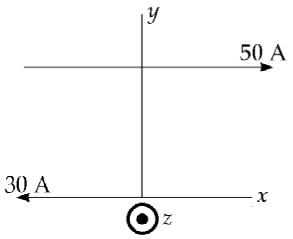
Srednje škole – 3. skupina

1. zadatak (10 bodova)

Nabijena čestica mase m ubrzana je iz stanja mirovanja razlikom potencijala ΔV. Nakon ulaska u jednoliko magnetsko polje (okomito na brzinu iona) čestica opisuje polukrug polumjera R. Zatim čestica naboja dvostruko većeg od prve čestice, mase m', koja je ubrzana jednakom razlikom potencijala ulazi u isto magnetsko polje i opisuje polukrug polumjera $R' = 2R$. Izračunajte omjer masa iona.

2. zadatak (10 bodova)

Jednom veoma dugom žicom teče struja 30 A prema lijevo, u $-x$ smjeru. Drugom veoma dugom žicom teče struja 50A prema desno, u $+x$ smjeru. Žice su međusobno udaljene 0.28 m (u smjeru osi y) i nalaze se na istoj visini (u smjeru osi z). (a) Gdje u ravnini žica će ukupno magnetsko polje biti nula? (b) Čestica naboja -2 μC giba se brzinom 1.5 x 10^8 **i** m/s (dakle, u smjeru osi x) duž linije (y = 0.1 m, z = 0). Izračunajte vektor magnetske sile koja djeluje na česticu. (c) **Što ako?** Izračunajte vektor električnog polja koje je potrebno narinuti a koje će biti takvo da će se čestica moći gibati u tom području bez promjene smjera svog kretanja.



3. zadatak (10 bodova)

Zavojnica koja se sastoji od 50 namotaja žice u obliku kvadrata smještena je u magnetskom polju tako da okomica na ravninu zavojnice zatvara kut od 30º sa smjerom polja. Kada se magnetsko polje jednoliko povećava s 200 μT do 600 μT u vremenu od 0.4 s, elektromotorna sila iznosa 80 mV se inducira u zavojnici. Kolika je ukupna duljina žice?

4. zadatak (10 bodova)

Čestica mase 0.5 kg pričvršćena je za oprugu konstante 50 N/m. U trenutku t = 0 čestica ima maksimalnu brzinu od 20 m/s i giba se u lijevo. (a) Odredite jednadžbu gibanja za česticu, opisujući položaj kao funkciju vremena. (b) Na kojem položaju će potencijalna energija čestice biti tri puta veća od kinetičke energije. (c) Izračunajte najmanji vremenski interval potreban da bi se čestica pomaknula s x = 0 m do x = 1 m.

5. zadatak (10 bodova)

U serijskom RLC krugu koji se sastoji od izvora izmjenične struje konstatne frekvencije i napona, otpor R jednak je induktivnom otporu zavojnice. Ukoliko se udaljenost među pločama kondenzatora dvostruko smanji, električna struja u krugu se dvostruko poveća. Izrazite početni kapacitivni otpor preko vrijednosti R.

Srednje škole - 3. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. Zadatak (10 bodova)

Brzina i polumjer gibanja iona dani su sljedećim izrazima:

$$\frac{1}{2}mv^2 = q(\Delta V) \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2q(\Delta V)}{m}}$$

$$r = \frac{mv}{qB} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{m\sqrt{2q(\Delta V)/m}}{qB}$$. [4 boda]

Kvadrat polumjera kružnice koju opisuje ion tada je:

$$r^2 = \frac{m}{q}\cdot\frac{2(\Delta V)}{B^2} \quad \text{i} \quad (r')^2 = \frac{m'}{q'}\cdot\frac{2(\Delta V)}{B^2},$$ [2 boda]

iz čega dolazimo do izraza za mase dvaju čestica:

$$m = \frac{qB^2r^2}{2(\Delta V)} \quad \text{i} \quad (m') = \frac{(q')B^2(r')^2}{2(\Delta V)}$$. [2 boda]

Tada je očito omjer masa čestica

$$\frac{m'}{m} = \frac{q'}{q}\cdot\frac{(r')^2}{r^2} = \left(\frac{2e}{e}\right)\left(\frac{2R}{R}\right) = 8.$$ [2 boda]

Dakle, masa druge čestice je 8 puta veća od mase prve čestice.

2. zadatak (10 bodova)

a) Iznad žica, magnetsko polje (u smjeru iz papira) struje 50 A će biti jače od magnetskog polja struje 30 A (u smjeru –**k**), tako da nikada njihov zbroj neće biti jednak nuli. U području između žica, oba polja su usmjerena u papir. Dakle, jedino područje gdje njihova rezultanta može biti nula je ispod žica, na koordinati $y = -|y|$. [1 bod]

Ovdje je ukupno polje jednako:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$ $$+\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$:

$$0 = \frac{\mu_0}{2\pi}\left[\frac{50\,\text{A}}{|y| + 0.28\,\text{m}}\left(-\hat{k}\right) + \left[\frac{30\,\text{A}}{|y|}\left(-\hat{k}\right)\right]\right],$$

$$50|y| = 30\left(|y| + 0.28\,\text{m}\right),$$

$$50(-y) = 30(0.28\,\text{m} - y),$$

$$-20y = 30(0.28\,\text{m}) \quad \Rightarrow \quad y = -0.42\,\text{m}.$$

Dakle, mjesto gdje će ukupno magnetsko polje biti nula nalazi se na položaju 0.42 m ispod donje žice. [3 boda]

(b) Na položaju y = 0.1 m ukupno magnetsko polje je

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$ $$+\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$:

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A}}{2\pi}\left(\frac{50\,\mathrm{A}}{(0.28\cdot 0.1)\mathrm{m}}\left(-\hat{k}\right)+\frac{30\,\mathrm{A}}{0.1\,\mathrm{m}}\left(-\hat{k}\right)\right) = 1.16\times 10^{-4}\,\mathrm{T}\left(-\hat{k}\right).$$

[1 bod]

Sila na česticu je:

$$F = qv\times B = \left(-2\times 10^{-6}\,\mathrm{C}\right)\left(150\times 10^{6}\,\mathrm{m/s}\right)\left(\hat{i}\right)\times\left(1.16\times 10^{-4}\,\mathrm{N\cdot s/C\cdot m}\right)\left(-\hat{k}\right)=$$

$$= 3.47\times 10^{-2}\,\mathrm{N}\left(-\hat{j}\right)$$

[2 boda]

(c) Iz (b) dijela zadatka očito je da električna sila mora biti iznosa 3.47 x 10^{-2} N, ali u smjeru **+j**.

Iz toga jednostavno proizlazi:

$$F_E = 3.47\times 10^{2}\,N\left(+\hat{j}\right) = qE = \left(-2\times 10^{-6}\,\mathrm{C}\right)E.$$

[2 boda]

Električno polje mora biti:

$$E = -1.73\times 10^{4}\,\hat{j}\ \mathrm{N/C}.$$

[1 bod]

3. zadatak (10 bodova)

Izraz za elektromotornu silu dan je s:

$$\varepsilon = \frac{d}{dt}\left(NBl^2\cos\theta\right) = \frac{Nl^2\Delta B\cos\theta}{\Delta t},$$

[3 boda]

$$l = \sqrt{\frac{\varepsilon\Delta t}{N\Delta B\cos\theta}} = \sqrt{\frac{\left(80\times 10^{-3}\,\mathrm{V}\right)\left(0.4\,\mathrm{s}\right)}{(50)\left(600\times 10^{-6}\,\mathrm{T}-200\times 10^{-6}\,\mathrm{T}\right)\cos 30^\circ}} = 1.36\,\mathrm{m}.$$

[4 boda]

Prema tome, ukupna duljina žice je $L = 4lN = 4\left(1.36\,\mathrm{m}\right)(50) = 272\,\mathrm{m}$. [3 boda]

4. zadatak (10 bodova)

(a) Općenita jednadžba harmonijskog titranja je $x = A\cos\left(\omega t+\phi\right)$.

Izraz za brzinu je $v = -\omega A\sin\left(\omega t+\phi\right)$. [1 bod]

Budući da je u trenutku $t = 0$ $v = -\omega A\sin\left(\omega t\right) = -v_{\max}$.

Iz toga je očito $\phi = 90^\circ$, tako da je

$$x = A\cos\left(\omega t+90^\circ\right),$$

[1 bod]

što je ekvivalentno izrazu $x = -A\sin\left(\omega t\right)$.

Numerički:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{50\,\mathrm{N/m}}{0.5\,\mathrm{kg}}} = 10\,\mathrm{s}^{-1}$$

$$v_{\max} = \omega A \quad\Rightarrow\quad 20\,\mathrm{m/s} = \left(10\,\mathrm{s}^{-1}\right)A \quad\Rightarrow\quad A = 2\,\mathrm{m}.$$

[1 bod]

Tako da je traženi izraz: $x = \left(-2\,\mathrm{m}\right)\sin\left[\left(10\,\mathrm{s}^{-1}\right)t\right]$.

[1 bod]

(b) Vrijedi sljedeće $\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2,\quad \frac{1}{2}kx^2 = 3\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$. [1 bod]

Iz čega proizlazi: $\frac{1}{3}\frac{1}{2}kx^2+\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \quad\Rightarrow\quad \frac{4}{3}x^2 = A^2$. [1 bod]

$x = \pm\sqrt{\frac{3}{4}A} = \pm 0.866\,A = \pm 1.73\,\text{m}.$ [1 bod]

(c) Iz izraza $x = (-2\,\text{m})\sin\left[\left(10\,\text{s}^{-1}\right)t\right]$,

vidimo da se čestica nalazi na položaju x = 0 u t = 0, s 10 t = π s, itd.
Čestica se nalazi na položaju x = 1 m kada je ispunjeno

$-\frac{1}{2}x = \sin\left[\left(10\,\text{s}^{-1}\right)t\right].$ [1 bod]

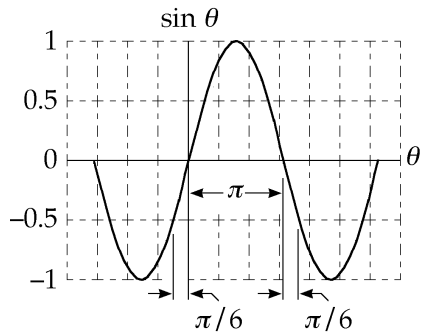
Rješenja ove jednadžbe su $\left(10\,\text{s}^{-1}\right)t = -\frac{\pi}{6}$

$\left(10\,\text{s}^{-1}\right)t = \pi + \frac{\pi}{6}$, itd. [1 bod]

Minimalno vrijeme za gibanje je Δt u $10\Delta t = \left(\frac{\pi}{6}\right)$ s.

$\Delta t = \left(\frac{\pi}{60}\right)$ s=0.0524 s.

[1 bod]



5. zadatak (10 bodova)

Neka X_c označava početni kapacitivni otpor. Pomicanjem ploča na polovicu njihovog početnog razmaka kapacitivni otpor $X_C = \frac{1}{\omega C}$ smanjuje se dvostruko.

[2 boda]

Da bi se električna struja dvostruko povećala, ukupna impedancija mora pasti na polovicu svoje početne vrijednosti: Z_p = 2 Z_k (Z_p = početna impedancija, Z_k = konačna impedancija). [2 boda]

Odnosno, $\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)} = 2\sqrt{R^2 + \left(X_L - \frac{X_C}{2}\right)^2}$,

$R^2 + (R - X_C)^2 = 4\left(R^2 + \left(R - \frac{X_2}{2}\right)^2\right)$, [4 boda]

$2R^2 - 2RX_C + X_C^2 = 8R^2 - 4RX_C + X_C^2.$

Iz toga proizlazi da je tražena vrijednost za kapacitivni otpor:
X_C = 3 R. [2 boda]