Srednje škole – 1. grupa

1. zadatak (12 bodova)

Tijelo se giba po x-osi. U početnom trenutku $t = 0$ s tijelo se nalazi u ishodištu koordinatnog sustava. Na slici je prikazana ovisnost brzine tijela o vremenu.

a) Izračunajte ubrzanje i prijeđeni put u pojedinim vremenskim intervalima.
b) Izračunajte ukupan prijeđeni put i srednju brzinu za prikazano gibanje.
c) Nacrtajte x-t i a-t grafove.

2. zadatak (10 bodova)

Tijelo se giba jednoliko ubrzano po x-osi te u dva uzastopna vremenska intervala $\Delta t_1 = \Delta t_2 = 4$ s prijeđe puteve $\Delta x_1 = 24$ m i $\Delta x_2 = 64$ m. Ako je u početnom trenutku $t = 0$ s, brzina tijela bila jednaka nuli, izračunajte:

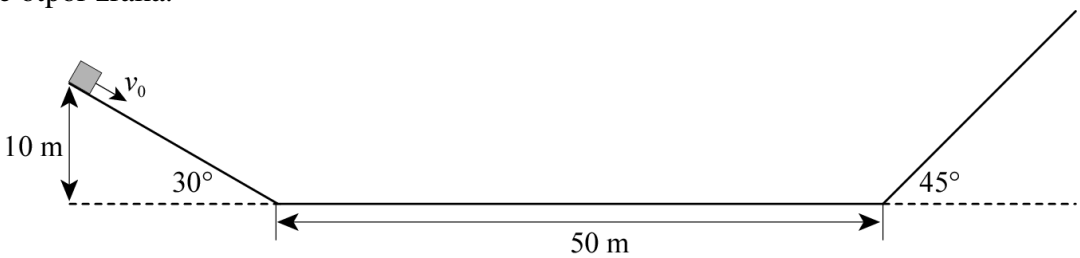
a) Ubrzanje tijela.
b) Ukupno vrijeme gibanja tijela od početnog trenutka do kraja drugog vremenskog intervala.
c) Ukupan put koji tijelo prijeđe od početnog trenutka do kraja drugog vremenskog intervala.

3. zadatak (10 bodova)

U početnom trenutku tijelo mase 5 kg nalazi se na kosini nagiba 30° i ima brzinu $v_0 = 8$ m/s, kao što je prikazano na slici.

a) Gdje će se tijelo prvi put zaustaviti, ako je trenje zanemarivo?
b) Gdje će se tijelo prvi put zaustaviti, ako koeficijent kinetičkog trenja između tijela i svih podloga iznosi 0.2?

Zanemarite otpor zraka.



4. zadatak (9 bodova)

Na tankoj niti zanemarive mase visi kuglica mase 100 g. Kuglicu otklonimo od ravnotežnog položaja za kut 60° u odnosu na vertikalu te ju pustimo bez početne brzine. Izračunajte koliku najveću napetost može izdržati nit, ako nit pukne u trenutku prolaska kroz ravnotežni položaj. Zanemarite otpor zraka.

5. zadatak (9 bodova)

Top mase 1 t miruje na horizontalnoj podlozi. Iz topa je ispaljena granata mase 20 kg u horizontalnom smjeru. Nakon ispaljivanja granate top otkliže po horizontalnoj podlozi te se zaustavi nakon što je prešao put od 50 cm. Koeficijent kinetičkog trenja između topa i podloge iznosi 0.8. Izračunajte brzinu granate neposredno nakon ispaljivanja!

Srednje škole – 1. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (12 bodova)

a) Ubrzanje tijela u pojedinim vremenskim intervalima:

$$a_{0\to 6} = \frac{1\ \text{m/s} - 10\ \text{m/s}}{6\ \text{s}} = -1.5\ \text{m/s}^2$$

$$a_{6\to 10} = 0\ \text{m/s}^2$$

$$a_{10\to 16} = \frac{4\ \text{m/s} - 1\ \text{m/s}}{6\ \text{s}} = 0.5\ \text{m/s}^2$$ (3 boda)

Prijeđeni put u pojedinim vremenskim intervalima:

$$x_{0\to 6} = 10\ \text{m/s} \cdot 6\ \text{s} - \frac{1}{2} \cdot 1.5\ \text{m/s}^2 \cdot (6\ \text{s})^2 = 33\ \text{m}$$

$$x_{6\to 10} = 1\ \text{m/s} \cdot 4\ \text{s} = 4\ \text{m}$$

$$x_{10\to 16} = 1\ \text{m/s} \cdot 6\ \text{s} + \frac{1}{2} \cdot 0.5\ \text{m/s}^2 \cdot (6\ \text{s})^2 = 15\ \text{m}$$ (3 boda)

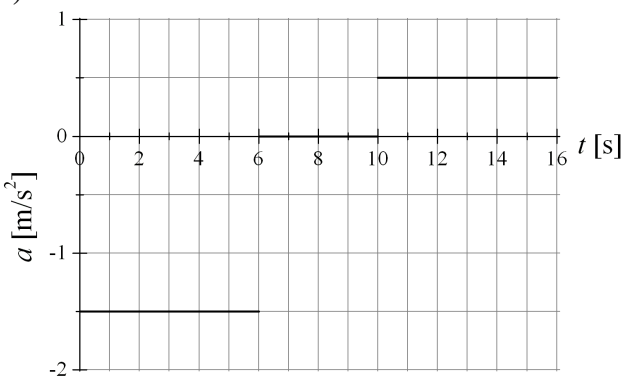
b) Ukupan prijeđeni put jednak je:

$$x_{ukupno} = x_{0\to 6} + x_{6\to 10} + x_{10\to 16} = 52\ \text{m}$$ (1 bod)

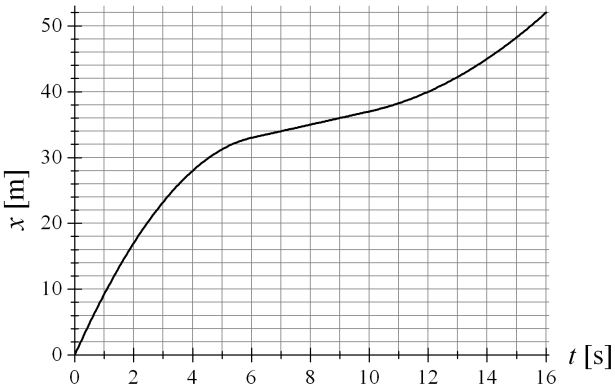
Srednja brzina jednaka je:

$$\overline{v} = \frac{x_{ukupno}}{t_{ukupno}} = \frac{52\ \text{m}}{16\ \text{s}} = 3.25\ \text{m/s}$$ (1 bod)

c)



(2 boda)



(2 boda)

Zadatak 2 (10 bodova)

a) Prijeđeni put u zadanim vremenskim intervalima je:

$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$ (1 bod)

$$\Delta x_2 = v_2 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$ (1 bod)

Gdje je v_1 brzina tijela na početku prvog vremenskog intervala, a v_2 je brzina tijela na kraju prvog, odnosno na početku drugog vremenskog intervala. Također vrijedi:

$$v_2 = v_1 + a\Delta t$$ (1 bod)

Rješavanjem sustava jednadžbi dobije se:

$$a = \frac{\Delta x_2 - \Delta x_1}{(\Delta t)^2} = 2.5 \text{ m/s}^2$$ (2 boda)

b) Označimo s t_0 vrijeme od početka gibanja do početka prvog vremenskog intervala. Tada za prijeđeni put u prvom vremenskom intervalu možemo pisati:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}a(t_0 + \Delta t)^2 - \frac{1}{2}at_0^2$$ (1 bod)

Slijedi:

$$t_0 = \frac{\Delta x_1}{a\Delta t} - \frac{\Delta t}{2} = 0.4 \text{ s}$$ (2 boda)

$$t_{ukupno} = t_0 + 2\Delta t = 8.4 \text{ s}$$ (1 bod)

c) Ukupan put koji tijelo prijeđe od početka gibanja do kraja drugog vremenskog intervala je:

$$\Delta x_{ukupno} = \frac{1}{2}at_{ukupno}^2 = 88.2 \text{ m}$$ (1 bod)

Zadatak 3 (10 bodova)

a) Tijelo će se zaustaviti na drugoj kosini na visini koja je određena zakonom očuvanja energije:

$$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh$$ (2 boda)

$$h = h_0 + \frac{v_0^2}{2g} = 13.26 \text{ m}$$ (1 bod)

Odnosno, tijelo će prijeći put od $l = \sqrt{2}h = 18.75$ m po drugoj kosini.

b) Početna energija tijela jednaka je:

$$E = mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = 650.5 \text{ J}$$ (1 bod)

Rad sile trenja prilikom spuštanja niz kosinu iznosi:

$$W_{tr1} = \mu mg\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2h_0 = 170 \text{ J}$$ (3 boda)

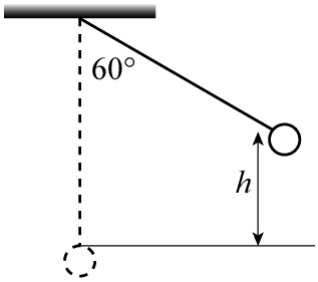
Razlika energija $E - W_{tr}$ jednaka je radu sile trenja na ravnoj podlozi:

$$E - W_{tr1} = W_{tr2} = \mu mgl$$ (2 boda)

$$l = \frac{E - W_{tr1}}{\mu mg} = 49 \text{ m}$$ (1 bod)

Prema tome, tijelo će se zaustaviti na ravnoj podlozi 1 m prije druge kosine.

Zadatak 4 (9 bodova)



U trenutku prolaska kroz ravnotežni položaj vrijedi:

$$F_{cp} = \frac{mv^2}{l} = T - mg$$

$$T = m\left(\frac{v^2}{l} + g\right)$$ (3 boda)

Brzinu kuglice u trenutku prolaska kroz ravnotežni položaj odredimo iz zakona očuvanja energije:

$$mgh = mg\frac{l}{2} = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v^2 = gl$$ (3 boda)

Uvrštavanjem slijedi:

$$T = 2mg = 1.962 \text{ N}$$ (3 boda)

Zadatak 5 (9 bodova)

Brzinu granate neposredno nakon ispaljivanja odredimo iz zakona očuvanja količine gibanja:

$$0 = m_1 v_1 - m_2 v_2$$ (2 boda)

$$v_1 = \frac{m_2}{m_1} v_2$$ (1 bod)

Kinetička energija topa neposredno nakon sudara jednaka je radu sile trenja:

$$\frac{1}{2} m_2 v_2^2 = W_{tr} = \mu m_2 g l \quad \Rightarrow \quad v_2 = \sqrt{2\mu g l} = 2.8 \text{ m/s}$$ (3 boda)

Uvrštavanjem u prethodnu jednadžbu za brzinu granate neposredno nakon ispaljivanja dobijemo:

$$v_1 = \frac{m_2}{m_1}\sqrt{2\mu g l} = 140 \text{ m/s}$$ (3 boda)