DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
*Biograd na Moru, 2.-5. svibnja 2013.*

Srednje škole - 4. grupa

**1. zadatak** (18 bodova)

Paralelan snop svjetlosti upada okomito na planparalelnu prozirnu kružnu pločicu te nakon prolaska kroz nju biva fokusiran u jednu točku, koju možete nazvati žarište iako se ne radi o lomu kakav se odvija kod leće. Fokusiranje se postiže time što se indeks loma pločice mijenja od središta prema rubu pločice, i to tako da ovisi samo o udaljenosti od osi kružne pločice.
a) Debljina pločice je $h$ = 2mm, polumjer $R$, a žarišna daljina $f$. Izvedi izraz za ovisnost indeksa loma pločice $n$ o udaljenosti $r$ od njenog središta! Uzmi da je pločica mnogo tanja od svog polumjera, i da je žarište mnogo dalje nego što su dimenzije pločice, što će znatno pojednostavniti razmatranje širenja svjetlosti kroz pločicu, ali i konačan izraz. Izračunaj $f$ znajući da na $r$ = 5mm gradijent indeksa loma pločice ($|dn/dr|$) iznosi 0,025mm$^{-1}$ !
b) Na zadanu pločicu prislonjena je plankonkavna leća žarišne daljine 30cm tako da im se osi podudaraju. Maleni predmet stavljen je na udaljenost 30cm od pločice. Gdje će biti slika predmeta proizvedena optičkim sustavom pločica-leća? Gdje se sve može staviti predmet da bi slika još uvijek bila realna?

**2. zadatak** (17 bodova)

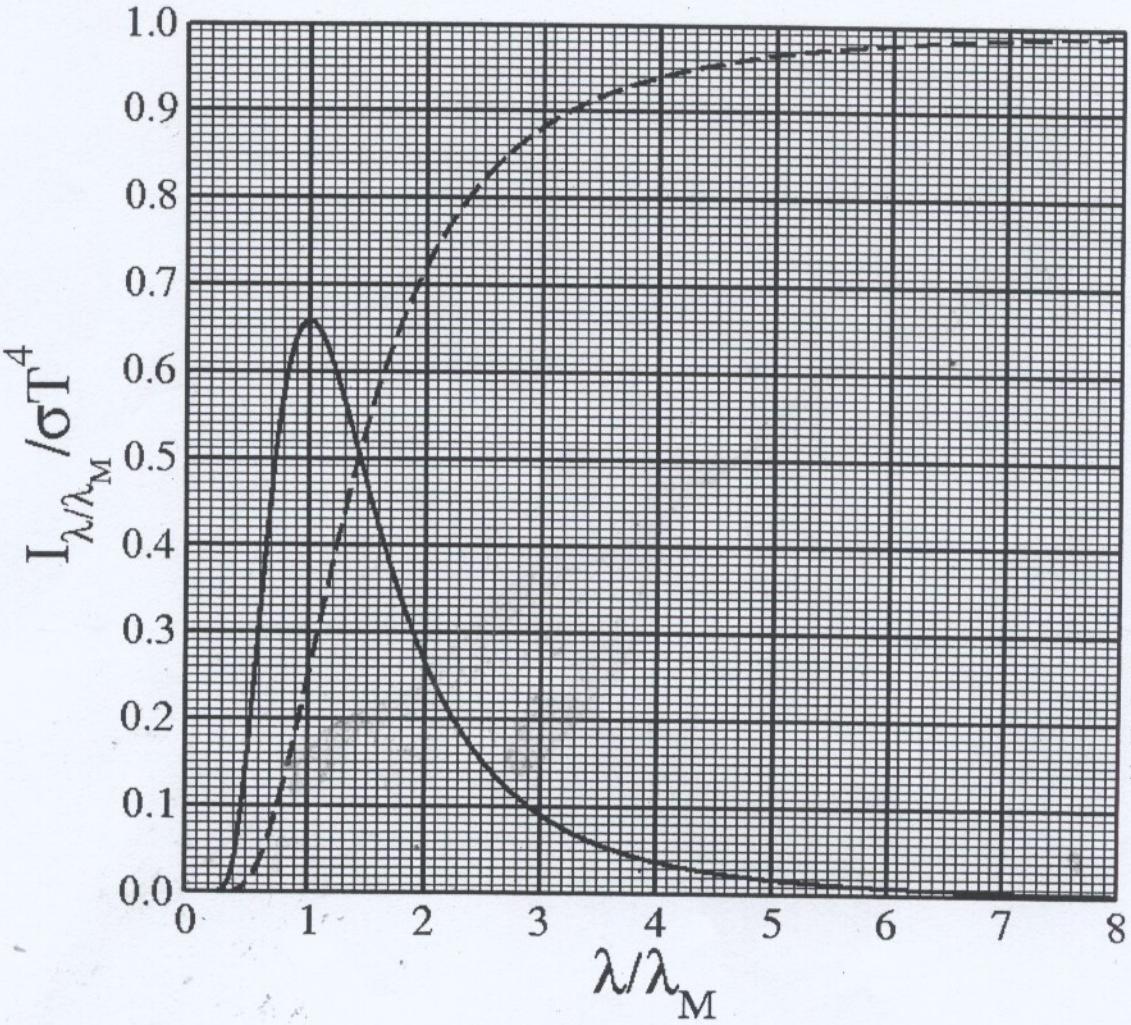
Meteorološki radar na avionu ima 15 međusobno paralelnih vertikalnih štapnih antena poredanih duž smjera leta s međusobnim razmakom 2cm. Svaka od antena zrači koherentne radio valove frekvencije 8,8 GHz jednoliko u svim smjerovima u horizontalnoj ravnini. Relativna faza $\delta$ između titranja u susjednim antenama može se mijenjati elektroničkim putem. Pokaži da za $\delta$=0 ovaj skup antena najjače zrači samo u smjeru okomitom na pravac na kojem su antene! Pod kojim kutom sustav zrači maksimalni intenzitet ako je $\delta \neq 0$? Koje vrijednosti mora poprimati $\delta$ da bi maksimum radarskog snopa prebrisao kut 45° na lijevo i desno od pravca leta? Koliko je puta intenzitet snopa u smjeru maksimuma kojeg proizvodi ovih 15 antena veći od onog koji bi na istoj (dalekoj) udaljenosti proizvela jedna takva usamljena antena napajana istom snagom kao ovih 15 antena zajedno?

**3. zadatak** (18 bodova)

a) U nuklearnoj reakciji $^{16}O + ^{54}Fe \rightarrow ^{12}C + ^{58}Ni$ dolazi do prijenosa α-čestice s jezgre kisika na jezgru željeza pa nastaje jezgra nikla u pobuđenom stanju, pri čemu se nastala jezgra $^{12}C$ giba istom brzinom (i iznos i smjer) kao i jezgra $^{16}O$ prije reakcije, dok je jezgra željeza prije reakcije mirovala. Mase mirovanja navedenih jezgara su $m_O$=15.99491$u$, $m_{Fe}$=53.93962$u$, $m_C$=12.00000$u$, $m_{Ni}$=57.93535$u$. Kinetička energija dolazeće jezgre $^{16}O$ je 50 MeV. Treba li raditi relativistički račun i zašto? Kolika je energija pobuđenog stanja jezgre nikla?
b) Jezgra nikla iz pobuđenog stanja prelazi u osnovno stanje emitiranjem γ-fotona. Promotri taj proces u sustavu mirovanja pobuđene jezgre nikla i izračunaj kinetičku energiju jezgre i frekvenciju nastalog fotona u istom sustavu nakon emisije! Kolika je frekvencija tog istog fotona u laboratorijskom sustavu gdje detektor miruje i opaža fotone koji mu dolaze u susret?

**4. zadatak** (17 bodova)

Plavi divovi su zvijezde koje se nakon eksplozije pretvaraju u crne rupe. Temperatura površine tipičnoga plavog diva je 30000K. Vidljivi sjaj, t.j. snaga izračena u okolinu u području vidljive svjetlosti (valna duljina od 400nm do 700nm), mu je 100000 puta veći od vidljivog sjaja Sunca. Polumjer Sunca je $6{,}96\cdot 10^5$km, a ono sveukupno zrači snagu $3{,}86\cdot 10^{26}$W. Pretpostavi da plavi div i Sunce zrače kao crno tijelo. Pri kojoj valnoj duljini plavi div zrači najveći intenzitet te zašto se zove "plavi"? Kolika je temperatura površine Sunca i zašto ga ne možemo nazvati "plavim"? Koliki je polumjer opisanoga plavog diva? Je li općenito ispravno govoriti da je vidljivi sjaj proporcionalan ukupnoj zračenoj snazi, te pokaži to na ovom primjeru!




Slika: Spektralna gustoća intenziteta zračenja $I_{\lambda/\lambda M}$ normirana na ukupni intenzitet (puna linija) i njen kumulativni integral (iscrtkana linija) u ovisnosti o valnoj duljini izraženoj preko valne duljine $\lambda_M$ najvećega intenziteta.

Koristan izraz:

$(1+x)^n \approx 1+nx$ za $x<<1$

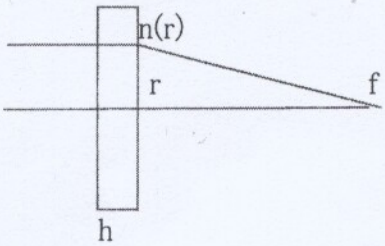
Konstante:

- brzina svjetlosti $c=3\cdot 10^8$ m/s
- Planckova konstanta $h=6{,}626\cdot 10^{-34}$ Js
- Boltzmannova konstanta $k_B=1{,}38\cdot 10^{-23}$ J/K
- elementarni naboj $e=1{,}6\cdot 10^{-19}$ C
- unificirana atomska jedinica mase $u=1{,}66056\cdot 10^{-27}$ kg
- Stefan-Boltzmannova konstanta $\sigma=5{,}67\cdot 10^{-8}$W/m$^2$K
- Wienova konstanta $C$=0,0029Km

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
*Biograd na Moru, 2.-5. svibnja 2013.*

Srednje škole - 4. grupa – Rješenja i bodovanje

**1. zadatak** (18 bodova)




a) Za dvije bliske dolazne zrake fokusiranje u istu točku dogodit će se ukoliko one stižu u nju istovremeno, da bi se snop mogao kontinuirano širiti. **(1 b.)**

Izjednačavanjem vremena dolaska zrake koja prolazi kroz sredinu pločice i zrake koja prolazi pločicom na udaljenosti $r$ od središta u zajedničku točku

$$\frac{h}{\frac{c}{n(r)}}+\frac{\sqrt{r^2+f^2}}{c}=\frac{h}{\frac{c}{n(0)}}+\frac{f}{c}$$

$f$ dobije se . **(3 b.)**

Nakon sređivanja slijedi $n(r)=n(0)+\frac{f}{h}\left(1-\sqrt{1+\frac{r^2}{f^2}}\right)$ . **(2 b.)**

Za zrake bliske osi je $r<<f$ pa se može zapisati $n(r)=n(0)-\frac{r^2}{2hf}$ . **(1 b.)**

Promjena indeksa loma po jedinici udaljenosti je $\frac{dn}{dr}=\frac{-r}{hf}$ . **(1 b.)**

Iz zadanog gradijenta indeksa loma $dn/dr$ = -0.025/mm pri $r$ = 0,5cm te debljine 2mm slijedi žarišna daljina $f$ = 10cm. **(2 b.)**

b) Za prvu (recimo ovu izračunatu) leću jednadžba $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ daje udaljenost slike od leće $b$ = 15cm. **(2 b.)**

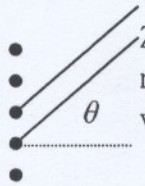
Ukoliko je druga (plankonveksna) leća naslonjena na prvu, udaljenost među njima možemo zanemariti pa je predmet udaljen od druge leće $c$ = -15cm (negativno jer se nalazi s druge, "krive", strane). **(2 b.)**

Sad jednadžba druge leće $\frac{1}{c}+\frac{1}{d}=\frac{1}{f'}$ daje $d$ = 30cm što znači da je slika na desnoj strani i realna. **(2 b.)**

Žarišna daljina kombinacije dviju leća izražena je s $\frac{1}{F}=\frac{1}{f}+\frac{1}{f'}$ iz čega je $F$ = 15cm pa slijedi da će realna slika biti ostvarena ako je udaljenost predmeta od pločice veća od 15 cm. **(2 b.)**

**2. zadatak** (17 bodova)

Slika: **(1 b.)**




Zrake pod kutom $\theta$ interferirat će konstruktivno za $d\sin\theta - \frac{\delta}{2\pi}\lambda = k\lambda$, gdje je $d$ razmak među susjednim antenama, $\delta$ razlika faze susjednih antena, a $k\lambda$ cjelobrojni višekratnik valne duljine. **(3 b.)**

Radarski snop imat će maksimum pod kutem $\sin\theta = \frac{k\lambda}{d} + \frac{\delta\lambda}{2\pi d}$. **(1 b.)**

Za $\delta = 0$ uz $d < \lambda$ jedino rješenje dobije se za $k = 0$ i ono iznosi $\sin\theta = 0$. **(2 b.)**

Za općeniti $\delta$ potrebno je namjestiti $k$ tako da je $|\sin\theta| \le 1$. **(1 b.)**

Za $k = 0$ kut maksimuma je $\theta = \arcsin\frac{\delta\lambda}{2\pi d}$. **(2 b.)**

Uz zadane $f = 8{,}8\cdot10^9$ Hz, $\lambda = \frac{c}{f} = 3{,}41$ cm, i $d = 2$ cm, maksimum pod kutom $\theta = 45°$ dobije se za $\delta = \frac{2\pi d}{\lambda}\sin\theta = 2{,}6$ rad. **(3 b.)**

Da bi maksimum prebrisao kut $\theta$ od −45° do 45° stupnjeva, faza $\delta$ mora se mijenjati od -2,6rad do 2,6rad. **(1 b.)**

Intenzitet je kvadrat amplitude. U slučaju konstruktivne interferencije amplituda je $15A_0$, pa je intenzitet $15^2 I_0$. U slučaju kad jedna antena zrači sav intenzitet, on iznosi $15I_0$. Stoga je traženi omjer 15. **(3 b.)**

**3. zadatak** (18 bodova)

a) Promjena mase u reakciji je $\Delta m$=57,93535$u$+12,00000$u$-53,93962$u$-15,99491$u$=0,00082$u$= 1,3616·$10^{-30}$kg. **(1 b.)**

Promjena kinetičke energije zbog reakcije je stoga $\Delta K = -\Delta mc^2$ = -1,2237·$10^{-13}$J = -0,761MeV. **(1 b.)**

Budući da su kinetička energija dolazne jezgre i dobivena energija mnogo manje od energije mirovanja, račun se može provoditi nerelativistički (relativistički bi dao isti rezultat uz malo više računa). **(1 b.)**

Za jednodimenzionalan sudar očuvanje količine gibanja glasi $m_O v_O = m_C v_C + m_{Ni} v_{Ni}$ . **(1 b.)**

Zakon očuvanja energije je $K_O + \Delta K = K_C + K_{Ni} + E_{Ni}$ , gdje je $E_{Ni}$ energija pobuđenja jezgre nikla. **(2 b.)**

Budući da je $v_O = v_C$, količina gibanja nikla iznosi $m_{Ni} v_{Ni} = (m_O - m_C) v_O$ pa je kinetička energija

$$K_{Ni} = \frac{(m_O - m_C)^2 v_O^2}{2 m_{Ni}} = K_O \frac{(m_O - m_C)^2}{m_{Ni} m_O} = 0{,}8611\text{MeV}.$$ **(1 b.)**

Uvrštavanjem u zakon očuvanja energije slijedi energija pobuđenja jezgre nikla

$$E_{Ni} = \Delta K + K_O + K_O \frac{(m_O - m_C)^2}{m_{Ni} m_O} - \frac{m_C v_C^2}{2},$$

$$E_{Ni} = \Delta K + K_O \frac{(m_O - m_C)(m_{Ni} - m_O + m_C)}{m_{Ni} m_O}$$

što zbog $v_O = v_C$ postaje . **(2 b.)**

Uvrštavanjem zadanih podataka i energije reakcije dobije se $E_{Ni}$ = 10,866 MeV. **(1 b.)**

b) U sustavu mirovanja pobuđene jezgre zakon očuvanja energije je $E_{Ni} = E_f + K'_{Ni}$ , gdje je $K'_{Ni}$ kinetička energija odbijene jezgre nikla. Zakon očuvanja količine gibanja $p_f = p'_{Ni}$ , pri čemu je za foton $E_f = cp_f$ . **(1 b.)**

Energije su nerelativističkih iznosa pa je $K'_{Ni} = \frac{E_f^2}{2 m_{Ni} c^2}$ što daje $E_{Ni} = E_f + \frac{E_f^2}{2 m_{Ni} c^2}$ . **(1 b.)**

Pozitivno rješenje ove kvadratne jednadžbe je $E_f = \sqrt{m_{Ni}^2 c^4 + 2 m_{Ni} c^2 E_{Ni}} - m_{Ni} c^2$ . **(1 b.)**

Uvrštavanjem podataka dobije se $E_f$ = 10,8649 MeV , što znači da je frekvencija fotona u mirujućem sustavu $f_0$=2,6236·$10^{21}$Hz. Za kinetičku energiju odbijene jezgre dobije se $K'_{Ni}$ =1,1keV<<$E_f$. **(2 b.)**

Zbog gibanja fotona prema detektoru, odnosno približavanja detektora fotonu relativnom brzinom $v_{Ni}$, frekvencija fotona koju mjeri detektor je $f_{detekt} = f_0 \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}$ . **(1 b.)**

Treba uzeti $v = v_{Ni}$ = 0.00565$c$, pa se dobije $f_{detekt}$ = 2,6385·$10^{21}$Hz.

**(2 b.)**

**4. zadatak** (17 bodova)

Valna duljina pri kojoj plavi div zrači najvećim intenzitetom dobije se iz Wienova zakona

$\lambda_{MD} = \frac{C}{T_D} = 96{,}7$ nm, gdje je $C$ Wienova konstanta, a $T_D$ temperatura površine. **(1 b.)**

Zvijezda se naziva plavim divom zato jer je od vidljivog spektra najintenzivnije zastupljen plavi dio. **(1 b.)**

Kuglasto tijelo polumjera $R$ temperature $T$ zrači snagu $P = 4\pi R^2 \sigma T^4$, gdje je $\sigma$ Stefan-Boltzmann konstanta. **(1 b.)**

Temperatura površine Sunca je $T_S = \sqrt[4]{\frac{P_S}{4\pi R_S^2 \sigma}} = 5784$ K. **(1 b.)**

Valna duljina pri kojoj Sunce zrači najintenzivnije je $\lambda_{MS} = \frac{C}{T_S} = 501$ nm, što odgovara žutoj boji. **(2 b.)**

Ako je $u$ udio intenziteta zračenja unutar vidljivog dijela spektra u ukupnom intenzitetu, onda prema uvjetu zadatka možemo pisati $P_D u_D = 100000 \cdot P_S u_S$. **(2 b.)**

Sa slike uz zadatak očitamo površinu ispod krivulje gustoće intenziteta s granicama od 400nm do 700nm. Za Sunce to odgovara od 0,8 $\lambda_{MS}$ do 1,4 $\lambda_{MS}$, a za plavi div od 4,14 $\lambda_{MD}$ do 7,24 $\lambda_{MD}$. Dobije se $u_S$=0,493−0,131=0,362 i $u_D$=0,987−0,947=0,040.

**(4 b.)**

Slijedi $R_D = R_S \left(\frac{T_S}{T_D}\right)^2 \cdot 10^{5/2} \left(\frac{u_S}{u_D}\right)^{1/2} = 35{,}4 \cdot R_S = 2{,}46 \cdot 10^{10}$m. **(3 b.)**

Vidljivi sjaj je $P_V = uP$, a budući da $u$ ovisi o temperaturi s kojom se pomiče položaj $\lambda_M$ s obzirom na granice vidljivog spektra, to vidljivi sjaj nije proporcionalan ukupnoj izračenoj snazi. **(2 b.)**

**DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE**

***Biograd na Moru, 02. - 05. svibnja 2013.***

**srednje škole - 4. skupina**

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

***CD kao optička rešetka***

**Pribor:** Poluvodički laser, žica promjera 0.28 mm , CD , metar , milimetarski papir , plastelin , samoljepljiva traka

**Zadatak :**

1. Odredite valnu duljinu laserske svjetlosti , rezultate mjerenja prikažite tablično i provedite račun pogreške ( 15 bodova)
2. Objasnite zašto se CD može koristiti kao optička rešetka , odredite konstantu optičke rešetke, rezultate mjerenja prikažite tablično i provedite račun pogreške (15 bodova)

U sklopu zadatka treba:
a) Nacrtati skice eksperimenata
b) Napisati izraze tj. formule koje povezuju mjerene veličine s traženim veličinama (valna duljina laserske svjetlosti i konstanta optičke rešetke)

**DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE**
***Biograd na Moru, 02. - 05. svibnja 2013.***

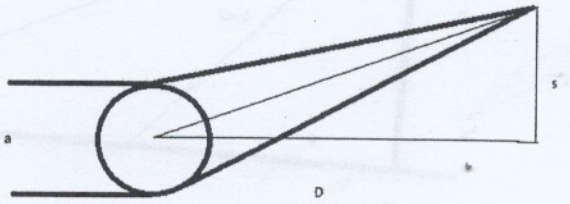
**srednje škole - 4. skupina**

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA

1. Da bi odredili valnu duljinu laserske svjetlosti koristit ćemo ogib svjetlosti na žici (niti) poznate debljine *a*=0.28 mm. **(2 boda)**

   Kao zastor koristimo milimetarski papir. Pomoću plastelina i trake učvrstimo laser i žicu tako da laserski snop pada na sredinu žice , a ogibnu sliku promatramo na zastoru.

   Mjerimo udaljenost prvog maksimuma od središnjeg , tu udaljenost označavamo sa *s* , a udaljenost žice od zastora sa *D*.




**(2 boda)**

Koristimo izraz za ogib na niti:

$a sin\vartheta = k\lambda$ **(2 boda)**

Kut ϑ odredimo mjereći *D* i *s* :

$tg\vartheta = \frac{s}{D}$ **(2 boda)**

Budući da je *D* puno veći od *s* tj. kut ϑ je vrlo mali možemo koristiti aproksimaciju

$sin\vartheta \approx tg\vartheta$

i uz *k*=1 dobije se

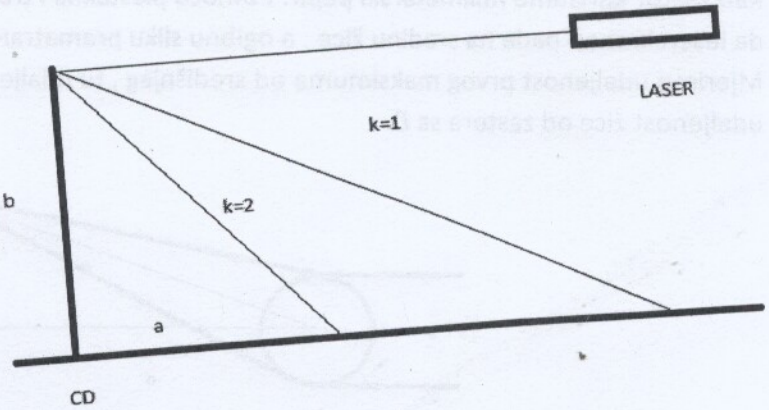
$\lambda = \frac{a}{D} s$ **(2 boda)**

Više mjerenja možemo dobiti mijenjajući *D* i za različite *k*.

Podatke prikažemo tablično i provedemo račun pogreške. **(5 bodova)**

2. CD se sastoji od mnoštva sitnih i gusto pakiranih žljebova koji se spiralno šire od središta diska prema njegovom rubu. Valovi koji se reflektiraju od različitih žljebova međusobno interferiraju. Dakle CD nam može poslužiti kao reflektirajuća optička rešetka. **(2boda)**

Da bi odredili konstantu rešetke postavimo CD i laser prema slici.




**(2 boda)**

Uvjet za pojavu maksimuma je: **(2 boda)**

$d sin\vartheta = k\lambda$

gdje je $d$ konstanta rešetke koja se traži , a λ je valna duljina laserske svjetlosti koju smo odredili u prvom dijelu zadatka.

Kao zastor koristimo milimetarski papir koji postavimo na stol.

Na zastoru dobivamo dva maksimuma tj. mogući su slučajevi $k$=1 i $k$=2.

Mjereći udaljenosti $a$ i $b$ možemo odrediti sinuse kutova prema: **(2 boda)**

$sin\vartheta = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

,a onda lako nalazimo i konstantu rešetke prema: **(2 boda)**

$d = \frac{k\lambda\sqrt{a^2+b^2}}{b}$

Više mjerenja napravimo za različite udaljenosti $a$ i $b$ , rezultate mjerenja prikažemo tablično i provedemo račun pogreške. **(5 bodova)**