Srednje škole - 4. grupa

1. zadatak (10 bodova)

Promotrite, neovisno jednu od druge, dvije tanke leće načinjene od različitog stakla: jedna od borosilikatnog, a druga od gustog flint stakla. Obje granične plohe kod obiju sabirnih leća imaju polumjer zakrivljenosti 10cm. Indeks loma borosilikatnog stakla mijenja se od 1,51 za crvenu svjetlost do 1,53 za ljubičastu, a gustog flint stakla od 1,72 za crvenu do 1,80 za ljubičastu svjetlost.

Gdje će svaka od leća fokusirati uski paralelan snop bijele svjetlosti koja upada po optičkoj osi leće? Opišite nastalu sliku!

Za borosilikatnu leću izračunajte položaj i veličinu slike predmeta čija je veličina 1mm i koji je smješten na optičkoj osi na udaljenosti 12cm od središta leće! Što bi se vidjelo kad bi u prostor gdje se pojavljuje slika ispustili paru?

Navedite prednost i nedostatak svake leće pri uporabi za korekciju vida!

2. zadatak (10 bodova)

Odašiljač radio postaje emitira elektromagnetske valove frekvencije 800kHz (tzv. dugi valovi). Radio prijemnik je udaljen 40km od odašiljača. Valovi od odašiljača do radio prijemnika stižu duž dvije putanje: jedna je ravno od odašiljača do prijemnika, a druga je nakon refleksije na sloju ionosfere. Pri toj refleksiji nema pomaka u fazi. Na kojoj je najmanjoj mogućoj visini taj sloj ionosfere, za koju se pojavi destruktivna interferencija?

3. zadatak (10 bodova)

Fotoreceptorske stanice na mrežnici oka udaljene su međusobno 1μm. Koliki je promjer zjenice (otvor kroz koji ulazi svjetlost u oko) koja bi davala difrakcijsku sliku udaljenog predmeta takvu da prvi minimum bude na mjestu fotoreceptorske stanice koja je susjedna od one gdje se pojavio maksimum? Mrežnica je od zjenice udaljena 2cm, a unutar oka je fluid indeksa loma 1.336. Za valnu duljinu uzmite 550nm. Usporedbom s vlastitim okom, zaključite da li gustoća receptora ograničava rezoluciju/jasnoću slike koju gledamo?

4. zadatak (10 bodova)

Elektron u poluvodiču može se gibati kao slobodan, s tim da mu je zbog međudjelovanja s kristalnom rešetkom efektivna masa promijenjena. Određen defekt u siliciju ima manjak jednog elementarnog naboja te djeluje privlačno na gibajući elektron. Elektron se stoga giba slično kao u vodikovu atomu, s tim da je u tom poluvodiču relativna permitivnost 12. Izvedite izraz za dopuštene energije elektrona koji se giba oko nabijenog defekta u siliciju! Kolika je efektivna masa elektrona ako je izmjerena valna duljina fotona emitiranog pri prijelazu elektrona iz prvog pobuđenog stanja u osnovno stanje 15.73μm?

5. zadatak (10 bodova)

Buga i Tuga promatraju istu česticu koja se giba određenom brzinom. Buga tvrdi da je količina gibanja čestice $8{,}68\cdot10^{-19}$kgm/s, a Tuga tvrdi da je količina gibanja čestice $7{,}09\cdot10^{-19}$kgm/s. Tko je u pravu: Buga ili Tuga? (Jedna je računala relativistički, a druga nerelativistički.) Kolike su masa i kinetička energija promatrane čestice?

h=6,626·10^{-34}Js, c=3·10^{8}m/s, ε_0=8,854·10^{-12}F/m, e=1,6·10^{-19}C

Srednje škole - 4. grupa
Rrješenja i bodovanje

1. zadatak (10 bodova)

Žarišna daljina leće dana je s $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$, gdje je n indeks loma stakla, a R_1 i R_2 polumjeri zakrivljenosti granične plohe leće. Kod nas je $R_2 = -R_1$, pa je $f = \frac{R}{2(n-1)}$. **(2 boda)**

Za borosilikatnu leću je $f_{b,crv}$=9,80cm i $f_{b,ljub}$=9,43cm, dok je za flint leću $f_{f,crv}$=6,94cm i $f_{f,ljub}$=6,25cm . **(1 bod)**

Na tim mjestima će se fokusirati snop pripadne boje, a između crvene i ljubičaste krajnje točke bit će na optičkoj osi svijetla linija s kontinuiranom promjenom boje iz spektra bijele svjetlosti. **(1 bod)**

Iz $\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x'}$ slijedi $x' = \frac{fx}{x-f}$, a iz $\frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x}$ slijedi $y' = -\frac{fy}{x-f}$. **(2 boda)**

Za crvenu svjetlost je x'=53,45cm i y'=4,45mm, a za ljubičastu x'=44,03cm i y'=3.67mm.**(1 bod)**

Na pari koja djelomično raspršuje svjetlost bi se vidjelo između ova dva položaja razvučenu sliku koja kontinuirano mijenja boju i s kontinuiranom promjenom veličine. **(1 boda)**

Borosilikatna leća manje rastavlja/razvlači sliku po bojama, ali mora biti deblja zbog manjeg indeksa loma. Flint leća može biti tanja zbog većeg indeksa loma, ali jače rastavlja/razvlači sliku po bojama. **(2 boda)**

2. zadatak (10 bodova)

Ako je udaljenost odašiljača i prijemnika D, onda zraka koja se reflektira na polovici puta na sloju ionosfere prijeđe put $2\sqrt{H^2 + (D/2)^2}$, gdje je H visina na kojoj je sloj. **(2 boda)**

Razlika puta s obzirom na direktnu zraku je $\Delta = 2\sqrt{H^2 + (D/2)^2} - D$. **(2 boda)**

Kako H raste, povećava se Δ, i kad postane $\Delta=\lambda/2$, dogodi se prva destruktivna interferencija. **(2 boda)**

Slijedi $H = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 + \lambda D}$. **(2 boda)**

Za $\lambda=c/\nu$, gdje je $\nu=8\cdot10^5$Hz i D=40000m dobije se H=1940m kao najniža visina sloja ionosfere za koju se pojavi destruktivna interferencija. **(2 boda)**

3. zadatak (10 bodova)

Za difrakciju na kružnom otvoru pojavit će se minimum pod kutom za koji je $na\sin\theta=1{,}22\lambda$, gdje je n=1.336 indeks loma sredstva, a promjer zjenice, te λ=550nm. **(3 boda)**

Da bi na jednom fotoreceptoru bio maksimum, a na drugom (susjednom) minimum, treba biti $\mathrm{tg}\theta=d/l$, gdje je d=1μm udaljenost među fotoreceptorima i l=2cm udaljenost mrežnice od zjenice. **(3 boda)**

Za mali kut je sinθ = tgθ pa slijedi $a = \frac{1{,}22\lambda l}{nd}$ =1cm. **(2 boda)**

Budući da je zjenica dosta manja, difraktirani snop je jače raširen nego što je razmak među fotoreceptorima, pa njihova gustoća nije ograničavajući faktor na rezoluciju slike, već je to difrakcija. **(2 boda)**

4. zadatak (10 bodova)

m je efektivna masa elektrona, *q* njegov naboj, a *Q* naboj defekta (oba iznose *e*).

Kutna količina gibanja mu je kvantizirana: $L_n = mv_n r_n = n\frac{h}{2\pi}$. **(1 bod)**

Stabilnost putanje određena mu je s: $\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r_n^2} = m\frac{v_n^2}{r_n}$. **(1 bod)**

Te dvije jednadžbe daju $r_n = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r n^2 h^2}{\pi mqQ}$ i $v_n = \frac{qQ}{2\varepsilon_0\varepsilon_r nh}$. **(2 boda)**

Ukupna energija elektrona je $E_n = \frac{mv_n^2}{2} - \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r_n} = -\frac{mq^2Q^2}{8h^2\varepsilon_0^2\varepsilon_r^2 n^2}$. **(2 boda)**

Valna duljina emitiranog fotona je $\lambda_{21} = \frac{hc}{E_2 - E_1}$=15.73μm. **(1 bod)**

Razlika energija $E_2 - E_1 = \frac{3}{4}\frac{mq^2Q^2}{8h^2\varepsilon_0^2\varepsilon_r^2}$ **(1 bod)**

Slijedi efektivna masa elektrona $m = \frac{32h^3c\varepsilon_0^2\varepsilon_r^2}{3\lambda_{21}e^4}$ =1,02·10^{-30}kg. **(2 boda)**

5. zadatak (10 bodova)

E je ukupna energija, *K* kinetička energija, *p* količina gibanja i *m* masa mirovanja čestice.

Iz $E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$ i $E = K + mc^2$ slijedi $p = \sqrt{2Km + \frac{K^2}{c^2}}$. **(3 boda)**

Za nerelativistički slučaj je $p_n = \sqrt{2Km}$. **(1 bod)**

Buga je u pravu jer je relativistička vrijednost veća. **(2 boda)**

Eliminacijom *m* dobije se $K = c\sqrt{p^2 - p_n^2}$, a potom $m = \frac{p_n^2}{2K}$. **(2 boda)**

Slijedi *m*=1,67·10^{-27}kg i *K*=1,5·10^{-10}J. **(2 boda)**