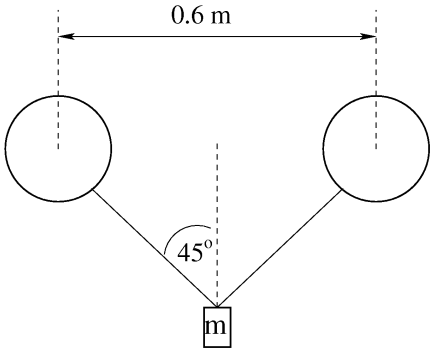
ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2009/10 – 10.3.2010.

Srednje škole – 2. grupa

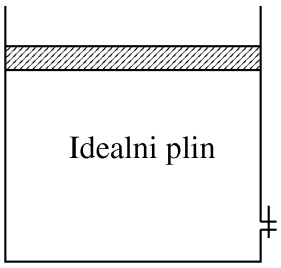
1. zadatak (11 bodova)

O dva jednaka balona napunjena helijem obješen je nitima mali metalni uteg mase m = 5 g i svi lebde u zraku kao što prikazuje slika. Svaki balon nabijen je nabojem Q. Odredite Q i masu helija. Gustoća helija i zraka su redom 0.18 kg/m^3 i 1.2 kg/m^3. Materijal od kojeg je napravljen svaki balon je zanemarive debljine i ima masu 0.1 g.
k = 9·10^9 Nm^{2}C^{-2}



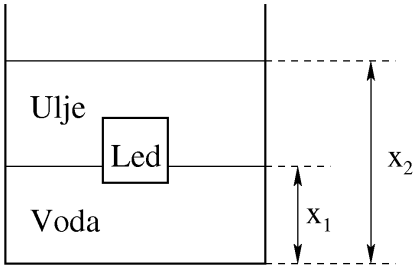
2. zadatak (10 bodova)

U cilindru poprečnog presjeka S = 0.01 m^2 nalazi se idealni plin.
Cilindar je zatvoren klipom mase m = 1 kg koji može kliziti bez trenja. Cilindar se već duže vrijeme nalazi ne temperaturi 23°C i klip miruje na visini h_1 = 1 m. Atmosferski tlak je 10^5 Pa. Otvaranjem ventila iz cilindra se polako ispusti dio plina te se ventil zatvori. Ravnotežni položaj klipa je sada na visini h_2 = 0.8 m. Za koliko se mora povisiti temperatura da bi se klip vratio na početnu visinu od 1 m? Opća plinska konstanta iznosi 8.314 JK^{-1}mol^{-1}.



3. zadatak (9 bodova)

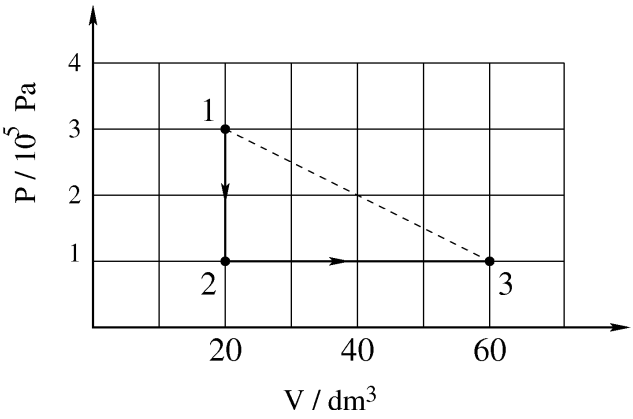
U cilindričnoj posudi je voda i iznad nje ulje.
Kockica leda volumena 1 dm^3 pliva tako da je jednim dijelom uronjena u vodu, a drugim u ulje. Površina dna posude je 2 dm^2. Granica vode i ulja je na visini x_1, a granica ulja i zraka je na visini x_2. Za koliko će se promijeniti x_1 i x_2 kada se led otopi? Gustoće leda, ulja i vode su redom: 920 kg/m^3, 900 kg/m^3 i 1000 kg/m^3.



4. zadatak (9 bodova)

Prijelaz idealnog plina iz stanja 1 preko stanja 2 u stanje 3 prikazan je u pV grafu.

a) Izračunajte omjer početne i konačne temperature plina
b) Koliko je topline plin izmijenio s okolinom tijekom prijelaza $1 \to 2 \to 3$? Je li plin primio ili dao toplinu?
c) Koliko bi topline plin izmijenio s okolinom da se prijelaz iz 1 u 3 odvijao preko isprekidane linije



na grafu? Toplinski kapaciteti plina pri stalnom volumenu i tlaku su $C_V = \frac{5}{2}R$ i $C_p = \frac{7}{2}R$.

5. zadatak (11 bodova)

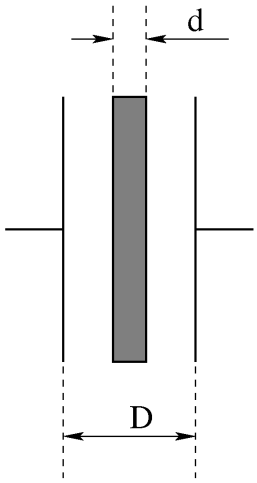
Pločasti kondenzator, čije su ploče udaljene D = 5 mm, spoji se na izvor istosmjernog napona *U*=300 V. Izvor se zatim odspoji i između ploča kondenzatora stavi se pločica debljine d = 2 mm. Pločica je jednako udaljena od svake ploče kondenzatora. Hoće li se nakon umetanja pločice promijeniti (u odnosu na stanje prije umetanja pločice) razlika potencijala među pločama kondenzatora ako je pločica od

a) metala

b) dielektrika relativne permitivnosti 2.

U slučaju pozitivnog odgovora, izračunajte koliko ta promjena iznosi.

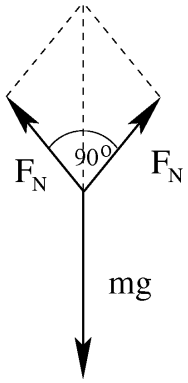
Površina umetnute pločice okrenuta prema ploči kondenzatora jednaka je površini ploče kondenzatora.



ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2009/10 – 10.3.2010.

Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (11 bodova)



Slika 1

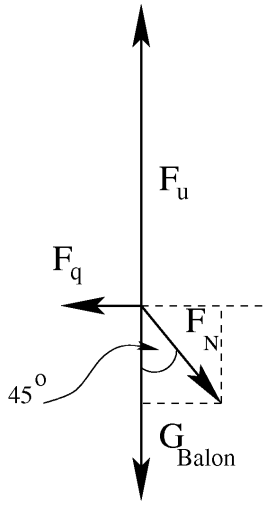
Slika 1 prikazuje sile koje djeluju na uteg: gravitacijska sila ($G_{uteg} = mg$) i dvije sile napetosti niti (F_N) **(1 bod).** Budući da uteg miruje, ukupna sila na njega je jednaka nuli, pa iznos gravitacijske sile mora biti jednak iznosu vektorskog zbroja sila napetosti:

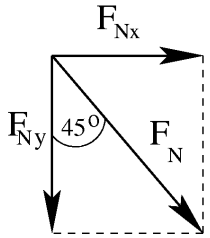
$$mg = \sqrt{2}F_N$$

tj.

(1) $$F_N = \frac{mg\sqrt{2}}{2}$$ **(1 bod)**

Slika 2a prikazuje dijagram sila za balon napunjen helijem. Ukupna masa balona je $m_{He} + m_{Balon}$, volumen je *V* i središta balona su udaljena za *r = 0.6* m.





Slika 2a Slika 2b

Na svaki balon djeluju četiri sile: elektrostatska odbojna sila $F_q = k\frac{Q^2}{r^2}$, sila napetosti F_N, gravitacijska sila $G_{Balon} = (m_{He} + m_{Balon})g$ i sila uzgona $F_u = Vg\rho_{zrak}$ **(1 bod).** Silu napetosti možemo rastaviti na dvije komponente (slika 2b):

$$F_{Nx} = \frac{F_N}{\sqrt{2}} \text{ i } F_{Ny} = \frac{F_N}{\sqrt{2}}$$ **(1 bod).**

Budući da balon miruje, ukupna sila na njega je jednaka nuli pa vrijedi:

(2) $$F_q = F_{Nx}$$ **(1 bod)**

(3) $$F_u = F_{Ny} + G_{Balon}$$ **(1 bod)**

Uvrštavanjem odgovarajućih izraza za sile te izraza **(1)** u izraz **(2)** dobiva se:

$$k\frac{Q^2}{r^2} = \frac{mg\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$$

pa je

$$Q = \sqrt{\frac{mg}{2}\frac{r^2}{k}} = \sqrt{\frac{0.005\text{kg}\cdot 9.81\text{m/s}^2}{2}\frac{(0.6\text{m})^2}{9\cdot 10^9\,\text{Nm}^2\text{C}^{-2}}} = 0.99\mu\text{C}$$ **(2 boda)**

Masa helija se odredi pomoću relacije **(3).** Uvrštavajući u **(3)** izraz za silu napetosti **(1)** dobiva se:

$$F_u = \frac{mg\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} + (m_{He} + m_{balon})g$$

Budući da je debljina materijala od kojeg je napravljen balon zanemariva, vrijedi $V = m_{He}/\rho_{He}$, pa je

$$\frac{m_{He}}{\rho_{He}}\rho_{zrak}\,g = \frac{mg\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} + (m_{He} + m_{Balon})g$$ **(1 bod)**

i konačno

$$m_{He} = \frac{\frac{m}{2} + m_{Balon}}{\frac{\rho_{zrak}}{\rho_{He}} - 1} = \frac{0.0025\text{kg} + 0.0001\text{kg}}{\frac{1.2\text{kg/m}^3}{0.18\text{kg/m}^3} - 1} = 0.000459\text{kg} = 0.459\text{g}$$ **(2 boda)**

2. zadatak (10 bodova)

Veličine kojima opisujemo stanje plina označit ćemo indeksima 1, 2 i 3.

1 – početna situacija, klip miruje na visini h_1

2 – nakon ispuštanja plina i zatvaranja ventila, klip miruje na visini h_2

3 – nakon povećanja temperature, klip miruje na visini h_3.

Na klip djeluju tri sile: gravitacijska sila (mg) prema dole, sila kojom plin u cilindru djeluje na klip(Sp_1) prema gore i sila zbog atmosferskog tlaka (Sp_o) prema dole. Budući da klip miruje, ukupna sila na njega je nula pa vrijedi:

(*) $$Sp_o + mg = Sp_1$$ **(1 bod)**

Iz gornjeg izraza lako se dobije da je tlak plina kada je klip u ravnotežnom položaju:

$$p_1 = (Sp_o + mg)/S = 100981\text{ Pa}$$ **(1 bod)**

Početni broj molova plina računamo primjenom jednadžbe stanja idealnog plina:

$p_1V_1 = n_1RT_1$, pri čemu je $V_1 = Sh_1$ **(1 bod)**

pa se za početnu množinu tvari dobiva

$$n_1 = \frac{p_1Sh_1}{RT_1} = \frac{100981Pa\cdot 0.01m^2\cdot 1m}{8.314JK^{-1}mol^{-1}\cdot 296.15K} = 0.4101\text{ mol}$$ **(1 bod)**

U stanju 2 tlak i temperatura plina su kao i u stanju 1, ali broj molova plina u posudi se smanjio pa je i volumen manji. Tlak mora biti isti jer i dalje vrijedi ravnotežni uvjet **(*).**
Kada klip miruje na visini h_2, vrijedi:

$p_2V_2 = n_2RT_2$, pri čemu su $T_2 = T_1$, $V_2 = Sh_2$ **(1 bod)**

i $p_2 = p_1$ **(1 bod)**

pa je

$$n_2 = \frac{p_1Sh_2}{RT_1} = \frac{100981Pa \cdot 0.01m^2 0.8m}{8.314JK^{-1}mol^{-1}296.15K} = 0.3281 \text{ mol}$$ **(1 bod)**

Povećanjem temperature plina, klip se vraća na početnu visinu i tada vrijedi:

$p_3Sh_3 = n_3RT_3$, pri čemu je $n_3 = n_2$, $h_3 = h_1$, $p_3 = p_1$ **(1 bod)**

pa je

$$T_3 = \frac{p_1Sh_1}{n_2R} = \frac{100981Pa \cdot 0.01m^2 \cdot 1m}{0.3281mol \cdot 8.314JK^{-1}mol^{-1}} = 370.19 \text{ K}$$ **(1 bod)**

Dakle, temperatura plina se mora povećati za 370.19 K – 296.15 K = 97.04 K. **(1 bod)**

3. zadatak (9 bodova)

Na kockicu leda djeluju gravitacijska sila (prema dole) i dvije sile uzgona (prema gore). Ukupna sila na kockicu leda je nula. Označimo s M i V masu i volumen kockice leda i s x dio volumena kockice koji je uronjen u vodu.

$$Mg = F_u(voda) + F_u(ulje)$$ **(1 bod)**

$$Mg = xV\rho_{voda}g + (1-x)V\rho_{ulje}g$$ **(1 bod)**

Uzevši u obzir da je $M = V\rho_{led}$, dobiva se

$$x = (\rho_{led} - \rho_{ulje})/(\rho_{voda} - \rho_{ulje}) = 0.2$$ **(1 bod)**

Otapanjem leda dobiva se voda volumena

$$V_{voda} = \frac{M}{\rho_{voda}} = \frac{V_{led}\rho_{led}}{\rho_{voda}} = \frac{1dm^3 \cdot 920kg/m^3}{1000kg/m^3} = 0.92\text{dm}^3$$ **(1 bod)**

Dijelom te vode popuni se volumen koji je zauzimala kockica leda ($xV = 0.2\text{dm}^3$), a ostatak ($V_{voda} - xV = 0.72\text{dm}^3$) uzrokuje povećanje razine vode, a time i visine na kojoj je granica voda-ulje (x_1 na slici) za h **(1 bod).**

Površina dna posude je $S = 2dm^2$ i vrijedi $Sh = 0.72\text{dm}^3$, pa je $h = \frac{0.72dm^3}{2dm^2} = 0.36\text{dm}$ **(1 bod).**

Ulje mora popuniti volumen koji je zauzimala kockica leda u ulju ($(1-x)V = 0.8\text{dm}^3$), pa se zbog toga razina ulja snizi za H **(1 bod).** Vrijedi $SH = 0.8\text{dm}^3$, pa je $H = 0.4\text{dm}$ **(1 bod).**
Visina na kojoj je granica ulja i zraka (x_2 na slici) će se smanjiti za 0.4 dm-0.36 dm = 0.04 dm **(1 bod).**

4. zadatak (9 bodova)

Stanje 1: p_1, V_1, T_1

Stanje 2: p_2, $V_2 = V_1$, T_2

Stanje 3: $p_3 = p_2$, V_3, T_3

Prema jednadžbi stanja idealnog plina vrijedi:

(*) $p_i V_i = nRT_i$, $i = 1,2,3$

pa je $nT_i = \dfrac{p_i V_i}{R}$

a) U procesu $1 \to 2$ plinu se tlak izohorno smanjuje, a u $2 \to 3$ plinu se volumen izobarno povećava pa vrijedi:

(**) $\dfrac{p_1}{T_1} = \dfrac{p_2}{T_2}$ **(1 bod)** i $\dfrac{V_2}{T_2} = \dfrac{V_3}{T_3}$ **(1 bod)**

Kombiniranjem jednadžbi **(**)** dobije se da su početna i konačna temperatura jednake:

$$\frac{T_1}{T_3} = \frac{p_1 V_2}{V_3 p_2} = \frac{3 \cdot 10^5\, Pa \cdot 0.02 m^3}{0.06 m^3 \cdot 10^5\, Pa} = 1 \qquad \textbf{(1 bod)}$$

b) Iz (**) lako se vidi da se u prvom procesu temperatura plina (a time i njegova unutarnje energija) smanjuje, a u drugom se povećava. Osim toga, prvi proces ($1 \to 2$) je izohoran, pa je obavljeni rad nula što prema prvom zakonu termodinamike ($Q = \Delta U + W$) znači da je plinu potrebno oduzeti toplinu da bi mu se smanjilo unutarnju energiju. U drugom procesu ($2 \to 3$), plin obavlja rad i povećava mu se temperatura (a time i unutarnja energija), pa je plinu potrebno dati toplinu.

U procesu $1 \to 2 \to 3$ plin izmjenjuje s okolinom topline:

$Q_{1\to 2} = nC_V \Delta T = C_V (nT_2 - nT_1)$ i $Q_{2\to 3} = nC_p \Delta T = C_p (nT_3 - nT_2)$ **(1 bod)**

Uzimajući u obzir relaciju **(*)** lako se dobije da plin najprije predaje, a zatim prima toplinu:

$$Q_{1\to 2} = \frac{C_V}{R}(p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{5/2R}{R}(10^5\, Pa \cdot 0.02 m^3 - 3 \cdot 10^5\, Pa \cdot 0.02 m^3) = -10000\text{J} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

(Da plin predaje toplinu okolini vidi se i po tome sto je $Q_{1\to 2} < 0$.)

$$Q_{2\to 3} = \frac{C_p}{R}(p_3 V_3 - p_2 V_2) = \frac{7/2\text{R}}{R}(10^5\, Pa \cdot 0.06 m^3 - 10^5\, Pa \cdot 0.02 m^3) = 14000\text{J} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Ukupno, u procesu $1 \to 2 \to 3$, plin primi toplinu -10000 J + 14000 J = 4000 J **(1 bod).**

Toplinu koju plin izmijeni s okolinom tijekom direktnog prijelaza iz 1 u 3 (isprekidana linija na pV grafu) dobit ćemo primjenom prvog zakona termodinamike $Q = \Delta U + W$. Budući

da su početna i konačna temperatura jednake ($T_1 = T_3$), nema promjene unutarnje energije plina, pa je toplina jednaka obavljenom radu plina tj. $Q = W$ **(1 bod).**
Rad je jednak površini ispod krivulje u pV grafu. U našem slučaju, površina trapeza ispod isprekidane linije je $\frac{(3\cdot 10^5\,\mathrm{Pa} + 10^5\,\mathrm{Pa})\cdot 0.04\mathrm{m}^3}{2} = 8000\mathrm{J}$, pa prema tome plin prima od okoline toplinu od 8000 J **(1 bod).**

5. zadatak (11 bodova)
Spajanjem kondenzatora kapaciteta C na napon U = 300 V, kondenzator se nabije i na njegovim pločama je naboj

$$Q = CU = \varepsilon_o \frac{S}{D} U \qquad \textbf{(1 bod)}$$

pri čemu je S površina svake ploče kondenzatora. Odspajanjem kondenzatora napon i naboj na kondenzatoru se ne mijenjaju. Umetanjem pločice naboj se ne mijenja, ali se mijenja kapacitet pa će se promijeniti i napon (tj. razlika potencijala među pločama).

a) Zbog djelovanja električnog polja pozitivni i negativni naboji unutar metalne pločice se razdvajaju i to tako da ukupno (vanjsko (od ploča kondenzatora) + 'unutarnje' (zbog preraspodjele naboja u metalnoj pločici)) električno polje unutar metalne pločice bude nula.
Konačno dobivamo situaciju kao na slici a) (dva serijski spojena kondenzatora) **(1 bod)**.
Ukupni kapacitet (označimo ga s C_a) je jednak serijskom spoju dva kondenzatora (C_1 i C_2) za koje vrijedi

$$C_1 = C_2 = \varepsilon_o \frac{S}{(D-d)/2} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Ukupni kapacitet serijskog spoja kondenzatora je

$$\frac{1}{C_a} = \sum_i \frac{1}{C_i},\ i = 1,2$$

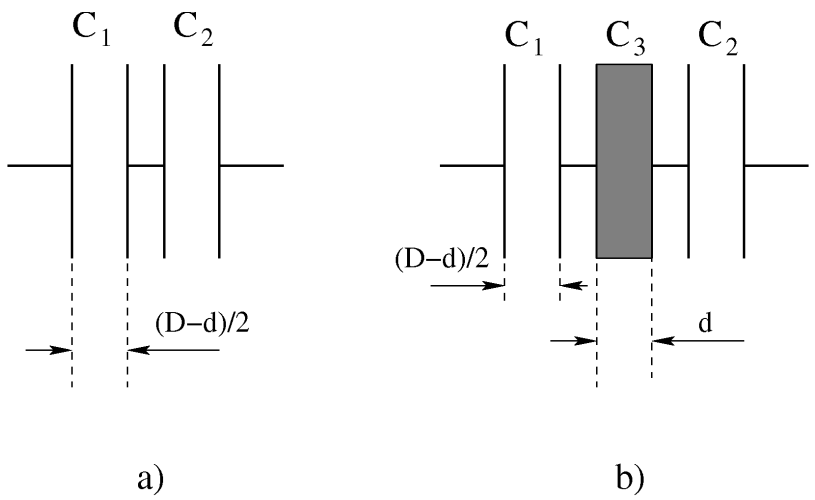
pa je

$$C_a = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \varepsilon_o \frac{S}{D-d} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Naboj na pločama kondenzatora se nije promijenio umetanjem metalne pločice, pa su ploče kondenzatora sada na naponu:

$$U_a = \frac{Q}{C_a} = U\frac{D-d}{D} = 300V\frac{5mm - 2mm}{5mm} = 180\mathrm{V} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Dakle, razlika potencijala među pločama je manja za $U - U_a = 120\mathrm{V}$ **(1 bod)**



b) Zbog djelovanja električnog polja dolazi do preraspodjele naboja unutar dielektrika, no za razliku od prethodnog slučaja, konačno polje u dielektriku nije jednako nuli. Konačno dobivamo situaciju kao na slici b) (tri serijski spojena kondenzatora) **(1 bod)**. Ukupni kapacitet (C_b) je jednak serijskom spoju tri kondenzatora (C_1, C_2 i C_3) za koje vrijedi

$$C_1 = C_2 = \varepsilon_o \frac{S}{(D-d)/2} \text{ i } C_3 = \varepsilon_o \varepsilon_r \frac{S}{d} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Kapacitet serijskog spoja tri kondenzatora je:

$$C_b = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_1 C_3} = \varepsilon_o S \frac{\varepsilon_r}{d + \varepsilon_r (D-d)} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Naboj na pločama kondenzatora se nije promijenio umetanjem pločice, pa su ploče kondenzatora na naponu:

$$U_b = \frac{Q}{C_b} =$$

$$= \frac{\varepsilon_o \frac{S}{D} U}{\varepsilon_o S \frac{\varepsilon_r}{d + \varepsilon_r (D-d)}} = U \frac{d + \varepsilon_r (D-d)}{\varepsilon_r D} = 300\text{V} \frac{2 + 2(5-2)}{2 \cdot 5} = 240\text{V} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Dakle, razlika potencijala među pločama se smanjila za $U - U_b = 60\text{V}$ **(1 bod)**