičastog zračenja valne duljine 290nm uzeli smo tanke čiste ispolirane pločice aluminijske, bakra i natrija u obliku kvadrata stranice 1cm. Izlazni rad za aluminijsku je 4,2eV, za bakar 4,47eV i za natrij 2,3eV. Snop homogenog zračenja širi od 1cm upada okomito na pločice i svi izletjeli elektroni prikupljaju se na anodi, te kao posljedica nastaje električna struja tih elektrona, koja je najveća moguća. Uz korištenje natrijske pločice struja je 10mA.

Koliki je intenzitet upadnog zračenja (snaga po jedinici površine) na natrijsku pločicu? Kolika je struja kad se isto zračenje mjeri aluminijskom pločicom, a kolika kad se mjeri bakrenom pločicom?

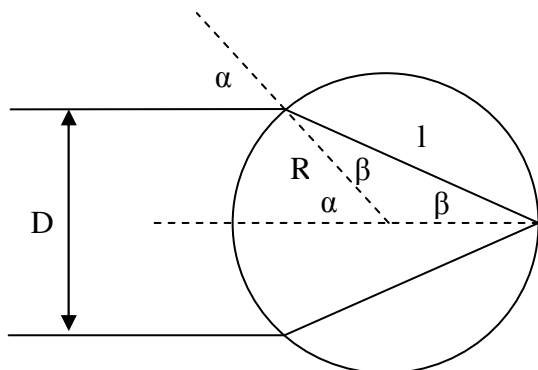
5. zadatak (10 bodova)

Foton valne duljine 0,3nm (X-zraka) raspršen je pod pravim kutom na slobodnom elektronu koji je mirovao. Kolika je kinetička energija elektrona nakon toga? Usput pokaži da mirujući elektron ne može samo apsorbirati foton, već da mora i emitirati. Masa elektrona je $m_e=9,11\cdot 10^{-31}\text{kg}$.

Planckova konstanta: $h=6,626\cdot 10^{-34}\text{Js}$, brzina svjetlosti: $c=3\cdot 10^8\text{m/s}$, apsolutna permitivnost: $\epsilon_0=8,854\cdot 10^{-12}\text{C}^2/\text{Nm}^2$, apsolutna permeabilnost: $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}\text{Tm/A}$, elementarni naboj: $e=1,6\cdot 10^{-19}\text{C}$.

Srednje škole - 4. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (10 bodova)



Slika (2boda)

Zakon loma: $\sin \alpha = n \sin \beta$. (1bod)

Geometrija: $D = 2l \sin \beta$ i $l = 2R \cos \beta$, tj.

$D = 4R \sin \beta \cos \beta$. (1bod)

Također: $D = 2R \sin \alpha$. (1bod)

Slijedi $\cos \beta = \frac{n}{2}$ i $\sin \beta = \frac{1}{2} \sqrt{4 - n^2}$. (1bod)

Konačno je $R = \frac{D}{n \sqrt{4 - n^2}} = 2,08 \text{ mm}$. (1bod)

Intenzitet reflektirane zrake je manji od intenziteta dolazne jer se pri svakoj refleksiji/transmisiji dio intenziteta reflektira i dio transmitira. (2boda)

n mora biti manji od 2. (1bod)

2. zadatak (10 bodova)

Razlučivanje kuta za svjetlosnu zraku koja ulazi kroz zjenicu ograničeno je zbog difrakcije na

$$\theta = \frac{1,22\lambda}{d} = 35'', \text{ gdje je } d \text{ promjer zjenice, a } \lambda \text{ valna duljina svjetlosti.} \quad (2\text{boda})$$

To znači da na udaljenosti l od zjenice dva točkasta izvora moraju biti udaljena barem $D = l \tan \theta$ da bi ih se razlučilo. (2boda)

$$\text{Slijedi } l = \frac{Dd}{1,22\lambda}. \quad (2\text{boda})$$

Za žutu svjetlost to je $l = 6 \text{ km}$. (1bod)

Za veće valne duljine automobil mora doći bliže da bismo razlučili dva svjetla, to jest na udaljenosti 6km još će neke boje davati preklapljenu sliku, što čini poteškoće u razlučivanju. (2boda)

Crvena svjetla će se razlučiti do udaljenosti 5km. (1bod)

3. zadatak (10 bodova)

$$\text{Intenzitet zračenja je } I = \frac{P}{S} = \frac{UI}{S} = 5 \cdot 10^6 \text{ Jm}^{-2}\text{s}^{-1}. \quad (2\text{boda})$$

Gustoće energije u električnom i magnetskom polju su $u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$ i $u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$. Te se relacije mogu dobiti i usporedbom jedinica, pa se priznaje ako i nedostaje faktor 1/2. (2boda)

Zbog $E = E_0 \sin \omega t$ i $B = B_0 \sin \omega t$, ukupna usrednjena gustoća energije je $u = \frac{1}{4} \left(\epsilon_0 E_0^2 + \frac{B_0^2}{\mu_0} \right)$, gdje

su E_0 i B_0 amplitude polja. Budući da val putuje brzinom c , energija koju prenosi u jedinici vremena Δt

$$\text{kroz jedinicu površine } A \text{ iznosi } \frac{u \Delta V}{A \Delta t} = uc, \text{ pa je intenzitet } I = uc = \frac{c}{4} \left(\epsilon_0 E_0^2 + \frac{B_0^2}{\mu_0} \right). \quad (2\text{boda})$$

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 6.3.2009.

Veza $E_0 = cB_0$ i $\frac{1}{c^2} = \epsilon_0\mu_0$ daje $I = \frac{c\epsilon_0}{2} E_0^2 = \frac{c}{2\mu_0} B_0^2 = \frac{1}{2\mu_0} E_0 B_0$. (2boda)

Iz toga se dobije $E_0 = \sqrt{\frac{2I}{c\epsilon_0}} = 61,4 \text{ kV/m}$ i $B_0 = \sqrt{\frac{2\mu_0 I}{c}} = \frac{E_0}{c} = 0,205 \text{ mT}$. (2boda)

4. zadatak (10 bodova)

Za zadanu valnu duljinu je $\frac{hc}{\lambda} = 6,85 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 4,28 \text{ eV}$. Tolika energija fotona dovoljna je da nadvlada izlazni rad W_i pri obasjavanju aluminijske ploče i natrija, iz kojih izlijeću elektroni, ali nije za bakar iz kojeg neće izlaziti elektroni. (2boda)

Intenzitet svjetlosti (energija po jedinici vremena i površine) je $J = \frac{1}{S} \cdot \frac{\Delta N}{\Delta t} \cdot \frac{hc}{\lambda}$, gdje je S površina ploče, a broj fotona po jedinici vremena iznosi $\Delta N/\Delta t$. (2boda)

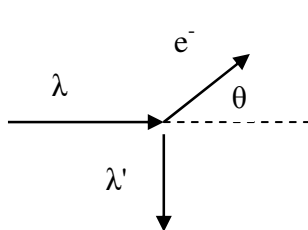
Uz pretpostavku da svaki foton izbije po jedan elektron, električna struja je $I = \frac{\Delta N}{\Delta t} e$. (1bod)

Slijedi $J = \frac{1}{S} \cdot \frac{I}{e} \cdot \frac{hc}{\lambda} = 428 \text{ W/m}^2$. (2boda)

Za aluminijsku pločicu broj fotona po jedinici vremena ostaje jednak jer se ne mijenja valna duljina ni intenzitet pa je i struja jednaka onoj za natrij, tj. $I = 10 \text{ mA}$. (2boda)

Iz bakrene pločice nema izbijanja elektrona, tj. $I = 0$. (1bod)

5. zadatak (10 bodova)



Očuvanje energije: $\frac{hc}{\lambda} + m_e c^2 = \frac{hc}{\lambda'} + E'$, gdje je E' ukupna energija elektrona poslije raspršenja. (1bod)

Očuvanje količine gibanja: $\frac{h}{\lambda} = p' \cos \theta$ i $0 = p' \sin \theta - \frac{h}{\lambda'}$, gdje je p' količina gibanja elektrona nakon raspršenja. (1bod)

Odatle i zbog $p'^2 c^2 = E'^2 - m_e^2 c^4$ slijedi $\frac{h^2}{\lambda'^2} = \frac{E'^2}{c^2} - m_e^2 c^2 - \frac{h^2}{\lambda^2}$. (2boda)

S druge strane kvadriranjem relacije $\frac{h}{\lambda'} = \frac{h}{\lambda} + m_e c - \frac{E'}{c}$ te izjednačavanjem s prethodnom dobije se

$$E' = \frac{hc}{\lambda} + \frac{m_e^2 c^4}{hc / \lambda + m_e c^2}. \quad (2boda)$$

Stoga je kinetička energija elektrona $K' = E' - m_e c^2 = \frac{h^2 c}{\lambda(h + mc\lambda)} = 5,31 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 33,2 \text{ eV}$. (1bod)

Ako se foton ne bi emitirao, moralo bi biti $\frac{h}{\lambda} = p'$ i $\frac{hc}{\lambda} + m_e c^2 = E'$, tj. $p'c + m_e c^2 = E'$ što za česticu s masom nije moguće. (3boda)