DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
Vinkovci, 5. - 8. svibnja 2011.

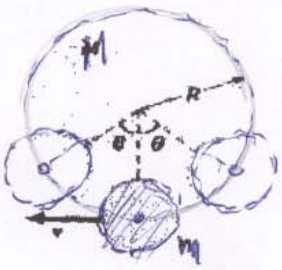
Srednje škole – 3. skupina

Zadatak 1. (17 bodova)

Bilijarska kugla mase m elastično i izravno se sudara s drugom bilijarskom kuglom mase M koja prije sudara miruje.
Odredite odnos između energije koju je u sudaru izgubila prva kugla i omjera masa dvije kugle. Kako se taj rezultat može primijeniti na problem usporavanja neutrona u nuklearnom reaktoru?

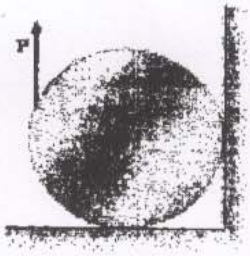
Zadatak 2. (18 bodova)

Manji disk polumjera r i mase m fiksno je pričvršćen za prednju stranu drugog većeg diska polumjera R i mase M (slika). Središte manjeg diska nalazi se na rubu većeg diska. Veći disk postavljen je na os koja prolazi kroz njegovo središte. Sustav se zatim zarotira za maleni kut θ u odnosu na ravnotežni položaj i pusti. Trenje je zanemarivo. (a) izračunajte brzinu središta malenog diska u trenutku prolaska kroz ravnotežni položaj. (b) izračunajte period gibanja sustava.



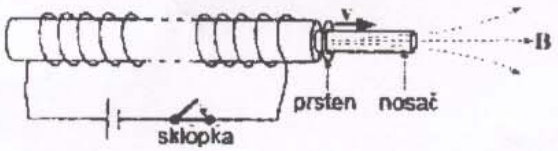
Zadatak 3 (17 bodova)

Vertikalna sila djeluje tangencijalno na jednoliki cilindar težine F_g kao što je prikazano na slici. Koeficijent statičnog trenja između cilindra i svih površina je 0.5. Pronađite maksimalnu silu P (izraženu preko težine cilindra) koja se može primijeniti a da NE dođe do rotacije cilindra. Što možete reći o siiama trenja u tom trenutku?



Zadatak 4 (18 bodova)

Pod utjecajem znanstveno-fantastičnog filma koji je pogledao, Vlado je odlučio dizajnirati oružje koje izbacuje metalne projektile brzinom tek nešto manjom od brzine svjetlosti da bi se obranio od invazije izvanzemaljaca. Pri tome se sjetio pokusa iz fizike, gdje se metalni prsten nalazio na metalnom nosaču koji je pričvršćen za vrh zavojnice. Zavojnica se sastoji od žice koja je namotana oko cilindrične metalne jezgre. Kada je na krajeve žice naglo primijenjen električni napon, prsten je izletio snosača na kojem se nalazio. To je ideja koju je Vlado odlučio iskoristiti u izradi svog oružja. Prvi dizajn sastojao se od sljedećih komponenata: zavojnice (jezgre na kojoj je namotano 2000 namotaja žice, duljine 50 cm, $\mu = 500\ \mu_0, \mu_0 = 4\pi\times 10^{-7}$ H/m), metalnog nosača (duljine 5 cm, $\mu = 500\ \mu_0$) i metalnog prstena (unutarnjeg promjera 1cm, vanjskog promjera 1.1 cm, debljine 0.5 cm, otpora $10^{-3}\Omega$, mase 0.5 g).



(a) S metalnim prstenom pričvršćenim za nosač tako da ne može klizati, Vlado je uključio naponski izvor i opazio da električna struja ne postiže trenutno svoju maksimalnu vrijednost. Izmjerio je struju (u amperima) kao funkciju vremena i otkrio da zadovoljava sljedeću jednadžbu: $I = 1.0\left(1 - \exp\left(-t/T\right)\right)$, gdje je $T = 0.04$ s. Objasnite ovo kašnjenje.

(b) Koliko je magnetsko polje na kraju zavojnice koje Vlado generira, kao funkcija vremena?

(c) Koliki su jakost i smjer inducirane struje u prstenu kao funkcija vremena? Pretpostavite da je odziv prstena trenutan.

(d) Ukoliko zavojnica stvara jednoliko magnetsko polje koje je usmjereno u potpunosti paraleleno osi metalnog prstena, kolika je sila koju osjeća prsten kao funkcija vremena? U kojem smjeru djeluje? Opišite gibanje prstena u slučaju da nije pričvršćen za nosač .

(e) Naravno, magnetsko polje nije u potpunosti paralelno osi zavojnice nego nakon izlaska iz zavojnice divergira (kao što je prikazano na slici). Radi jednostavnosti, pretpostavite da su na položaju gdje se nalazi prsten silnice polja usmjerene pod kutom od 15° u odnosu na površinu šipke. Kolika je sada sila na pričvršćeni prsten, kao funkcija vremena?

(f) Vlado je ugasio izvor napona i oslobodio prsten, tako da sada može slobodno kliziti po nosaču. Ponovo je uključio izvor, i prsten je izbačen unaprijed. Da bi izračunali aproksimativnu vrijednost brzine prstena, aproksimirajte silu koja djeluje na prsten u proizvoljnom vremenu t vrijednošću koju ste izračunali u (*e*) dijelu zadatka za trenutak $t = T$. Upotrijebite ovu konstantnu silu da biste ugrubo izračunali brzinu prstena u trenutku kada napušta nosač.

(g) Vlado je odlučio poboljšati dizajn i povećati brzinu prstena. Budući da nije pohlepan, re-konstruirao je uređaj tako da izbacuje prsten brzinom 0.01 c (c – brzina svjetlosti). Nekako, Vlado je uspio u izradi, i premda je uređaj radio savršeno Vlado se ozlijedio. Koja je ključna stvar koju je zaboravio uzeti u obzir?

Uputa: Za funkciju $\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$ vrijedi sljedeće: $\dfrac{\Delta\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)}{\Delta t} = \dfrac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}}$

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
Vinkovci, 5. - 8. svibnja 2011

Srednje škole – 3. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (18 bodova)

Neka su:
v_0 – brzina prve kugle prije sudara,
v – brzina prve kugle nakon sudara,
u – brzina druge kugle nakon sudara
$k = M/m$ – omjer masa dvije kugle
ΔE – kinetička energija koju u sudaru gubi prva kugla

Budući da je sudar izravan, ne dolazi do promjene rotacije, pa nije potrebno uzimati u obzir zakon očuvanja kutne količine gibanja. Sudar je elastičan, pa je kinetička energija sačuvana. Vrijedi:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{Mu^2}{2} + \frac{Mv^2}{2}$$ **[2boda]**

$$mv_0 = Mu + mv$$ **[2 boda]**

Iz prethodnih jednadžbi dobiva se sljedeće:

$$u = v_0 \frac{2}{k+1}$$

$$\Delta E = \frac{Mu^2}{2} = 4k\frac{mv_0^2}{2}\frac{1}{(k+1)^2} = 4E_0\frac{k}{(k+1)^2}$$

[2 boda]

Druga jednadžba opisuje odnos između energije koju u sudaru gubi prva kugla i omjera masa. Pogledajmo pobliže tok ove funkcije.

Očito je da $\Delta E \to 0$ u granicama (*a*) $k = 0$ i (*b*) $k \to \infty$. **[2 boda]**

Funkcija je svugdje pozitivna i kontinuirana pa sigurno mora imati maksimum između ove dvije nultočke. Da bismo pronašli položaj i vrijednost maksimuma nužno je pronaći maksimum omjera $k/(k+1)^2$. To je ekvivalentno traženju minimuma inverza, tj. omjera $(k+1)^2/k$.

$$\left[\frac{(k+1)^2}{k}\right]_{\min} = \left[k + \frac{1}{k} + 2\right]_{\min} = \left[k + \frac{1}{k}\right]_{\min}$$

[2 boda]

Minimum ovog izraza može se odrediti na nekoliko načina. Očito je da za $k > 1$ funkcija raste, pa prema tome minimum postiže za $0 < k < 1$. Uvrštavanjem nekoliko točaka iz ovog intervala proizlazi da funkcija poprima minimum za $k = 1$. **[4 boda]**

Drugi način je upotrebom činjenica da je geometrijska sredina dvije vrijednosti manja ili jednaka srednjoj vrijednosti, tj.

$\sqrt{k \cdot \frac{1}{k}} \le \frac{k + 1/k}{2}$, iz čega opet proizlazi $k = 1$.

Prema tome, za slučaj kada su mase obje kugle jednake, prva kugla gubi najviše energije te je $\Delta E = E_0$. **[2 boda]**

Iz ovoga je jasno zašto se vodikovi atomi koriste za usporavanje neutrona. Vodikov atom i neutron imaju gotovo istu masu, i neutroni gube najviše energije prilikom sudara s vodikovim atomima (u usporedbi s atomima ostalih elemenata). **[2 boda]**

Zadatak 2 (17 bodova)

(a) Vrijedi zakon očuvanja mehaničke energije:
$\Delta K + \Delta U = 0$ (K – kinetička energija, U – potencijalna gravitacijska energija)
$K_{vrh} + U_{vrh} = K_{dno} + U_{dno}$ (gdje indeksi *vrh* i *dno* označavaju položaje pri kojima je središte manjeg diska na najvišem, odnosno najnižem, položaju). **[2 boda]**
Vrijedi $K_{vrh} + U_{dno} = 0$. **[1 bod]**
Prema tome:

$mgh = \frac{1}{2} I\omega^2$, pri čemu je **[2 boda]**

$h = R - R\cos\theta = R(1-\cos\theta)$, **[2 boda]**

$\omega = \frac{v}{R}$, **[1 bod]**

$I = \frac{MR^2}{2} + \frac{mr^2}{2} + mR^2$ **[2 boda]**

Uvrštavanjem gornjih izraza dobiva se:

$mgR(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}\left(\frac{MR^2}{2} + \frac{mr^2}{2} + mR^2\right)\frac{v^2}{R^2}$. **[1 bod]**

Nakon sređivanja dolazi se do izraza za brzinu središta manjeg diska u trenutku prolaska kroz ravnotežni položaj:

$$v = 2\sqrt{\frac{Rg(1-\cos\theta)}{\frac{M}{m} + \frac{r^2}{R^2} + 2}}$$ **[2 boda]**

(b) Za period gibanja vrijedi sljedeće:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{m_T g d_{CM}}}$, **[1 bod]**

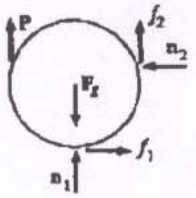
gdje su $m_T = m + M$, $d_{CM} = \frac{mR + M(0)}{m+M}$. **[1 bod]**

Uvrštavanjem se dobiva period:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{2}mr^2 + mR^2}{mgR}}$. **[2 boda]**

Zadatak 3 (17 bodova)

Neposredno prije nego što počinje klizanje cilindar je u ravnoteži



U smjeru osi x: $\sum F_x = 0$: $f_1 = n_2 = \mu_s n_1$, $f_2 = \mu_s n_2$,
[3 boda]

u smjeru osi y: $\sum F_y = 0$: $P + n_1 + f_2 = F_g$,
[3 boda]

zakretni momenti: $\sum \tau = 0$: $P = f_1 + f_2$.
[3 boda]

Kako se P povećava, povećavaju se f_1 i f_2.

Vrijedi sljedeće: $\mu_s = \frac{1}{2}$, $f_1 = \frac{n_1}{2}$, $f_2 = \frac{n_2}{2} = \frac{n_1}{4}$ **[2 boda]**

Iz čega nadalje: $P + n_1 + \frac{n_1}{4} = F_g$, $P = \frac{n_1}{2} + \frac{n_1}{4} = \frac{3}{4}n_1$.

[2 boda]

$$P + \frac{5}{4}n_1 = P + \frac{5}{4}\left(\frac{4}{3}P\right) = \frac{8}{3}P = F_g$$

[1 bod]

Prema tome, $P = \frac{3}{8}F_g$. **[1 bod]**

Sile trenja poprimaju maksimalnu vrijednost u trenutku neposredno prije nego što počne klizanje cilindra. **[2 boda]**

Zadatak 4 (18 bodova)

(a) Porast napona izaziva porast struje kroz žicu zavojnice. Ovaj porast struje stvara porast magnteskog polja kroz zavojnicu. Porast magnetskog polja povratno djeluje na žice zavojnice tako što stvara "inducirani" napon koji se opire početnoj promjeni napona i to sve dok sustav ne postigne ravnotežno stanje. Ukratko, efekt je "indukcija" "povratnog" električnog polja (i struje) u zavojnici. **[1 bod]**

(b) $B = \frac{\mu N I}{2l} = \frac{\mu N}{2l}\left(1 - e^{-t/T}\right) = \frac{500\,\mu_0}{2 \cdot 0.5}(2000)\left(1 - e^{-t/0.04}\right) = 1.3\left(1 - e^{-t/0.04}\right)$ T

[1 bod]

(c) Prema Faradayovom zakonu indukcije:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$ **[1 bod]**

gdje ε označava inducirani napon a Φ magnetski tok.

Budući da je smjer magnetskog polja okomit na petlju $\Rightarrow \Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = A \cdot B$, gdje je A površina petlje. **[1 bod]**

Inducirani napon je: $\varepsilon = -A\frac{\Delta B}{\Delta t} = -A\frac{\mu N}{2l} \cdot \frac{\Delta}{\Delta t}\left(1 - e^{-t/T}\right)$ **[1 bod]**

$$A = \left(\frac{0.01\,\text{m}}{2}\right)^2 \pi$$

$\varepsilon = 2.5 \times 10^{-3} e^{-t/T}$ V **[1 bod]**

Inducirana struja je: $I = \frac{\varepsilon}{R} = 2.5e^{-t/0.04}$ A **[1 bod]**

Smjer struje je suprotan smjeru struje u zavojnici. **[1 bod]**

(d) $F = q\vec{v} \times \vec{B}$ **[1 bod]**

Neka je n gustoća nabijenih čestica po jedinici duljine. Tada je $q = -neR$.

$$F = -nel\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\frac{F}{l} = -ne\vec{v} \times \vec{B}.$$ **[1 bod]**

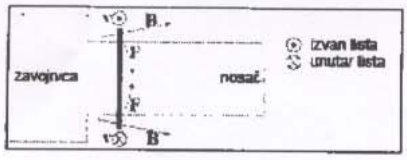
U ovom modelu je B okomito na v i $-ne|v| = I$

Tada je:

$$\frac{|\vec{F}|}{l} = i|\vec{B}| = 2.5e^{-t/0.04}\frac{\mu N}{2l}\left(1 - e^{-t/0.04}\right) = 3.3e^{-t/0.04}\left(1 - e^{-t/0.04}\right)$$

[1 bod]

Smjer sile $\boldsymbol{F}$ okomit je na $\boldsymbol{v}$ i $\boldsymbol{B}$. $\boldsymbol{v}$ je paralelan prstenu; $\boldsymbol{B}$ je okomit na prsten. Iz toga slijedi da je $\boldsymbol{F}$ usmjeren prema središtu prstena.
Iz toga je očito da se prsten ne giba. **[1 bod]**
(e) U ovom slučaju $\boldsymbol{v}$ je još uvijek okomito na $\boldsymbol{B}$, ali sada je $\boldsymbol{B}$ usmjeren drugačije. Vertikalne komponente $\boldsymbol{F}$ se poništavaju, i preostaje samo horizontalna komponenta usmjerena prema desno (slika).



$$F_{ukupno} = \left|\frac{F}{l}\right| l \sin\theta = 2.7\times10^{-2} e^{-t/0.04}\left(1-e^{-t/0.04}\right)\,\mathrm{N}$$ **[1 bod]**

(f) $F(t = 0.04\,\mathrm{s}) = 6.3\times10^{-3}\ \mathrm{N}$ **[1 bod]**

Iz drugog Newtonovog zakona dobiva se:

$$a = \frac{F}{m} = 13\ \mathrm{m/s}$$ **[1 bod]**

Za konstantnu akceleraciju vrijedi: $v_2^2 - v_1^2 = 2ad$. U našem slučaju $v_1 = 0$ m/s, pa proizlazi: $v_2 = \sqrt{2ad} = 1.1\ \mathrm{m/s}$. **[1 bod]**

(g) Vlado je zaboravio na zakon očuvanja impulsa.
Neka je: m_1 masa prstena, m_2 masa puške i Vlade, v_1 konačna brzina prstena i v_2 konačna brzina puške i Vlade.
Budući da je u početnom trenutku sustav u stanju mirovanja:
$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0,$

$$v_1 = -v_2 \frac{m_2}{m_1}.$$ **[1 bod]**

Neka je ukupna masa Vlade i puške reda = 100 kg. Tada je njihova konačna brzina $v_1 = -3\times10^6 \dfrac{0.0005}{100} = 15\ \mathrm{m/s} = 54\ \mathrm{km/h}$.
Biti ubrzan na > 50 km/h je definitivno opasno. Čak i ukoliko Vlado ne bi bio ozlijeđen prilikom ubrzavanja, usporavanje bi vjerojatno imalo teške posljedice.
[1 bod]

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Vinkovci, 05. - 08. svibnja 2011.

srednje škole - 3. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Pribor: Zavojnica sa željeznom jezgrom. Kućište za baterije sa 6 baterija od 1,5 volta. Kućište ima izvode za napone od 1,5 V do 9 V po 1,5 V. Mjerni instrument koji može mjeriti istosmjernu struju. 3 žice, 2 krokodilke. Igla koja nije magnetizirana ili je slabo magnetizirana. Stalak za iglu. 5 listova milimetarskog papira. Trokut. Kao zaporni sat (štopericu) možete koristiti mobitel.

Na mjernom instrumentu postavite na područje mjerenja 10 A. (jedan vodič utaknite u COM, a drugi u 10 A). Pazite da prilikom rada s krokodilkama ne radite kratke spojeve.

Zadatak: Kroz zavojnicu s jezgrom pustite najjaču struju i stavite iglu blizu zavojnice. Iglu možete i zatitrati. Pričekajte oko 2 minute. Preporuča se ponoviti ovoja postupak nekoliko puta prilikom mjerenja.

Nije potrebno računati pogreške pri mjerenju.

a) Staviti iglu sa stalkom u nastavku zavojnice tako da centar igle bude na liniji koja prolazi uzdužnom osi zavojnice. Vrh igle neka bude udaljen od kraja zavojnice 2,5 cm. Pustite kroz zavojnicu struju. Ako pomaknete iglu ona će titrati. Nacrtajte na milimetarskom papiru odnos između jakosti struje i frekvencije titranja igle (I-f dijagram).

Napomena: neka otkloni igle ne budu preveliki.

Ponovite mjerenje tako da vrh igle pomaknete 3 cm od kraja zavojnice. Ovisnost struje o frekvenciji nacrtajte na istom grafu.

Postupak mjerenja opisati riječima. (5 bodova)

b) Vrh igle postaviti 1,5 cm od kraja zavojnice. Zavojnicu priključiti na 4,5 V. Na milimetarskom papiru nacrtati ovisnost perioda titranja igle o udaljenosti vrha igle od zavojnice tako da povećavamo razmak između igle i zavojnice za 0,5 cm do 4,5 cm. Zapišite jakost struje koja teče kroz zavojnicu.

Ponovite mjerenja s naponom 6 V. Nacrtajte na istom grafu ovisnost perioda titranja igle o udaljenosti vrha igle od zavojnice. (5 boda)

Kvaliteta mjerenja bodovati će se s 3 boda.

c) Iz prvog mjerenja naći odnos između magnetske indukcije i frekvencije titranja magnetske igle. Za ova mjerenja magnetska indukcija na nekoj udaljenosti od zavojnice po uzdužnoj osi zavojnice linearno ovisi o jakosti struje. (5 bodova)

d) Teorijski objasniti titranje igle. Za ova polja magnetizacija igle je proporcionalna s vanjskim poljem. Kada se namagnetizirano tijelo nalazi u magnetskom polju tako da je smjer magnetizacije materijala pod nekim kutom φ s obzirom na smjer vanjskog magnetskog polja na tijelo će djelovati moment sile M_{meh}: $M_{meh} = -MVB\sin\varphi$. M je magnetizacije, V je volumen tijela, B je magnetska indukcija u kojoj se tijelo nalazi. Kako frekvencija titranja igle ovisi o duljini igle i o masi igle? (8 bodova)

e) Pomoću podataka iz drugog mjerenja izračunajte kolika bi struja tekla zavojnicom ako bi igla na udaljenosti 2,5 cm titrala frekvencijom od 1,78 Hz. (3 boda)

f) U drugom mjerenju, u području mjerenja period titranja linearno se povećava s udaljenošću. Da li bi stvarno period titranja igle postao nula na nekoj udaljenosti od zavojnice? Da li bi na toj udaljenosti frekvencija igle postala beskonačno velika? (1 boda)

Želimo vam puno uspjeha u rješavanju.

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Vinkovci, 05. - 08. svibnja 2011.

srednje škole - 3. grupa

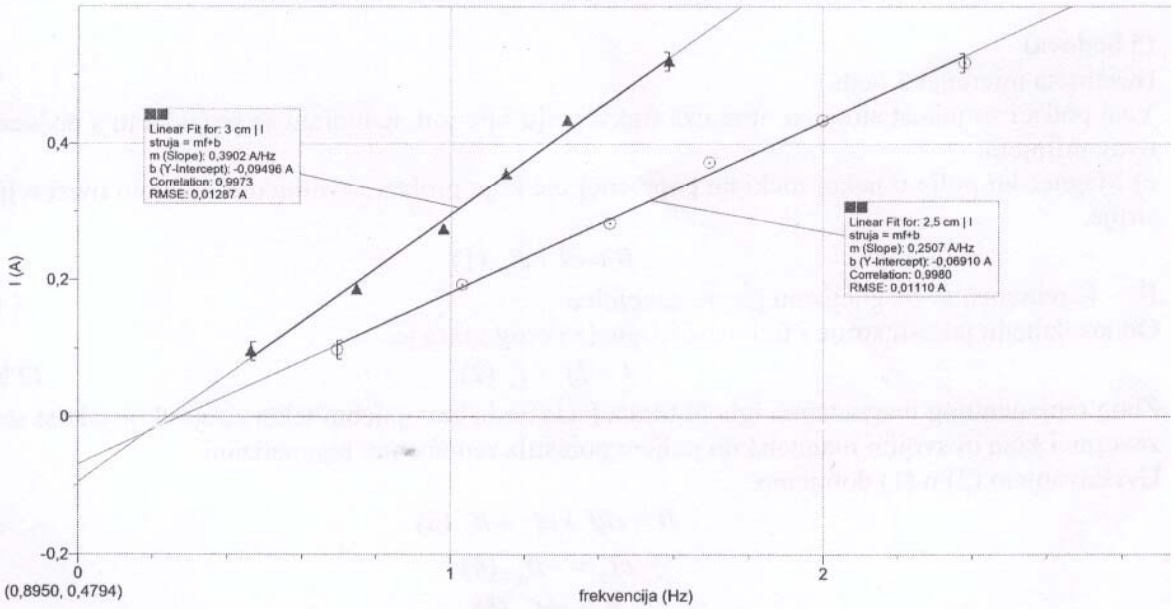
RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA

a)

2,5 cm		
T/s	I/A	f/Hz
1,44	0,10	0,694
0,97	0,19	1,031
0,70	0,28	1,429
0,59	0,37	1,695
0,50	0,43	2,000
0,42	0,52	2,381

3 cm		
T/s	I/A	f/Hz
2,16	0,10	0,463
1,34	0,19	0,746
1,02	0,27	0,980
0,87	0,36	1,149
0,76	0,43	1,316
0,63	0,52	1,587

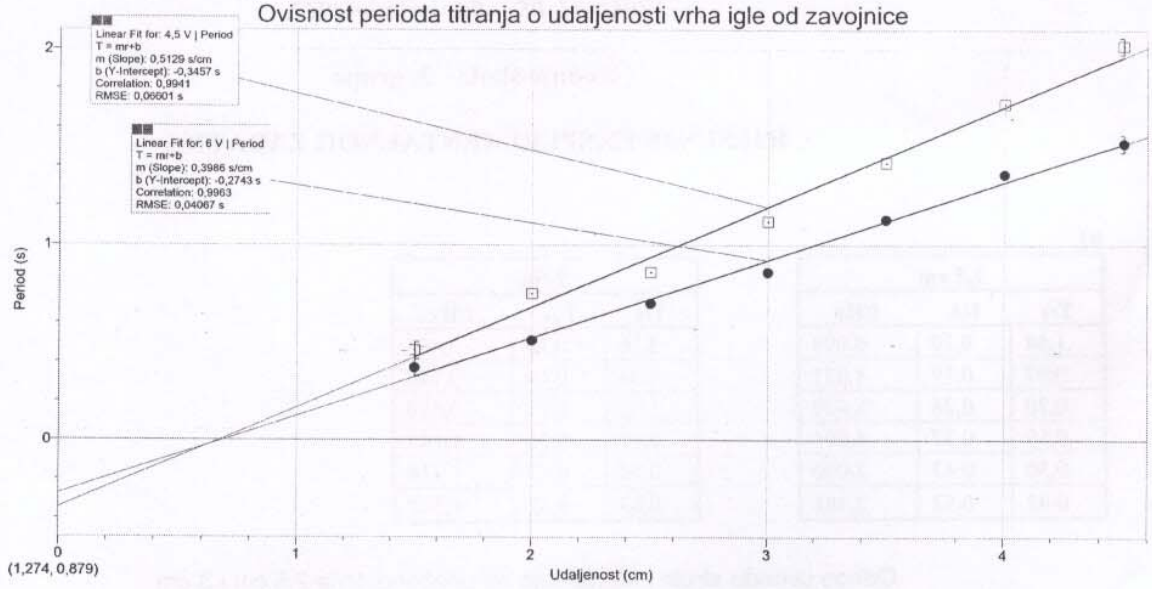
Odnos između struje i frekvencije na udaljenostima 2,5 cm i 3 cm



(5 boda)

b) Za napon 4,5 V struja je oko 0,26 A, a za napon 6 V 0,34 A.

	4,5 V	6 V
r/cm	T/s	T/s
1,5	0,46	0,37
2	0,75	0,51
2,5	0,86	0,7
3	1,12	0,86
3,5	1,42	1,13
4	1,72	1,36
4,5	2,02	1,52



(5 bodova)
(Kvaliteta mjerenja 3 boda)
Vaši podaci za jakost struje, a time i za frekvenciju i period ne moraju se podudarati s podacima iz ovog primjera.
c) Magnetsko polje u nekoj točki na poprečnoj osi koja prolazi zavojnicom linearno ovisi o jakosti struje.

$$B = cI + B_o \quad (1)$$

B_o – je remanentni magnetizam jezgre zavojnice. (1 bod)
Odnos između jakosti struje i frekvencije igle iz prvog grafa je:

$$I = kf + I_o \quad (2)$$ (2 boda)

Zbog remanentnog magnetizma igla bi titrala kada ne bi zavojnicom tekla struja. I_o je jakost struje u zavojnici koja bi svojim magnetskim poljem poništila remanentni magnetizam.
Uvrštavanjem (2) u (1) dobijemo:

$$B = ckf + cI_o + B_o \quad (3)$$

$$cI_o = -B_o \quad (4)$$

$$B = ckf \quad (5)$$

$$\boxed{B = \kappa f} \quad (6)$$ (2 boda)

Vidimo da je magnetska indukcija proporcionalna s frekvencijom titranja igle. κ je konstanta proporcionalnosti. $\kappa = ck$

d) Igla u magnetskom polju postavit će se u smjeru magnetske silnice zato jer će doći do magnetizacije igle i na nju će kao magnet djelovati magnetsko polje zavojnice. Igla će se postaviti uzduž osi koja prolazi zavojnicom. Kad je pomaknemo iz ravnotežnog položaja na nju će djelovati moment sile i ona će početi titrati. Moment sile je jednak:

$$M_{meh} = I_{tr}\alpha \quad (7)$$ (1bod)

gdje je I_{tr} moment tromosti igle, a α kutna akceleracija igle.

Moment sile nastaje zbog djelovanja magnetskog polja i magnetizacije igle M. Magnetizacija je usmjerena uzduž igle.

$$M_{meh} = -MVB\sin\varphi \quad (8)$$

Za male otklone možemo uzeti da je $\sin\varphi \approx \varphi$

$$M_{meh} = -MVB\varphi \quad (9)$$

Iz (9) i (7) dobijemo:

$$\alpha = -\frac{MVB}{I_{tr}}\varphi \quad (10) \qquad \text{(1 bod)}$$

Akceleracija neke točke tijela kod titranja, a koja je udaljena za r od točke oko koje tijelo titra jednaka je:

$$a = -\omega^2 r\sin\varphi \quad (11)$$

Kutna akceleracija tijela je:

$$\alpha = \frac{a}{r} \quad (12)$$

$$a = -\omega^2\sin\varphi \quad (13)$$

Za male otklone možemo uzeti da je $\sin\varphi \approx \varphi$

$$\alpha = -\omega^2\varphi \quad (14) \qquad \text{(1 bod)}$$

gdje je ω kutna frekvencija titranja.
Iz (10) i (14) dobijemo da je

$$\omega = \sqrt{\frac{MVB}{I_{tr}}} \quad (15)$$

ili

$$2\pi f = \sqrt{\frac{MVB}{I_{tr}}} \quad (16) \qquad \text{(1 bod)}$$

Pošto igla nije magnetska, magnetizaciju stvara vanjsko magnetsko polje H. Kako vanjsko polje nije suviše jako magnetizacija igle je u mjerenom području proporcionalna s magnetskim poljem.

$$M = \chi H \quad (17)$$

gdje je χ magnetska susceptibilnost tvari. Susceptibilnost se mijenja s jakošću magnetskog polja, ali u ovom području mjerenja se ne mijenja. H je jakost magnetskog poja.
Kako je $B = \mu_o H$ gdje je μ_o magnetska permeabilnost vakuuma.

$$M = \frac{\chi}{\mu_o}B \quad (18) \qquad \text{(1 bod)}$$

(ukoliko napišete da je magnetizacija proporcionalna s magnetskom indukcijom priznat će vam se bodovi, recimo $M = \gamma B$ gdje je γ konstanta proporcionalnosti.)
Uvrštavanjem u (16) dobijemo:

$$B = 2\pi\sqrt{\frac{I_{tr}\mu_o}{\chi V}}f \quad (19) \qquad \text{(1 bod)}$$

Moment tromosti igle je:

$$I_{tr} = \frac{1}{12}ml^2 \quad (20) \qquad \text{(1 bod)}$$

gdje je m masa igle, a l duljina igle.
Volumen igle možemo izračunati:

$$V = m\rho^{-1} \quad (21)$$

gdje je m masa igle, a ρ gustoća željeza.
Iz (19), (20) i (21) dobije se:

$$B = 2\pi\sqrt{\frac{\mu_o}{12\chi\rho^{-1}}}\,lf \quad (22)$$

Odnosno:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{12\chi\rho^{-1}}{\mu_o}}\frac{B}{l} \quad (23) \qquad \text{(1 bod)}$$

Frekvencija ne ovisi o masi, a što je igla kraća frekvencija je veća.
Treba napomenuti da se radi o prosječnoj magnetskoj indukciji u kojoj se nalazi igla.

e) Ako napravimo omjere između perioda titranja kod 4,5 volta i 6 V za iste udaljenosti od zavojnice T_1/T_2 dobit ćemo približno iste rezultate. Najbolje je izračunati srednju vrijednost. U ovom primjeru $\frac{T_1}{T_2} = 1{,}3$.

	4,5 V	6 V	
r/cm	T_1/s	T_2/s	T_1/T_2
1,5	0,46	0,37	1,24
2	0,75	0,51	1,47
2,5	0,86	0,7	1,23
3	1,12	0,86	1,30
3,5	1,42	1,13	1,26
4	1,72	1,36	1,26
4,5	2,02	1,52	1,33
			1,30

Omjer jakosti struje $\frac{I_2}{I_1} = 1{,}3$.

Znači $\frac{T_1}{T_2} = \frac{I_2}{I_1}$

Odatle se dobije da jakost struje iznosi 0,42 A u ovom primjeru. (3 boda)

f) Uz samu zavojnicu magnetsko polje za istu struju ima maksimalnu vrijednost i igla bi titrala, ali ne bi se mogao mjeriti period titranja jer je jako mali. Ovisnost perioda titranja o udaljenosti linearna je samo na području mjerenja. (1 bod)