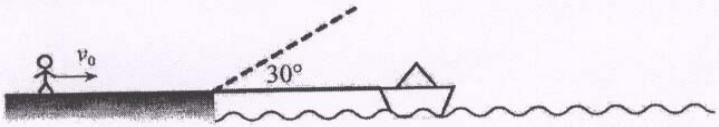
DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

Srednje škole – 1. skupina

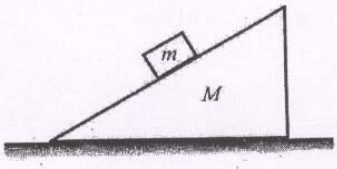
Zadatak 1 (17 bodova)

James Bond trči prema brodu koji miruje uz rub pokretnog mosta. U trenutku kada se James Bond nalazi na početku pokretnog mosta, brod se počinje udaljavati od obale stalnim ubrzanjem. James Bond trči stalnom brzinom $v_0 = 7$ m/s u odnosu na podlogu, a pokretni most duljine $l = 20$ m podiže se stalnom kutnom brzinom $\omega = \sqrt{3}/20$ rad/s. U trenutku kada se James Bond nalazi na kraju pokretnog mosta, pokretni most zatvara sa horizontalom kut 30°. Izračunajte maksimalno ubrzanje broda tako da James Bond skoči na njega! Gravitacijsko ubrzanje iznosi $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$. Otpor zraka je zanemariv.



Zadatak 2 (18 bodova)

Tijelo mase m nalazi se na kosini mase M i nagiba 30°. Trenje između tijela mase m i kosine te između kosine i podloge na kojoj se nalazi je zanemarivo. Odredite iznos i smjer ubrzanja oba tijela u odnosu na promatrača koji miruje na podlozi!



Zadatak 3 (17 bodova)

Lopta mase m slobodno pada sa visine h_0. Nakon što padne na tlo, lopta počinje odskakivati. Prilikom svakog odbijanja od tla lopta izgubi 19% kinetičke energije koje je imala neposredno prije udara u tlo.

a) Koliko ukupno vrijeme lopta provede u zraku?
b) Koliki ukupan put prijeđe lopta?
c) Koliko iznosi prosječna brzina lopte?

Uputa: zbroj beskonačnog geometrijskog niza jednak je $1 + x + x^2 + x^3 + \ldots = \dfrac{1}{1-x}$ za $x < 1$.

Zadatak 4 (18 bodova)

Projektil mase $m = 3$ kg je ispaljen sa tla početnom brzinom $v_0 = 100$ m/s pod kutem 60° u odnosu na horizontalu. U trenutku kada se nalazi na najvišoj točki putanje, projektil se raspadne na dva dijela jednakih masa. Prilikom raspada oslobodi se 600 J kinetičke energije. Vremenski razmak između pada prvog i drugog dijela na tlo iznosi $T = 4$ s. Izračunajte udaljenost između dva dijela projektila nakon što padnu na tlo! Gravitacijsko ubrzanje iznosi $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$. Otpor zraka je zanemariv.

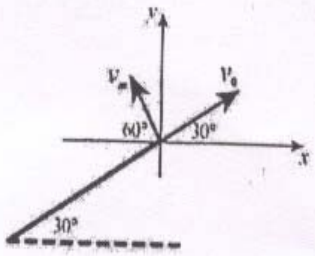
$2\pi\ \mathrm{rad} = 360°$

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

Srednje škole – 1. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (17 bodova)



Brzina Jamesa Bonda u trenutku kada se nalazi na rubu mosta je:

$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_m$

Gdje je

$v_m = l\omega = \sqrt{3}$ m/s u smjeru 30° u odnosu na vertikalu. (1)

Komponente brzine iznose:

$$v_x = v_0 \frac{\sqrt{3}}{2} - v_m \frac{1}{2} = 3\sqrt{3} \text{ m/s} \qquad (2)$$

$$v_y = v_0 \frac{1}{2} + v_m \frac{\sqrt{3}}{2} = 5 \text{ m/s} \qquad (2)$$

Vrijeme leta T Jamesa Boda je:

$$0 = h + v_y T - \frac{1}{2} g T^2$$

Gdje je $h = l/2 = 10$ m. Uvrštavanjem dobivamo jednadžbu:

$$T^2 - T - 2 = 0$$

$$(T-2)(T+1) = 0$$

Prema tome, vrijeme leta je $T = 2$ s. (4)

Horizontalna udaljenost od ruba pokretnog mosta u trenutku skoka do pada je:

$$d = v_x T = 6\sqrt{3} \text{ m} \qquad (2)$$

Vrijeme potrebno da James Bond dođe od početka do kraja pokretnog mosta je:

$$t_0 = \frac{l}{v_0} = \frac{20}{7} \text{ s} \qquad (1)$$

Ukupno vrijeme gibanja broda je:

$$t_0 + T = \frac{34}{7} \text{ s} \qquad (1)$$

Udaljenost koju prijeđe brod je:

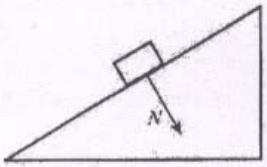
$$s = l - l\frac{\sqrt{3}}{2} + d = 16\sqrt{3} - 20 \text{ m} \qquad (2)$$

Ubrzanje broda jednako je:

$$s = \frac{1}{2} a (t_0 + T)^2 \Rightarrow a = \frac{2s}{(t_0 + T)^2} = 0.654 \text{ m/s}^2 \qquad (2)$$

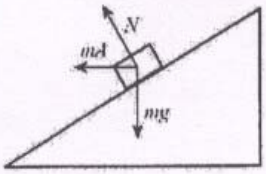
DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

Zadatak 2 (18 bodova)



Postavimo koordinatni sustav tako da je pozitivan smjer x osi prema desno, a pozitivan smjer y osi prema gore. Na kosinu djeluje sila tijela koje se nalazi na kosini. Kosina ubrzava prema desno ubrzanjem A, a horizontalna komponenta sile na kosinu jednaka je:

$$MA = N\frac{1}{2} \qquad (2)$$



U sustavu kosine na tijelo na kosini djeluju težina, sila reakcije kosine i inercijalna sila. Ubrzanje tijela na kosini je paralelno kosini i ima smjer niz kosinu.

$$ma'_{\mathrm{P}} = mg\frac{1}{2} + mA\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad (2)$$

$$0 = N + mA\frac{1}{2} - mg\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad (2)$$

Iz treće jednadžbe slijedi

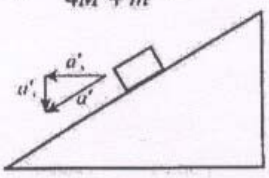
$$N = mg\frac{\sqrt{3}}{2} - mA\frac{1}{2}$$

Uvrštavanjem u prvu jednadžbu za ubrzanje kosine dobije se:

$$A = \frac{mg\sqrt{3}}{4M + m} \qquad (4)$$

Uvrštavanjem A u drugu jednadžbu dobije se ubrzanje tijela mase m:

$$a'_{\mathrm{P}} = \frac{2(M + m)}{4M + m}g \qquad (2)$$



U sustavu kosine komponente ubrzanja tijela mase m su:

$$a'_x = a'_{\mathrm{P}}\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}(M + m)}{4M + m}g \qquad (1)$$

$$a'_y = a'_{\mathrm{P}}\frac{1}{2} = \frac{M + m}{4M + m}g \qquad (1)$$

Ubrzanje tijela mase m u odnosu na promatrača koji miruje na podlozi je:

$$a_x = A - a'_x = -\frac{Mg\sqrt{3}}{4M + m} \qquad (2)$$

$$a_y = a'_y = -\frac{M + m}{4M + m}g \qquad (2)$$

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

Zadatak 3 (17 bodova)

Vrijeme pada lopte sa visine h_0 do tla je:

$$t_0 = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \qquad (1)$$

Brzina kojom lopta prvi put udari u tlo jednaka je:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh_0} \qquad (1)$$

Ako je $p = 0.19$ i $q = 1 - p = 0.81$, za prvi sudar vrijedi:

$$E_{k1} = E_{k0} - pE_{k0} = (1-p)E_{k0} = qE_{k0} \qquad (1)$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = q\frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{q}v_0 \qquad (1)$$

Maksimalna visina lopte nakon prvog sudara je:

$$h_1 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{qv_0^2}{2g} = qh_0 \qquad (1)$$

Vrijeme između prvog i drugog sudara je:

$$t_1 = 2\sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 2\sqrt{\frac{q2h_0}{g}} \qquad (1)$$

Za drugi sudar vrijedi:

$$E_{k2} = E_{k1} - pE_{k1} = qE_{k1}$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = q\frac{1}{2}mv_1^2 = q^2\frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow v_2 = \left(\sqrt{q}\right)^2 v_0 \qquad (1)$$

Maksimalna visina lopte nakon drugog sudara je:

$$h_2 = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{q^2v_0^2}{2g} = q^2h_0 \qquad (1)$$

Vrijeme između prvog i drugog sudara je:

$$t_2 = 2\sqrt{\frac{2h_2}{g}} = 2\sqrt{\frac{q^2 2h_0}{g}} \qquad (1)$$

Ukupno vrijeme koje lopta provede u zraku je:

$$t_{ukupno} = t_0 + t_1 + t_2 + \mathrm{L} = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} + 2\sqrt{\frac{q2h_0}{g}} + 2\sqrt{\frac{q^2 2h_0}{g}} + \mathrm{L}$$

$$t_{ukupno} = 2\sqrt{\frac{2h_0}{g}}\left(\frac{1}{1-\sqrt{q}} - \frac{1}{2}\right) \qquad (3)$$

$$t_{ukupno} = 19\sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$

Ukupan put koji prijeđe lopta je:

$$s_{ukupno} = h_0 + 2h_1 + 2h_2 + \mathrm{L} = h_0 + 2qh_0 + 2q^2h_0 + \mathrm{L} = 2h_0\left(\frac{1}{1-q} - \frac{1}{2}\right) = \frac{181}{19}h_0 \qquad (3)$$

Prosječna brzina lopte je:

$$\overline{v} = \frac{s_{ukupno}}{t_{ukupno}} = \frac{181}{361}\sqrt{\frac{h_0 g}{2}} \qquad (2)$$

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

Zadatak 4 (18 bodova)

Horizontalna komponenta početne brzine projektila je:

$$v_{0x} = v_0 \frac{1}{2} = 50 \text{ m/s} \qquad (1)$$

U trenutku raspada projektil ima samo horizontalnu komponentu brzine v_{0x}. S obzirom da dijelovi ne padnu istovremeno na tlo, neposredno nakon raspada oba dijela imaju y komponentu brzine. Zakon očuvanja količine gibanja glasi:

$$mv_{0x} = \frac{m}{2}v_{1x} + \frac{m}{2}v_{2x} \Rightarrow 2v_{0x} = v_{1x} + v_{2x} \qquad (2)$$

$$0 = \frac{m}{2}v_{1y} - \frac{m}{2}v_{2y} \Rightarrow v_{1y} = v_{2y} \qquad (2)$$

Prema tome, jedan dio neposredno nakon raspada ima brzinu u y smjeru v_{1y} prema gore, a drugi dio ima istu y komponentu brzine prema dolje. Jednadžbe gibanja za y komponentu za prvi i drugi dio su:

$$y_1(t) = h - v_{1y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y_2(t) = h + v_{1y}t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (3)$$

Uzmimo da prvi dio padne na tlo za t_1 vremena, a drugi za t_2 vremena pri čemu vrijedi $t_2 - t_1 = T$. Uvrštavanjem u prethodne dvije jednadžbe dobivamo sustav jednadžbi:

$$0 = h - v_{1y}t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$0 = h + v_{1y}t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2$$

Rješavanjem sustava jednadžbi dobije se:

$$v_{1y} = \frac{1}{2}gT = 20 \text{ m/s} \qquad (3)$$

Zakon očuvanja energije za raspad glasi:

$$\frac{1}{2}mv_{0x}^2 + \Delta E = \frac{1}{2}\frac{m}{2}v_1^2 + \frac{1}{2}\frac{m}{2}v_2^2 \qquad (2)$$

$$2v_{0x}^2 + \frac{4\Delta E}{m} = v_{1x}^2 + v_{1y}^2 + v_{2x}^2 + v_{1y}^2$$

Uvrštavanjem $v_{2x} = 2v_{0x} - v_{1x}$

$$v_{1x}^2 - 2v_{0x}v_{1x} + v_{1y}^2 + v_{0x}^2 - \frac{2\Delta E}{m} = 0$$

$$v_{1x}^2 - 100v_{1x} + 2500 = 0$$

$$(v_{1x} - 50)^2 = 0 \Rightarrow v_{1x} = 50 \text{ m/s}$$

$$v_{2x} = 2v_{0x} - v_{1x} = 50 \text{ m/s} \qquad (3)$$

Udaljenost između dva dijela projektila nakon što padnu na tlo je:

$$d = v_{2x}t_2 - v_{1x}t_1 = v_{1x}(t_1 + T - t_1) = v_{1x}T = 200 \text{ m} \qquad (2)$$

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

Srednje škole – 1. skupina
Eksperimentalni zadatak

Hici

Pribor: top , stalak , hvataljka , kleme , šipka , ravnalo dugo 50 cm , ljepljiva traka , list karbon-papira , list bijelog papira , kutomjer

a) vertikalni hitac (10 bodova)
Zadatak: Pomoću zadanog pribora odredite početnu brzinu metka izbačenog iz topa postavljenog vertikalno.

U sklopu zadatka treba :
1) Skicirati putanju vertikalnog hica (uzlaznu i silaznu putanju nacrtajte malo razmaknute) i u najvišoj točki putanje nacrtati vektor sile koja djeluje na tijelo i vektor akceleracije. Isto nacrtajte i u točkama na uzlaznom i silaznom dijelu putanje u točki koja se nalazi na pola udaljenosti dometa hica. (3 boda)
2) Objasniti fizikalne osnove i opisati precizno uz skice koje veličine i kako ćeš mjeriti . (3 boda)
3) Napraviti 5 mjerenja i podatke prikazati tablično . (4 boda)

b) horizontalni hitac (10 bodova)
Zadatak: Pomoću zadanog pribora odredite početnu brzinu metka izbačenog iz topa postavljenog horizontalno.

U sklopu zadatka treba :
1) Skicirati putanju horizontalnog hica i u najmanje tri točke putanje nacrtati vektor sile koja djeluje na tijelo i vektor akceleracije. (3 boda)
2) Objasniti fizikalne osnove i opisati precizno uz skice koje veličine i kako ćeš mjeriti .(3 boda)
3) Napraviti 5 mjerenja za 5 različitih visina topa u odnosu na stol i podatke prikazati tablično. (4 boda)

c) kosi hitac (10 bodova)

Zadatak: Pomoću zadanog pribora odredite akceleraciju Zemljine sile teže.Za početnu brzinu koristite srednju vrijednost početnih brzina iz a) i b) dijela zadatka.

U sklopu zadatka treba :
1) Skicirati putanju kosog hica i u najvišoj točki putanje nacrtati vektor sile koja djeluje na tijelo i vektor akceleracije.Isto nacrtajte još u jednoj točki na uzlaznom i u jednoj točki na silaznom dijelu putanje. (3 boda)
2) Objasniti fizikalne osnove i opisati precizno uz skice koje veličine i kako ćeš mjeriti. (3 boda)
3) Napraviti tri mjerenja za kuteve izbačaja u odnosu na horizontalu 30° , 45° i 60° .Podatke prikazati tablično. (4 boda)

Napomena: Za a) i b) dio zadatka koristite g= 9.8 m/s^2 , a otpor zraka zanemarite.

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

Srednje škole – 1. skupina
Eksperimentalni zadatak – rješenje

a) vertikalni hitac

Pomoću hvataljke i kleme učvrstimo top u vertikalnom položaju.Napnemo top i ispalimo metak.Odredimo domet hica tako da pomičemo šipku na stativu gore - dolje sve dok metak ispaljen iz topa u najvišem položaju tek dodirne šipku.Iz izmjerenog dometa hica h možemo odrediti početnu brzinu hica v_0 .

U svakoj točki putanje(kad metak napusti top) na metak djeluje samo gotovo stalna sila teža $\vec{F}_g$, a akceleracija je također stalna u svakoj točki putanje i vrijedi: $\vec{a} = \vec{g}$.

Početnu brzinu odredit ćemo primjenom zakona očuvanja energije.U trenutku kad metak napušta top njegova kinetička energija je maksimalna, a postepeno se pretvara u gravitacijsku potencijalnu energiju.U najvišoj točki putanje kinetička energija je jednaka ništici jer se sva kinetička energija pretvorila u gravitacijsku potencijalnu energiju:

$E_K = E_{GP}$; $\frac{mv_0^2}{2} = mgh$ odatle slijedi da je početna brzina metka jednaka $v_0 = \sqrt{2gh}$

Tablica i rezultati mjerenja:(rezultat mora biti izražen s odgovarajućim pouzdanim znamenkama)

h / m	$v_0 / m/s$

b) horizontalni hitac

Pomoću hvataljke i kleme učvrstimo top u horizontalnom položaju.Napnemo top i ispalimo metak.Odredimo mjesto pada tako da bijeli papir postavimo približno na mjesto pada metka , a preko bijelog papira postavimo karbon-papir tako da metak ostavi trag na bijelom papiru.Oba papira učvrstimo ljepljivom trakom.Domet hica odredimo tako da izmjerimo udaljenost od točke u podnožju topa do traga na bijelom papiru.

U svakoj točki putanje(kad metak napusti top) na metak djeluje samo gotovo stalna sila teža $\vec{F}_g$, a akceleracija je također stalna u svakoj točki putanje i vrijedi: $\vec{a} = \vec{g}$.

Budući da u horizontalnom smjeru nema djelovanja sile, metak u horizontalnom smjeru , izvodi jednoliko pravocrtno gibanje i vrijedi:

$v_x = v_0 = konst.$, $s = v_0 t$;gdje je v_x brzina u horizontalnom smjeru , s put u horizontalnom smjeru, a t vrijeme.

U vertikalnom smjeru na tijelo djeluje sile teža pa u tom smjeru tijelo izvodi jednoliko ubrzano gibanje s akceleracijom $a=g$ (tj. slobodan pad) i vrijedi :

$v_y = gt$, $h = \frac{gt^2}{2}$ gdje je v_y brzina u vertikalnom smjeru , a h visina za koju se metak spusti tijekom hica. Kombiniranjem relacija za s i h, tako da eliminiramo vrijeme hica t, dobijemo relaciju za početnu brzinu $v_0 = s\sqrt{\frac{g}{2h}}$ .Dakle mjerenjem dometa s i visine h možemo odrediti početnu brzinu v_0.

Tablica i rezultati mjerenja:(rezultat mora biti izražen s odgovarajućim pouzdanim znamenkama)

s/m	h/m	$v_0/m/s$

c) kosi hitac

Pomoću hvataljke i kleme učvrstimo top u kosom položaju.Klemu pričvrstimo na donju drvenu plohu stola uz kut klupe tako da početna visina ispaljivanja metka bude u razini s plohom klupe.Pomoću kutomjera top nagnemo za odgovarajući kut i pričvrstimo ga. Napnemo top i ispalimo metak.Odredimo mjesto pada tako da bijeli papir postavimo približno na mjesto pada metka , a preko bijelog papira postavimo karbon-papir tako da metak ostavi trag na bijelom papiru.Oba papira učvrstimo ljepljivom trakom.Domet hica odredimo tako da izmjerimo udaljenost od točke izlijetanja metka do traga na bijelom papiru.

U svakoj točki putanje(kad metak napusti top) na metak djeluje samo gotovo stalna sila teža $\vec{F}_g$, a akceleracija je također stalna u svakoj točki putanje i vrijedi: $\vec{a} = \vec{g}$.

Budući da u horizontalnom smjeru nema djelovanja sile, metak u horizontalnom smjeru izvodi jednoliko pravocrtno gibanje i vrijedi:

$v_x = v_{0x} = konst.$, $x = v_{0x}t$; gdje su v_x – brzina u horizontalnom smjeru , v_{0x} –početna brzina u horizontalnom smjeru , x – put u horizontalnom smjeru ,a t – vrijeme.

U vertikalnom smjeru (prema dolje) na tijelo djeluje sile teža pa tijelo izvodi jednoliko ubrzano gibanje s početnom brzinom u vertikalnom smjeru prema gore (+y) i akceleracijom usmjerenom verikalno dolje (-y) s iznosom $a=g$.

$v_y = v_{0y} - gt$, $y = v_{oy}t - \frac{gt^2}{2}$ gdje je v_y brzina u vertikalnom smjeru , v_{0y} – početna brzina u vertikalnom smjeru , a y visina na kojoj se metak nalazi.

Vrijeme uspona t_{usp} možemo odrediti tako da se izjednači v_y s ništicom odakle se dobiva $t_{usp} = \frac{v_{0y}}{g}$ .Ukupno vrijeme hica t_{uk} je dvostruko veće tj. $t_{uk} = \frac{2v_{0y}}{g}$ .Ako u jednadžbu za x uvrstimo t_{uk} dobijemo maksimalnu udaljenost u horizontalnom smjeru tj. domet hica d.

$d = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$ .Mjerenjem dometa d može se odrediti $g = \frac{2v_{ox}v_{0y}}{d}$.

Kada je kut ispaljivanja 30° $v_{0x} = \frac{v_0\sqrt{3}}{2}$, a $v_{0y} = \frac{v_0}{2}$ pa dobivamo $g = \frac{v_0^2\sqrt{3}}{2d}$,

za kut 45° $v_{0x} = v_{0y} = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$ pa dobivamo $g = \frac{v_0^2}{d}$ i konačno

za kut 60° $v_{0x} = \frac{v_0}{2}$, a $v_{0y} = \frac{v_0\sqrt{3}}{2}$ pa dobivamo $g = \frac{v_0^2\sqrt{3}}{2d}$.

Tablica i rezultati mjerenja:(rezultat mora biti izražen s odgovarajućim pouzdanim znamenkama)

Kut / °	d/m	$g/m/s^2$