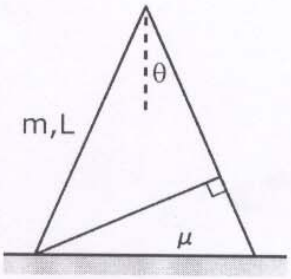
DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. - 5. svibnja 2010.

Srednje škole – 3. skupina

1. zadatak (15 bodova)

Dva štapa, svaki mase m i duljine L, spojeni su pomoću ležaja pri svojim vrhovima i postavljeni su na stol (gravitacija djeluje prema dolje). Svaki od njih čini kut θ sa vertikalom. Bezmasena nit povezuje štapove, a koeficijent trenja između štapova i stola jednak μ. Identificirajte sile u sustavu i napišite jednadžbe ravnoteže za svaki od štapova. U slučaju da nema trenja odredite sve sile (iznos i smjer) u sustavu. Kolika je napetost niti kad je $\theta=45^0$? Kako to interpretirate?



2. zadatak (18 bodova)

U kutiji su smješteni jednostavno matematičko njihalo i uteg na opruzi. Prirodni period titranja oba sustava je jednak i iznosi T. Kutija se ubrzava okomito prema gore ubrzanjem a dok ne dosegne visinu h i tad se pusti u slobodno gibanje (vertikalni hitac). Koliko titraja od početka ubrzanja do trenutka dok kutija ne padne na tlo napravi matematičko njihalo, a koliko uteg? Koji sustav napravi više titraja?

3. zadatak (18 bodova)

U dugoj cilindričnoj zavojnici polumjera R stvoreno je homogeno magnetsko polje iznosa B. U zavojnicu (između navoja) ulijeću u istom trenutku dvije čestice jednakih masa m, naboja Q i –Q i količina gibanja p_1 i p_2. Smjer ulijetanja obje čestica je duž promjera, okomito na os zavojnice. Koliko vremena se svaka od čestica giba u zavojnici? Kako izgleda vrijeme gibanja u ovisnosti o jakosti struje kroz zavojnicu (dovoljno je napisati proporcionalnost)? Kojoj vrijednosti teži vrijeme gibanja kad struja postaje sve jača i jača? Koja od čestica je duže u zavojnici u tom slučaju?

4. zadatak (19 bodova)

N osoba, svaka mase m, stoji na pokretnim kolicima mase M koja se nalaze na željezničkim tračnicama. Između kolica i tračnica nema trenja, a kolica u početnom trenutku miruju. Da li kolica imaju veću konačnu brzinu ako sa njih odjednom skoči svih N osoba brzinom v u odnosu na kolica ili ako skače jedna po jedna osoba, svaka brzinom v u odnosu na kolica? (pod „brzina u odnosu na kolica" misli se na relativnu brzinu osobe i kolica prije skoka osobe) Odredite brzinu kolica u oba slučaja ako je N=3. Kako izgleda brzina kolica u oba slučaja za proizvoljni N?

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

Srednje škole - 3. skupina

Eksperimentalni zadatak

Pribor: Kružna ploča, šipka oko koje se vrti ploča, stegač sa šipkom, konac, spajalica, 3 okrugla utega s rupom u sredini od 10 g i jedan od 5 g, štoperica, 4 milimetarska papira.

Kružna ploča sastoji se od 3 koloture. Promjer prve koloture je 134 mm, druge 91 mm, a treće 42 mm. Promjer je mjeren od dna žlijeba koloture.

Zadatak: a) Grafički prikazati ovisnost kuta zakreta ploče o vremenu.

Ploča u početnom trenutku miruje. Prvo napravite 5 mjerenja s jednim momentom sile, a zatim s drugim. Podatke za oba momenta sile nacrtajte na istom grafu. (6 bodova)

b) Kako kut zakreta ovisi o vremenu? Dokažite! (3 boda)

c) Izračunajte kutnu akceleraciju u oba slučaja! (5 bodova)

d) Mjerenjem nađite koliki je moment tromosti kružne ploče kada os rotacije prolazi kroz centar ploče i okomita je na ravninu ploče. Treba napraviti 5 mjerenja svaki put s drugim momentom sile. (11 bodova)

Svaki postupak opisati riječima.

Kvaliteta mjerenja bodovati će se s 5 boda.

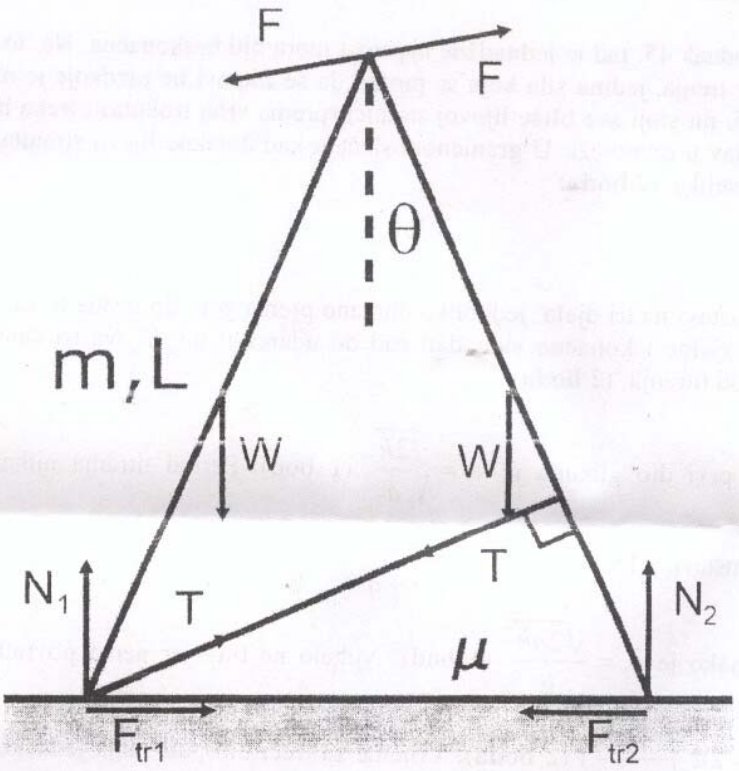
Masa spajalice i masa konca se zanemaruju.

Želimo vam puno uspjeha u rješavanju.

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Varaždin, 2. - 5. svibnja 2010.

Srednje škole – 3. skupina - rješenje

1.zadatak



Sile su dane na slici (**2 boda**). Ako se lijevi štap označi sa a) a desni sa b), te sa x smjer udesno, sa y smjer prema gore, slijede jednadžbe ravnoteže:

a.x.) $F_{tr1} + T_x = \mu N_1 + T\cos\theta = F_x$

a.y.) $N_1 + T_y = N_1 + T\sin\theta = F_y + W$

b.x.) $F_{tr2} + T_x = \mu N_2 + T\cos\theta = F_x$

b.y.) $N_2 + F_y = W + T_y = W + T\sin\theta$ **(4 boda)**

Ne zna se u kojem smjeru stoji F, pa je za jednadžbu ravnoteže zakretnih momenata najbolje uzeti vrh štapa. Udaljenosti hvatišta na štapu i kutovi među vektorima hvatišta i vektorima sile nađu se iz trigonometrije.

a.) $W\frac{L}{2}\sin\theta - N_1 L\sin\theta + F_{tr1}L\cos\theta + TL\cos(2\theta) = 0$ **(2 boda)**

b.) $W\frac{L}{2}\sin\theta + TL\cos(2\theta) - N_2 L\sin\theta + F_{tr2}L\cos\theta = 0$ **(2 boda)**

Bilo koji alternativi zapis ovih uvjeta donosi isti broj bodova. Ako je koeficijent trenja jednak nuli sustav se pojednostavni. Rješenje sustava provodi se jednom od uobičajenih metoda i daje:

$$N_1 = N_2 = W = mg$$ (1 bod)

$$\vec{F} = \vec{T}$$ (1 bod)

$$T = \frac{mg}{2}\frac{\sin\theta}{\cos(2\theta)}$$ (1 bod)

Ako je kut jednak 45, tad iz jednadžbe napetost mora biti beskonačna. No, to je jasno iz postava. Ako je sustav bez trenja, jedina sila koja se protivi da se štapovi ne razdvoje je napetost niti. Kako se kut približava 45, nit stoji sve bliže lijevoj stranici (prema vrhu trokuta) i treba biti sve više i više napeta da održi sustav u ravnoteži. U graničnom slučaju kad dotakne lijevu stranicu, napetost bi trebala biti beskonačno velika. **(2 boda)**

2. zadatak

Gibanje se rastavi na tri djela: jednoliko ubrzano prema gore do visine h, zatim jednoliko usporeno da maksimalne visine i konačno slobodan pad do udarca u tlo. U sva tri slučaja utegu na masi se ne mijenja period titranja. **(2 boda)**

Vrijeme za prvi dio gibanja je $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{a}}$ **(1 bod)** .Period titranja njihala se promijeni jer je u ubrzanom sustavu i iznosi $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}} = T\sqrt{\frac{g}{a+g}}$. **(2 boda)**. Vrijeme potrebno za drugi dio gibanja jednako je $t_2 = \frac{\sqrt{2ah}}{g}$ **(1 bod)**. Njihalo ne titra jer nema povratne sile (kao da je period jednak $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-g}}$) **(2 boda).** Vrijeme za treći dio putovanja jednako je $t_3 = \sqrt{\frac{2h}{g}}\sqrt{1+\frac{a}{g}}$. **(1 bod).** Njihalo ponovno ne titra jer nema povratne sile. **(2 boda)**

Broj titraja koje napravi masa na opruzi je

$$N_1 = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{T} = \frac{1}{T}\sqrt{\frac{2h}{g}}\left[\sqrt{\frac{g}{a}} + \sqrt{\frac{a}{g}} + \sqrt{1+\frac{a}{g}}\right]$$ **(2 boda)**

Broj titraja koje napravi njihalo je

$$N_2 = \frac{t_1}{T'} = \frac{\sqrt{\frac{2h}{a}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}} = \frac{1}{T}\sqrt{\frac{2h}{g}}\sqrt{1+\frac{g}{a}}$$ **(2 boda)**

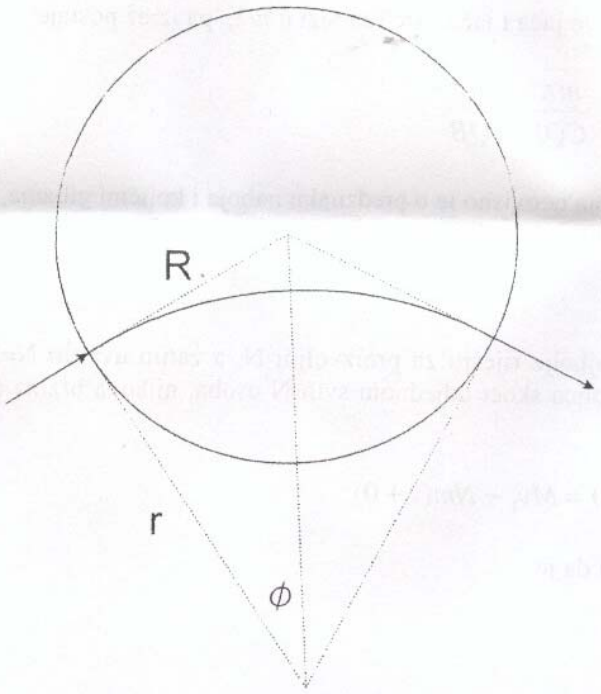
Da bi se vidjelo koji sustav napravi više titraja, napravi se omjer ta dva broja:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\sqrt{\frac{a}{g}} + \sqrt{\frac{g}{a}} + \sqrt{1+\frac{a}{g}}}{\sqrt{1+\frac{g}{a}}}$$ (1 bod)

Ovdje je g konstanta, a a se može mijenjati. Lako se vidi da je ovaj razlomak uvijek veći od jedan. Ako je a vrlo velik u odnosu na g, tad je nazivnik jednak (skoro) 1, a brojnik vrlo velik. Ako se a smanjuje i reda je veličine g, tad su tri doprinosa u brojnika istog reda kao i doprinos u nazivniku i opet je omjer veći od 1. Konačno, ako je a jako mali u odnosu na g, razlomak će težiti k 1. Stoga, broj titraja koje napravi masa uvijek je veći od broja titraja koje napravi njihalo. **(2 boda)**. Bilo koja analiza alternativna ovoj koja dovodi do istog rješenja nosi isti broj bodova.

3. zadatak

Promotrimo kako se giba jedna čestica. Jedna moguća putanja dana je na skici. Za svaku moguću putanju može se napraviti ista konstrukcija. Skica **(2 boda)**.



Ovdje je R polumjer zavojnice, a r polumjer putanje. Kut između njih je pravi jer tako u zavojnicu ulijeće čestica. Situacija je simetrična pa isto vrijedi na izlasku. **(2 boda)**. U ovom slučaju brzina čestice se ne mijenja, a Lorentzova sila djeluje kao centripetalna sila. Vrijedi da je:

$$\frac{mv^2}{r} = qvB \Rightarrow r = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB}$$ **(2 boda)**

Iz pravokutnog trokuta lako se očita da je

$$\tan\phi = \frac{R}{r} \Rightarrow \phi = ArcTan\left(\frac{R}{r}\right)$$ **(2 boda)**

Putanja čestice je duž kružnog luka konstantnom brzinom. Duljina luka poznata je iz kuta, a brzina je zadana količinom gibanja. Vrijeme putovanja je:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{2r\phi}{p/m} = \frac{2m}{|q|B} ArcTan\left(\frac{|q|BR}{p}\right)$$ **(2 boda)**

Naboj je stavljen u apsolutnu vrijednost jer polumjer, kao i vrijeme, ne mogu biti negativni (iako naboj može biti), a kut ne ovisi o predznaku naboja. **(1 bod)**. Ako se mijenja struja, tad raste i magnetsko polje **(1 bod)**. U zavojnici polje raste proporcionalno iznosu struje tj. B=CI **(1 bod)**. Vrijeme u ovisnosti o struji tad je jednako:

$$t = \frac{2m}{CQI} ArcTan\left(\frac{|Q|CR}{p} I\right)$$ **(2 boda)**

Kad je struja sve jača i jača, ArcTan teži u $\pi/2$, pa izraz postaje:

$$t = \frac{2m}{CQI}\frac{\pi}{2} = \frac{m\pi}{CQI} = \frac{m\pi}{QB}$$ **(2 boda)**

Vrijeme gibanja neovisno je o predznaku naboja i količini gibanja, pa su obje čestice približno jednako dugo u zavojnici. **(1 bod)**.

4. zadatak

Zadatak je najbolje riješiti za proizvoljni N, a zatim uvrstiti N=3, što je navedeno kao podzadatak. Ukoliko sa kolica skoči odjednom svih N osoba, njihova brzina nađe se iz zakona očuvanja količine gibanja:

$$(M + Nm)\cdot 0 = Mv_1 - Nm(v+0)$$ **(2 boda)**

Iz čega slijedi da je

$$v_1 = \frac{Nm}{M} v$$ **(1 bod)**

Ako skaču jedna po jedna osoba, situacija je drukčija. Pretpostavimo da je u početku na kolicima N osoba, kao što je zadano, i da je do sada iskočilo „i" osoba. Tad u idućem skoku, kao i u svima prije („i" je proizvoljan) vrijedi zakon očuvanja količine gibanja:

$$(M + (N-i)m)v_i = (M + (N-(i+1))m)v_{i+1} - m(v + v_i)$$ **(2 boda)**

Cilj zadatka je pomoću ove relacije odrediti v_N ako je poznat v_0. Da se ne izgubimo u zapisima, uvedu se slijedeće pokrate:

$$\alpha_i = M + (N-i)m$$
$$\beta = mv$$

$\gamma = m$

Prethodna relacija tad se svede na:

$$v_{i+1} = \frac{\alpha_{i+1} + \gamma}{\alpha_{i+1}} v_i + \frac{\beta}{\alpha_{i+1}} = \frac{\alpha_{i-1}}{\alpha_{i+1}} v_i + \frac{\beta}{\alpha_{i+1}}$$ **(1 bod)**

Napomena: bilo koji drugi zapis ili način dolaženja do istog rješenja nosi isti broj bodova.

Iz ovog izraza može se dobiti općeniti izraz za v_N. Ako nije jasno kako izgleda, može se pogledati prvih nekoliko članova, pa zaključiti kako izgleda pravilo:

$$v_1 = \frac{\beta}{\alpha_1}$$

$$v_2 = \frac{\beta}{\alpha_1 \alpha_2}(\alpha_0 + \alpha_1) \ \ldots$$

$$v_4 = \frac{\beta}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4}(\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 + \alpha_1 \alpha_2 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_1 \alpha_2 + \alpha_0 \alpha_1 \alpha_2)$$ **(3 boda)**

Napomena: ako se zapiše odmah ili na neki drugi način dođe do općeg izraza, priznaju se ova 3 boda.

Sad se već može pokazati koja je brzina veća: kad iskoče svi odjednom ili jedan po jedan. Svođenjem gornjeg izraza na izraz sličan onom kad skoče svi odjednom slijedi (npr. za N=4):

$$v_4 = \frac{\beta}{\alpha_4}\left(1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_3} + \frac{\alpha_1}{\alpha_3} + \frac{\alpha_0}{\alpha_3}\right) > \frac{4\beta}{\alpha_4}$$ **(3 boda)**

Analogno vrijedi za bilo koji N. Bilo koji dokaz da je konačna brzina veća od one kad svi skoče odjednom nosi isti broj bodova.

Izraz koji se dobio još se može srediti ako se izluče zajednički faktori u zagradi i pokrate sa onima u nazivniku. Slijedi da je:

$$v_N = \frac{\beta}{\alpha_{N-1}\alpha_N}(\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_{N-1}) = \frac{\beta}{\alpha_{N-1}\alpha_N}\sum_{i=0}^{N-1}\alpha_i$$ **(1 bod)**

Napokon, i dobiveni izraz se još da srediti i u konačnici daje:

$$v_N = \frac{Nmv}{M(M+m)}\left(M + \frac{N+1}{2}m\right)$$ **(2 boda)**

Bilo koji način dolaska do rješenja, ili djelomičnog rješenja, nosi isti (ili djelomični) broj bodova.

Ako je N=3, brzina kad iskoče svi jednaka je 3mv/M (**2 boda**). Ako iskaču jedan po jedan tad je konačna brzina jednaka:

$$v_3 = 3v\frac{m(M+2m)}{M(M+m)}$$ **(2 boda)**

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

Srednje škole - 3. skupina

Eksperimentalni zadatak - rješenje

Za rješenje ovog zadatka postoji bezbroj mogućnosti i sloboda izbora, ali da bi se dobila dobra i kvalitetna mjerenja treba izabrati nekoliko mogućnosti. Moment tromosti nije velik pa je vrijeme mjerenja kratko tako da treba izbjeći veliki moment sile. Znači, treba izabrati manju koloturu i manju težinu utega. Međutim, ako je težina utega premala, zbog trenja, neće doći do zakretanja. Pravilni izbor dati će bolje rezultate. (**5 bodova**)

a) Konac se provuče kroz rupicu na koloturi i zaveže. Na drugi kraj priveže se spajalica. Konac se namota oko koloture. Kraj spajalice se odvine tako da se mogu nataknuti utezi. Na ploči postoji oznaka koja se postavi u određeni položaj (najbolje 0 °, 90 °, 180 ° ili 270°). Ploča se pridržava i u trenutku kad se pusti uključi se štoperica. Najbolje je štopati vrijeme ¼ kruga, ali nije nužno. Zatim se mjerenje ponovi, ali za ½ kruga. I tako dalje dok se ne načini 5 mjerenja.
Sila utega djeluje okomito na radijus koloture i možemo ga izračunati:

$$M = GR$$

gdje je G težina utega:

$$G = mg$$

gdje je m masa utega, a g ubrzanje tijela u slobodnom padu: g = 9,81 m/s^2 (može u zadatku i 10 m/s^2).
R je radijus koloture.
Podatke treba unijeti u tablicu. Može se direktno pisati opisani kut φ, ali i kao dio kruga N. φ=2πN
Nakon toga promijeni se moment sile (može se promijeniti masa utega ili radijus koloture ili oboje)
Primjer:

R/m	0,021
G/N	0,1
M/Nm	0,0021

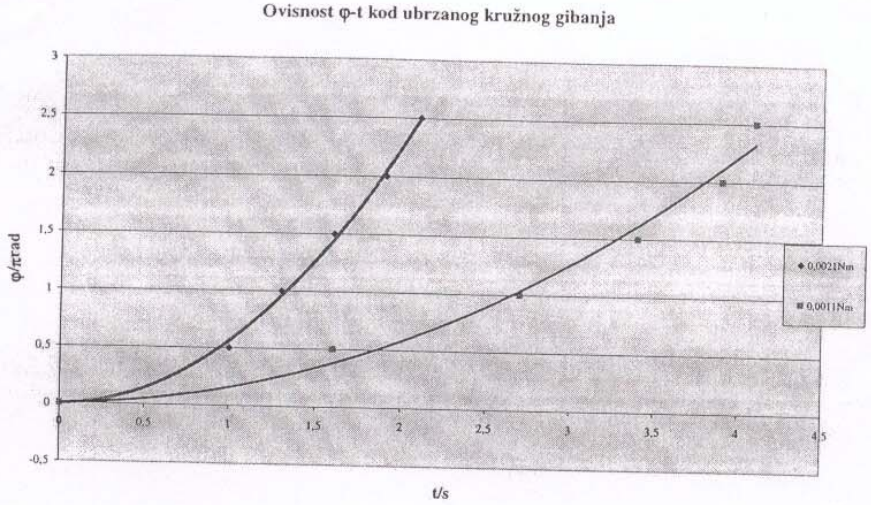
t/s	N	φ/πrad
0	0	0
1	0,25	0,5
1,3	0,5	1
1,6	0,75	1,5
1,9	1	2
2,1	1,25	2,5

R/m	0,021
G/N	0,05
M/Nm	0,00105

t/s	N	φ/πrad
0	0	0
1,8	0,25	0,5
2,7	0,5	1
3,4	0,75	1,5
3,9	1	2
4,1	1,25	2,5

(3 boda)

Graf mora biti pregledan, mora imati naziv, osi moraju biti označene i mora biti dobra podjela na osima, krivulju nacrtati tako da se linija što je bolje moguće povuče između točkica, a ne spajati točkice. (**3 boda**)

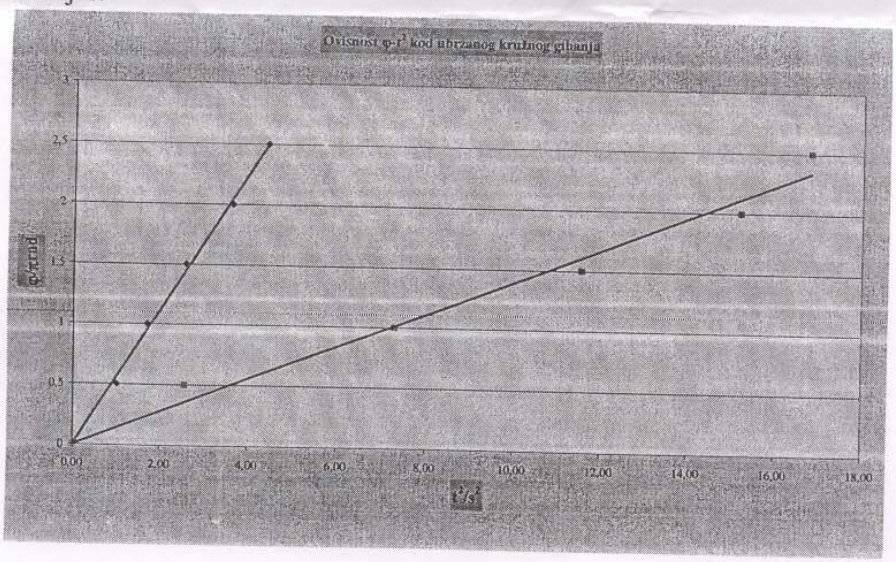


b) Pod djelovanjem momenta sile ploča će rotirati jednoliko ubrzano kružno. Pri tome je kut u nekom trenutku:

$$\varphi = \frac{1}{2}\alpha t^2$$

Dakle, kut zakreta ovisi o kvadratu vremena. α je kutna akceleracija i ona je stalna. To možemo dokazati tako da nacrtamo graf, ali umjesto vremena na x os stavimo kvadrat vremena. Ako dobijemo pravac znači da je opisani kut proporcionalan s kvadratom vremena. (3 boda)

Primjer:



c) Kutna akceleracija izračuna se iz izraza: $\alpha = \frac{2\varphi}{t^2}$, ispuni se tablica i napravi se račun pogreške.

Primjer:

R/m	0,021
G/N	0,1
M/Nm	0,0021

t/s	φ/πrad	α/(πrad/s²)	Δα/(πrad/s²)	
1	2	1,00	0,12	
1,3	2,6	1,18	-0,06	
1,6	3,2	1,17	-0,05	
1,9	3,8	1,11	0,01	
2,1	4,2	1,13	-0,01	
	$\overline{\alpha}/(\pi rad/s^2)$	1,12	0,12	$\Delta\alpha_{max}/(\pi rad/s^2)$
		r	11%	

R/m	0,021
G/N	0,05
M/Nm	0,00105

t/s	φ/πrad	α/(πrad/s²)	Δα/(πrad/s²)	
1,8	0,5	0,31	-0,03	
2,7	1	0,27	0,01	
3,4	1,5	0,26	0,02	
3,9	2	0,26	0,02	
4,1	2,5	0,30	-0,02	
	$\overline{\alpha}/(\pi rad/s^2)$	0,28	0,03	$\Delta\alpha_{max}/(\pi rad/s^2)$
		r	10%	

(2 boda)

$\overline{\alpha}$ je prosječna vrijednost, $\Delta\alpha$ je odstupanje pojedinih mjerenja od prosječne vrijednosti: $\Delta\alpha = \overline{\alpha} - \alpha$, $\Delta\alpha_{max}$ je apsolutna vrijednost najvećeg odstupanja; r je relativna pogreška: $r = \frac{\Delta\alpha_{max}}{\alpha}$. (2 boda)

Rezultat mora biti prikazan: $\alpha = (1{,}12 \pm 0{,}12)\pi rad/s^2$ (1 bod)

(mjerenja i rezultati prikazani su u πrad, ali nije greška ako se pomnoži s π)

d) Za izračunavanje momenta tromosti javlja se problem zbog trenja između ploče i osovine. Ploča se pod djelovanjem momenta sile vrti manjom kutnom akceleracijom nego kad ne bi bilo trenja pa moment tromosti ne možemo računati kao: $I = \frac{M}{\alpha}$.

Rezultantni moment sile M_R koji djeluje na ploču jednak je zbroju momenta sile koji djeluje na ploču M i momenta sile trenja M_{tr}:

$$M_R = M + M_{tr}$$
$$M_R = I\alpha_R$$
$$M = I\alpha$$
$$M_{tr} = I\alpha_{tr}$$

α_R je kutna akceleracija koju dobijemo mjerenjem, α je kutna akceleraciju koju bi imala ploča kada ne bi bilo trenja, α_{tr} je kutna deceleracija zbog trenja (negativna je).

$$\alpha = \alpha_R - \alpha_{tr} \text{ (3 boda)}$$

<u>Mjerenje kutne deceleracije</u>

Ploču bez utega i konca zavrtimo. Uključimo štopericu i brojimo krugove dok se ploča ne zaustavi (nije potrebno odmah uključiti štopericu već pričekati pravi trenutak). Za koliki dio kruga se još zakrenula ploča može se procijeniti.

Iz dobivenih podataka izračunamo kutnu deceleraciju:

$$\alpha_{tr} = -\frac{2\varphi}{t^2}$$

Načinimo nekoliko mjerenja i ispunimo tablicu.

Primjer:

t/s	N	φ/πrad	α_{tr}/(πrad/s^2)	$\Delta\alpha_{tr}$/(πrad/s^2)	
3,9	4,3	8,6	-1,13	-0,06	
3,1	2,8	5,6	-1,17	-0,02	
4,4	6,1	12,2	-1,26	0,07	
3,8	4,6	9,2	-1,27	0,09	
5	6,9	13,8	-1,10	-0,08	
$\overline{\alpha}_{tr}$ /(π rad / s ^{2})			-1,19	0,09	$\Delta\alpha_{trmax}$/(πrad/s^2)
			r	7%	

(4 boda)

Za određivanje rezultantne kutne akceleracije najlakše je odabrati jednu koloturu i mijenjati težinu utega. Najbolje je uvijek mjeriti vrijeme za isti broj okretaja.
Rezultantnu akceleraciju dobit ćemo iz:

$$\alpha_R = \frac{2\varphi}{t^2}$$

Akceleraciju kakva bi bila da nema trenja za pojedino mjerenje dobit ćemo: $\alpha = \alpha_R - \overline{\alpha}_{tr}$
Moment tromosti izračunat ćemo za svako mjerenje iz:

$$I = \frac{M}{\alpha}$$

R/m	0,021	N	1	φ/πrad	2	
t/s	**G/N**	**M(N/m)**	**α_R/(πrad/s^2)**	**α/(πrad/s^2)**	**I/(kg/m^2)**	**ΔI/(kg/m^2)**
0	0	0,0000	0,00	0		
2,5	0,15	0,0032	0,64	1,83	5,5E-04	3,2E-05
1,9	0,2	0,0042	1,11	2,30	5,8E-04	-1,3E-06
1,5	0,25	0,0053	1,78	2,96	5,6E-04	1,8E-05
1,4	0,3	0,0063	2,04	3,23	6,2E-04	-4,0E-05
1,2	0,35	0,0074	2,78	3,96	5,9E-04	-8,8E-06
				$\bar{I}$ /(kg / m^2)	5,8E-04	4,0E-05	**ΔI_{max}/(kg/m^2)**
					r	7%	

(3 boda)

Rezultat treba biti prikazan:

$$I = (5{,}8 \pm 0{,}4) \cdot 10^{-4}\, kg / m^2$$ (1 bod)

To je i stvarni moment tormosti kružne ploče.