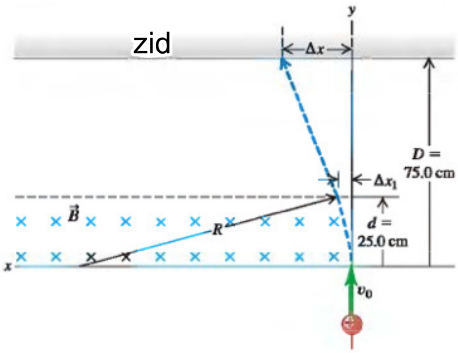
ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2011/2012 – 29. veljače 2012.
Srednje škole – 3. skupina

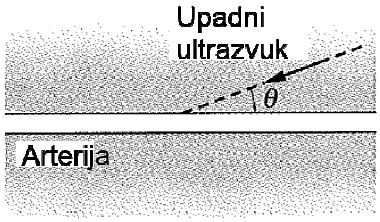
Zadatak 1. (10 bodova)



Čestica naboja 2.15 μC i mase 3.2×10^{-11} kg početno se giba u smjeru +*y* brzinom $v_0 = 1.45\times10^5$ m/s. Zatim ulazi u područje koje sadrži jednoliko magnetsko polje koje usmjereno u, i okomito na, list papira (slika). Jakost polja je 0.42 T. Područje se proteže 25 cm duž početnog smjera kretanja čestice; a 75 cm od mjesta ulaska u magnetsko polje nalazi se zid. Kada čestica ulazi magnetsko polje, kreće se po zakrivljenoj liniji polumjera *R*. Zatim napušta magnetsko polje nakon vremena t_1, nakon što je učinila otklon Δx_1 u odnosu na početni smjer. Čestica se zatim giba u području bez polja i udara u zid pri čemu je ukupni otklon Δx. (a) izračunajte polumjer *R* zakrivljenog dijela puta. (b) odredite t_1, vrijeme koje čestica provodi u magnteskom polju. (c) odredite Δx_1, horizontalni otklon na točki izlaza iz polja. (d) odredite Δx, ukupni horizontalni otklon.

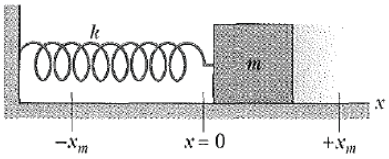
Zadatak 2. (10 bodova)

Ultrazvuk, koji se sastoji od zvučnih valova frekvencija viših od one koje ljudsko uho može detektirati, može se koristiti u svrhu dobivanja slika unutrašnjosti ljudskog tijela. Nadalje, ultrazvuk se može koristiti za određivanje brzine krvi u tijelu; usporedbom frekvencije ultrazvuka koji je poslan u tijelo s frekvencijom ultrazvuka koji je reflektiran na površinu ljudskog tijela preko krvi. Kako krv pulsira, tako se mijenja opažena frekvencija.



Pretpostavi da ultrazvučna slika ljudske ruke prikazuje arteriju koja se nalazi pod kutom od □ = 20° u odnosu na liniju širenja ultrazvuka (slika). Neka je frekvencija reflektiranog ultrazvuka povećana za najviše 5495 Hz u odnosu na frekvenciju izvornog ultrazvuka, koja iznosi 5 000 000 Hz. (a) Koji je smjer protoka krvi na slici (u lijevo ili u desno)? (b) Brzina zvuka u ljudskoj krvi je 1540 m/s. Kolika je maksimalna brzina protoka krvi? (c) Da je kut □ veći od zadanog, bi li reflektirana frekvencija bila veća ili manja?

Zadatak 3. (10 bodova)

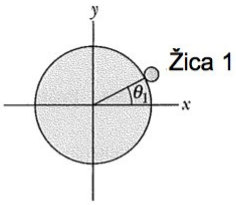


Jednolika opruga konstante k = 8600 N/m presiječena je na dva dijela, 1 i 2, čije su nerastegnute (prirodne) duljine L_1 = 7 cm i L_2 = 10 cm. Kolike su konstante (a) k_1 i (b) k_2? Tijelo pričvršćeno za izvornu oprugu (slika) oscilira frekvencijom 200 Hz. Kolike su frekvencije oscilacija kada je tijelo pričvršćeno za (c) 1 dio i (d) 2 dio?

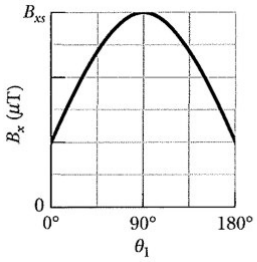
ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2011/2012 – 29. veljače 2012.
Srednje škole – 3. skupina

Zadatak 4. (10 bodova)

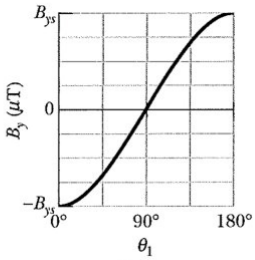
Dvije dugačke tanke ravne žice kroz koje teče električna struja nalaze se na vanjskoj površini jednako dugačkog plastičnog cilindra, na polumjeru R = 20 cm od njegove srednje osi. Na slici (*a*) je prikazan (u poprečnom presjeku) cilindar i žica 1 ali NE i žica 2. Žica 2 je fiksna a žica 1 se miče po površini cilindra, od kuta θ_1 = 0º do kuta θ_1 = 180º, kroz prvi i drugi kvadrant koordinatnog sustava. Ukupno magnetsko polje $\boldsymbol{B}$ u središtu cilindra mjeri se u ovisnosti o kutu θ_1. Na slici (*b*) prikazana je komponenta *x,* B_x, tog polja, kao funkcija kuta θ_1 (vertikalna skala dana je s B_{xs} = 6 μT), a na slici (*c*) komponenta *y,* B_y, (vertikalna skala dana je s B_{ys} = 4 μT). (a) Na kojem kutu θ_2 se nalazi žica 2? Koliki su (b) jakost i (c) smjer (unutar ili van lista papira) elekrične struje u žici 1 i (d) jakost i (e) smjer električne struje u žici 2?



(*a*)



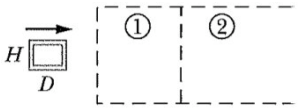
(*b*)



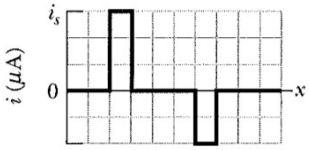
(*c*)

Zadatak 5. (10 bodova)

Na slici (*a*) je prikazana pravokutna vodljiva petlja otpora R = 0.02 Ω, visine H = 1.5 cm, i duljine D = 2.5 cm koja konstantnom brzinom v = 40 cm/s prolazi kroz dva jednolika magnetska polja. Na slici (*b*) prikazana je struja i inducirana u petlji kao funkcija položaja x desne strane petlje. Os y dana je s i_s = 3 μA. Npr., struja i_s inducirana je u smjeru kazaljke na satu kako petlja ulazi u područje 1. Koliki su (a) jakost i (b) smjer (unutar ili van lista papira) magnetskog polja u području 1? Koliki su (c) jakost i (d) smjer magnetskog polja u području 2?



(*a*)



(*b*)

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2011/2012 – 29. veljače 2012.
Srednje škole – 3. skupina

Zadatak 1. (10 bodova)

U magnetskom polju, $R = \frac{mv}{qB}$. Nakon što čestica napusti magnetsko polje giba se pravocrtno.

Cijelo vrijeme gibanja brzina čestice je konstantna. **[1 bod]**

a) $R = \frac{mv}{qB} = 5.14\ \text{m}$. **[1 bod]**

b) Situacija je skicirana na kraju rješenja. **[1 bod]**

Duljina krivulje koju čestica prolazi, *d*, dana je s $d = R\theta$. **[1 bod]**

$\sin\theta = \frac{0.25\,\text{m}}{5.14\,\text{m}} \Rightarrow \theta = 2.79° = 0.0487\,\text{rad}$. Iz toga računamo $d = R\theta = 0.25\,\text{m}$. **[1 bod]**

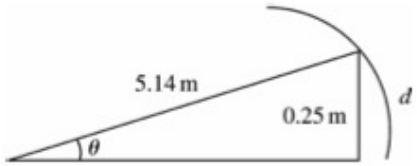
$t = \frac{d}{v} = 1.72 \times 10^{-6}\ s.$ **[1 bod]**

c) $\Delta x_1 = d\tan(\theta/2) = 6.09 \times 10^{-3}\ \text{m}$. **[1 bod]**

d) $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$, gdje je Δx_2 horizontalni pomak čestice iz mjesta gdje napušta polje do mjesta gdje udara u zid. $\Delta x_2 = (0.5\,\text{m})\tan 2.79° = 0.0244\ \text{m}$. **[2 boda]**

Dakle $\Delta x = 6.09\times10^{-3}$ m + 0.0244 m = 0.0305 m. **[1 bod]**

Budući da je *d* mnogo manji od *R*, horizontalni odmak čestice je mnogo manji od udaljenosti koju čestica prelazi u smjeru *y*.



Zadatak 2. (10 bodova)

a) Krv teče u desno, budući da je Dopplerov pomak u frekvenciji pozitivan, $\Delta f > 0$. **[2 boda]**

b) Prijem ultrazvuka pomoću krvi i naknadno reemitiranje signala pomoću krvi prema detektoru je proces u dva koraka koji se može napisati u obliku:

$f + \Delta f = f\left(\frac{v + v_x}{v - v_x}\right)$, gdje je $v_x = v_{\text{krv}}\cos\theta$. **[3boda]**

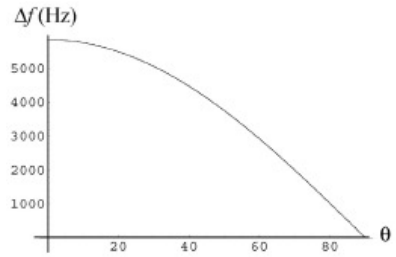
Ukoliko napišemo omjer frekvencija kao $R = \frac{(f + \Delta f)}{f}$, tada je rješenje gornje jednadžbe za brzinu krvi: $v_{\text{krv}} = \frac{(R-1)v}{(R+1)\cos\theta} = 0.9\ \text{m/s}$, **[2 boda]**

Gdje je v = 1540 m/s, □ = 20° i $R = 1+5495/5\times10^6$.

c) Pitanje je kako se Δf (uzimamo pozitivno, budući se detektor nalazi „ispred“) mijenja s promjenom kuta □. Budući da veći □ znači manju horizontalnu komponentu brzine, v_x, očekujemo da će se Δf smanjivati prema 0 kako se □ povećava prema 90°. **[3 boda]**

Opaska: Izraz za v_{krv} možemo pisati kao:

$$\Delta f = \left(\frac{2v_{\text{krv}}\cos\theta}{v - v_{\text{krv}}\cos\theta}\right) f.$$



Graf promjene frekvencije Δf kao funkcija prikazan je na slici. Uistinu, vidi se da se Δf smanjuje kako se povećava.

Zadatak 3. (10 bodova)

a) Pogledajmo jednu oprugu konstante k i duljine (prirodne) L. Jedan kraj pričvršćen je za zid a za drugi kraj je pričvršćeno tijelo. Ukoliko oprugu rastegnemo za Δx, iznos sile koja djeluje na tijelo je $F = k\Delta x$. Sada zamislimo da su to u stvari dvije opruge s konstantama k_1 i k_2, smještene tako da je opruga 1 pričvršćena za tijelo. Ukoliko oprugu 1 rastegnemo za Δx_1 tada je iznos sile koja djeluje na tijelo $F = k_1\Delta x_1$. Ova sila mora biti jednaka kao i kada imamo jednu oprugu, prema tome $k\Delta x = k_1\Delta x_1$. **[2 boda]**

Moramo odrediti odnos između Δx i Δx_1. Budući da su opruge jednolike, jednake nerastegnute duljine povećavaju se za jednaki iznos i produljenje bilo kojeg dijela opruge proporcionalno je njenoj nerastegnutoj duljini. To znači da je opruga 1 rastegnuta za $\Delta x_1 = CL_1$, a opruga 2 je rastegnuta za $\Delta x_2 = CL_2$, gdje je C konstanta proporcionalnosti. Ukupno produljenje je:

$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = C\left(L_1 + L_2\right) = CL_2\left(n+1\right)$, gdje je $L_1 = nL_2$. **[2 boda]**

To nadalje možemo pisati u obliku: $\Delta x = CL_1\left(n+1\right)/n$. Uvrštavamo $\Delta x = CL_1$ i $\Delta x = CL_1\left(n+1\right)/n$ u $k\Delta x = k_1\Delta x_1$ i rješavamo za k_1. Budući da je k = 8600 N/m i $n = L_1/L_2 = 0.7$, dobiva se

$k_1 = \left(\dfrac{n+1}{n}\right)k = 20886\ \mathrm{N/m}$. **[2 boda]**

b) Pretpostavimo sad da se objekt nalazi na drugom kraju spojene opruge, tako da opruga 2 djeluje silom na njega. Sada je $k\Delta x = k_2\Delta x_2$. Koristimo $\Delta x_2 = CL_2$ i $\Delta x = CL_2\left(n+1\right)$ i rješavamo za k_2. Dobiva se $k_2 = k\left(n+1\right)$.

$k_2 = \left(n+1\right)k = 14620\ \mathrm{N/m}$. **[2 boda]**

c) Da bi pronašli frekvenciju kada je opruga 1 pričvršćena za masu m, mijenjamo k u izrazu $\left(1/2\pi\right)\sqrt{k/m}$ sa $k\left(n+1\right)/n$. Korištenjem $f = \left(1/2\pi\right)\sqrt{k/m}$, i f = 200 Hz i n = 0.7 dobivamo

$$f_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\left(n+1\right)k}{nm}} = \sqrt{\frac{n+1}{n}}f = 3.1\times10^2\ \mathrm{Hz}.$$

[1 bod]

c) Da bismo pronašli frekvenciju kada je 2 opruga pričvršćena za masu m, mijenjamo k s $k(n+1)$ i dobivamo:

$$f_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\left(n+1\right)k}{m}} = \sqrt{n+1}f = 2.6\times10^2\ \mathrm{Hz}.$$

[1 bod]

Zadatak 4. (10 bodova)

Uočimo da kada ne postoji komponenta y magnetskog polja od žice 1 (to je, po pravilu desne ruke, kada se žica 1 nalazi na položaju 90º), ukupna y komponenta magnetskog polja je nula (slika (*c*)). To znači da se žica 2 nalazi na položaju +90º ili -90º. **[1 bod]**

a) Pretpostavimo da se žica 2 nalazi na položaju -90º (na dnu cilindra) budući da bi na položaju +90º predstavljala prepreku za gibanje žice 1 (koje je nužno da bi se izmjerilo magnetsko polje u svim točkama na grafu). **[1 bod]**

b) Kada je žica jedan na položaju 0º B_{1x} je jednako 0 pa vrijednost B_x koju očitavamo s grafa (2 μT) dolazi u potpunosti od žice 2, tj. B_{2x} = 2 μT. Pogledamo li vrijednost polja u točki

+90º na slici (*b*), uočavamo da je komponenta *x* ukupnog magnetskog polja, $B_{x,uk}$, jednaka 6 μT, što znači da je $B_{1x} = 6\,\mu\text{T} - 2\,\mu\text{T} = 4\,\mu\text{T}$ u situaciji kada se žica 1 nalazi na položaju 90º.

Iz toga proizlazi $i_1 = \dfrac{2\pi R B_{1x}}{\mu_0} = 4\,\text{A}$. **[2 boda]**

c) Budući da se na slici (*b*) polje povećava kako se kut povećava od 0º do 90º, to nam ukazuje na to da je smjer struje u žici 1 izvan lista papira, što je u skladu s poništenjem B_y u položaju $\theta_1 = 90º$. **[2 boda]**

d) Već smo naveli da je $B_{2x} = +2\mu T$. Jakost struje je:

$$i_2 = \frac{2\pi R B_{2x}}{\mu_0} = 2\text{ A}.$$

[2 boda]

e) Pravilom desne ruke zaključujemo da je smjer električne struje u žici 2 unutar lista papira. **[2 boda]**

Zadatak 5. (10 bodova)

Upotrebom Ohmovog zakona, povezujemo induciranu struju s elektromotornom silom:

$$i = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{1}{R}\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|.$$ **[1 bod]**

Kako petlja prelazi granicu između područja 1 i 2 (tako da "*x*" označava duljinu petlje u području 2 a "*D-x*" duljinu petlja koja je ostala u području 1) tok je

$$\Phi_B = xHB_2 + (D - x)HB_1 = DHB_1 + xH(B_2 - B_1).$$ **[2 boda]**

To znači:

$$\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}H(B_2 - B_1) = vH(B_2 - B_1) \quad \Rightarrow \quad i = vH(B_2 - B_1)/R.$$ **[2 boda]**

Isto razmatranje vrijedi (uz zamjenu "B_1" s 0 i "B_2" s B_1) kada petlja na početku prelazi iz područja bez polja (lijevo na slici u zadatku) u područje 1. **[1 bod]**

a) U ovom drugom slučaju uvrštavanje u izraz daje:

$$3\times10^{-6}\,\text{A} = (0.4\,\text{m/s})(0.015\,\text{m})B_1/(0.02\,\Omega)$$

Iz toga proizlazi $B_1 = 10\,\mu\text{T}$. **[1 bod]**

b) Lenzovo pravilo kazuje nam da je smjer u području 1 izvan stranice papira. **[1 bod]**

c) Na isti način kao u a), $i = vH(B_2 - B_1)/R$ dovodi do $B_2 = 3.3\,\mu\text{T}$. **[1 bod]**

d) Smjer $\vec{B}_2$ je izvan lista papira. **[1 bod]**