ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2009/10 – 10.3.2010.

Srednje škole – 3. skupina

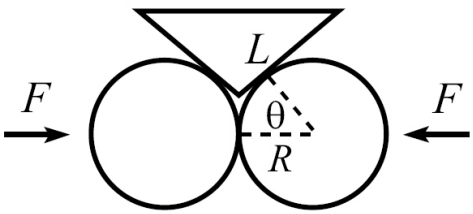
1. zadatak (10 bodova)
3 ravne, beskonačno dugačke žice zanemarivog polumjera i mase po jedinici duljine 4/3 grama po metru su međusobno jednako udaljene d=$\sqrt{3}$ cm. Žice leže u istoj ravnini i svaka nosi struju istog smjera i iznosa I=6,28A. Postoje dvije točke u prostoru gdje je magnetsko polje jednako nuli. Gdje se nalaze? a.) Srednja žica se pomakne za x=1mm (x je puno manje od d) prema jednoj od druge dvije žice, a druge dvije se pritom fiksiraju. Pomoću sile po jedinici duljine, napišite drugi Newtonov zakon za gibanje srednje žice. b.) Iskoristite da ako je b puno manji od d, tad vrijedi $(d \pm x)^{-n} = d^{-n}(1 \mu n \frac{x}{d})$. Sredite jednadžbu gibanja i pokažite da se radi o harmonijskom oscilatoru. Koliki je period titranja?

2. zadatak (10 bodova)
Tijelo je vezano za zid oprugom i harmonijski titra oko položaja ravnoteže kružnom frekvencijom ω=1Hz. Tijelo je na horizontalnoj podlozi i giba se bez trenja. a.) U jednom trenutku, sustav se zaustavi. Opruga se razreže na 4 jednaka dijela i tijelo se razreže na 4 jednaka dijela. Na jedan takav dio opruge se za zid spoji jedan dio tijela i pusti da titra. Kolika je kružna frekvencija titranja? Kako rezultat ovisi o amplitudi? b.) Umjesto na 4, opruga se razreže na N jednakih dijelova, a tijelo na M jednakih dijelova. Postoje li N i M takvi da je nova kružna frekvencija titranja jednaka $\sqrt{7}$ Hz? Ako da, koji? Ako ne, zašto?

3. zadatak (10 bodova)
Zavojnica unutarnjeg otpora R=40Ω i induktiviteta L=0,1H spojena je serijski sa promjenjivim otpornikom na izvor izmjeničnog napona V=220V i frekvencije f=50Hz. Kolikom snagom se grije zavojnica ($P=RI^2$) kad je iznos otpora promjenjivog otpornika jednak nuli? Koliki mora biti iznos otpora promjenjivog otpornika kako bi ta snaga bila duplo manja?

4. zadatak (10 bodova)
Izvor zvuka frekvencije f =390Hz i prijamnik smješteni su na istoj okomici na zid (u dvije različite točke). Izvor i prijemnik miruju, a zid se udaljava brzinom v=110m/s. Brzina zvuka u zraku je c=330m/s. Koliko zvukova detektira prijamnik? Kolika je razlika u frekvencijama tih zvukova? Koje frekvencije se čuju ako se zid udaljava brzinom v=440m/s?

5. zadatak (10 bodova)
Na dva kruga polumjera R smješten je jednakokračni trokut duljine kraka L. Svi objekti nalaze se u ravnini papira i imaju plošnu gustoću σ. Horizontalna linija čini kut θ sa točkama u kojima se trokut i krugovi dodiruju. Nema trenja među tijelima. a.) Odredite mase tijela na slici. b.) Odredite iznos sile F koja djeluje kao na slici da bi sustav mirovao. c.) izvrijednite rezultat za θ = 0.



Srednje škole – 3. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (10 bodova)
U točkama u kojima je magnetsko polje jednako nuli ponište se doprinosi sva tri magnetska polja. Prema pravilu desne ruke može se odrediti smjer polja pojedine žice i vidjeti da se te točke nalaze na spojnici žica, negdje između srednje i gornje, tj. donje žice **[1 bod]**. Ako se udaljenost tih točki od srednje žice označi sa y, vrijedi:

$$\frac{\mu_0 I}{2\pi(d-y)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi y} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(d+y)}$$ **[2 boda]**

Rješenja ove jednadžbe su:

$$y = \pm\frac{d}{\sqrt{3}} = 1\text{cm}$$ **[1 bod]**

a.) Ako se srednja žica pomakne za x=1mm prema gore, tad na nju djeluju dvije sile od preostale dvije žice. Te sile su suprotnog smjera jer su magnetska polja dvaju žica suprotnog smjera. Magnetska sila među bilo koje dvije žice jednaka je

$$F = BIl = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi\Delta} l$$ **[1 bod]**

pri čemu je Δ udaljenost među žicama. U ovom slučaju su te udaljenosti jednake d+x i d-x:

$$f = \frac{F}{l} = \frac{ma}{l} = \lambda a = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi(d+x)} - \frac{\mu_0 I^2}{2\pi(d-x)}$$ **[1 bod]**

b.) Ako se iskoristi relacija dana u zadatku sa n=1, slijedi:

$$f = \lambda a = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi(d+x)} - \frac{\mu_0 I^2}{2\pi(d-x)} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\frac{1}{d}(1-\frac{x}{d}) - \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\frac{1}{d}(1+\frac{x}{d}) = -\frac{\mu_0 I^2}{\pi d^2} x$$ **[2 boda]**

Dobila se jednadžba harmonijskog oscilatora sa $k = \frac{\mu_0 I^2}{\pi d^2} l$ i $m = \lambda l$. Period titranja je:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\pi\lambda}{\mu_0}}\frac{d}{I} = 2\pi\sqrt{\frac{\pi\cdot 4/3\cdot 10^{-3}}{4\pi\cdot 10^{-7}}}\frac{\sqrt{3}\cdot 10^{-2}}{6{,}28} = 1s$$ **[2 boda]**

2. zadatak (10 bodova)
Veza kružne frekvencije, mase tijela i konstante opruge dana je sa:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 1Hz \Rightarrow \frac{k}{m} = 1\frac{N}{kg\cdot m}$$ **[1 bod]**

a.) Kad se opruga razreže, promijeni joj se konstanta **[1 bod]**. Jedan od načina da se to vidi je ovaj: ako je konstanta npr. 1N/m, tad da se opruga rastegne 1m potreban je 1N. No, taj jedan metar može se gledati kao da se svaka polovica rastegla pola metra. Stoga, za svaku polovicu vrijedi da je

$$k' = \frac{F}{\Delta x} = \frac{1N}{0{,}5m} = 2N/m$$

Drugim riječima, ako se opruga razreže na pola, konstanta joj se udvostruči. Ako se razreže na četiri djela, konstanta se učetverostruči. Masa novog tijela je četvrtina početne mase tijela. [**2 boda]**

Tijelo je sad vezano za zid oprugom konstante k'=4k i ima masu m'=m/4. Nova kružna frekvencija iznosi:

$$\omega' = \sqrt{\frac{k'}{m/4}} = \sqrt{\frac{16k}{m}} = \sqrt{16}\sqrt{\frac{k}{m}} = 4\omega = 4Hz$$ **[2 boda]**

Period i frekvencija ne ovise o amplitudi. **[1 bod]**

b.) Ako se opruga razreže na N umjesto na 2 dijela, tad konstante novonastalih opruga iznose k'=Nk **[1 bod]**. Masa novonastalog tijela iznosi m'=m/M. Nova frekvencija titranja tad je jednaka:

$$\omega' = \sqrt{\frac{k'}{m'}} = \sqrt{\frac{Nk}{m/M}} = \sqrt{NM}\,\omega$$ **[1 bod]**

Zahtjev da to iznosi $\sqrt{7}$ Hz daje NM=7. Kako i N i M moraju biti prirodni brojevi veći od jedan, a 7 je prost broj, ovaj zahtjev ne može biti ispunjen. **[1 bod]**

3. zadatak (10 bodova)

Kad je otpor promjenjivog otpornika jednak nuli, impedancija cijelog kruga jednaka je impedanciji zavojnice:

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} = \sqrt{40^2 + (0{,}1 \cdot 6{,}28 \cdot 50)^2} = 50{,}85\Omega$$ **[2 boda]**

Struja koja prolazi zavojnicom jednaka je:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220V}{50{,}85\Omega} = 4{,}33A$$ **[1 bod]**

Snaga kojom se grije zavojnica je tad:

$$P = RI^2 = 40 \cdot (4{,}33)^2 = 750W$$ **[1 bod]**

Ako se uključi promjenjivi otpornik, impedancija kruga iznosi:

$$Z = \sqrt{(R + R_p)^2 + (L\omega)^2}$$ **[2 boda]**

Istim postupkom kao i ranije dobije se struja koja prolazi kroz zavojnicu i snaga kojom se zavojnica grije:

$$P = RI^2 = R\left(\frac{U}{Z}\right)^2 = R\frac{U^2}{(R + R_p)^2 + (L\omega)^2}$$ **[2 boda]**

Sad se postavi uvjet da ta snaga bude jednaka pola prethodne, tj. 375W. Rješavanjem po R_p ispada da je:

$$R_p = \sqrt{\frac{U^2 R}{P} - (L\omega)^2} - R = \sqrt{\frac{220^2 \cdot 40}{375} - (0{,}1 \cdot 6{,}28 \cdot 50)^2} - 40 = 24{,}63\Omega$$ **[2 boda]**

4. zadatak (10 bodova)

Ako je brzina zida manja od brzine zvuka, tad zvuk stiže do zida i odbija se. Prijamnik detektira dva zvuka: jedan direktno od izvora, a drugi koji se odbio od zida. **[2 boda]**

Prvi zvuk ima frekvenciju f=390Hz **[1 bod]**, a drugom se dese dvije stvari: prvo se frekvencija snizi zbog udaljavanja zida:

$$f' = f\frac{c - v}{c} = 390\frac{330 - 110}{330} = 260Hz$$ **[2 boda]**

A zatim se zvuk reflektira i prilazi detektoru. Pomak u frekvenciji tad je jednak:

$$f'' = f'\frac{c}{c + v} = 260\frac{330}{330 + 110} = 195Hz$$ **[2 boda]**

Razlika u frekvenciji dva detektirana zvuka iznosi 390Hz-195Hz = 195Hz. **[1 bod]**

Ako se zid udaljava brzinom većom od brzine zvuka, tad zvuk do njega ne stigne i na prijamniku se čuje samo originalni zvuk frekvencije 390Hz. **[2 boda]**

5. zadatak (10 bodova)

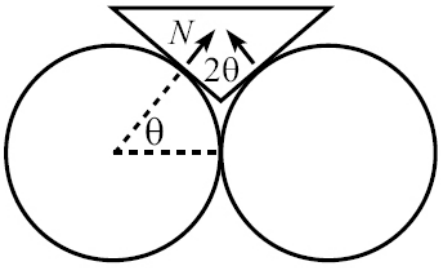
a.) masa tijela jednaka je umnošku plošne gustoće i površine tijela. Za tijela na slici treba prvo odrediti površinu. Iz skice se vidi da kut trokuta mora biti jednak 2θ **[1 bod]**. Površina se može dobiti npr. na slijedeći način: iz vrha se povuče okomica na bazu i trokut se podijeli na dva jednaka pravokutna trokuta oštrog kuta θ. Stranice tog trokuta jednake su L, Lcosθ i Lsinθ. Površine i mase cijelog trokuta i kruga jednake su:

$$P_{trokut} = 2P_{prav.trokut} = 2\frac{ab}{2} = ab = L\sin\theta \cdot \cos\theta = L\sin\theta\cos\theta$$ **[2 boda]**

$m_{trokut} = \sigma P_{trokut} = \sigma L \sin\theta \cos\theta$ **[1 bod]**

$m_{krug} = \sigma R^2 \pi$ **[1 bod]**

b.) Iznos sile F mora biti jednak iznosu horizontalne komponente sile N, tj. Ncosθ sa slike **[1 bod]**. Ako sustav miruje, vertikalne komponente sile N, tj. 2Nsinθ izjednačena je sa masom trokuta **[1 bod]**.



To daje:

$$2N\sin\theta = \sigma L \sin\theta \cos\theta \cdot g \Rightarrow N = \frac{\sigma L g \cos\theta}{2}$$

[1 bod]

Sila F tad je jednaka

$$F = N\cos\theta = \frac{\sigma L g \cos^2\theta}{2}$$ **[1 bod]**

c.) Kad je θ=0, sila iznosi $F = \frac{\sigma L g}{2}$. **[1 bod]**