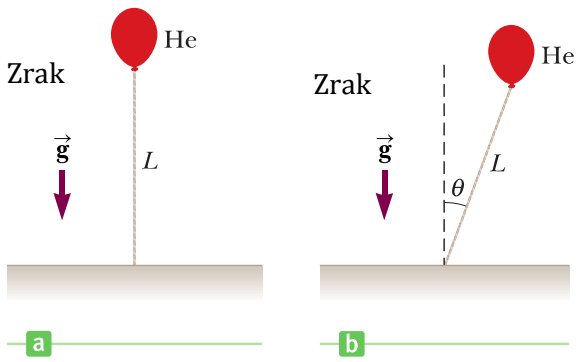
**ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 27. veljače 2014.**
Srednje škole – 3. skupina

## Zadatak 1 [10 bodova]

Izračunaj kapacitet kondenzatora koji će rezonirati sa zavojnicom od jednog namotaja čiji induktivitet je 400 pH i time stvoriti radarski val valne duljine 3 cm. Ukoliko je kondenzator pločast s kvadratičnim paralelnim pločama međusobno razmaknutim 1mm (između kojih se nalazi zrak), kolika mora biti duljina brida ploče kondenzatora? Kolika je reaktancija petlje i kondenzatora (za svaki element zasebno) u rezonanciji?

## Zadatak 2 [10 bodova]

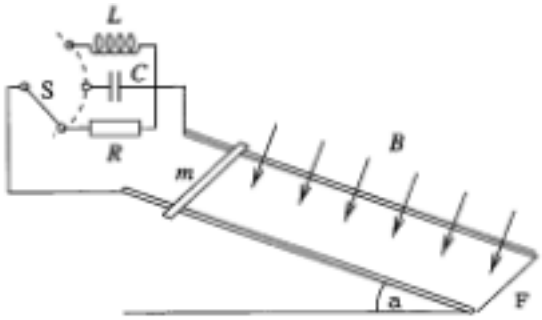
Lagani balon ispunjen helijem gustoće 0.179 kg/m$^3$ privezan je za lagano uže duljine $L$ = 3 m. Uže je privezano za tlo, i čini "invertirano" jednostavno njihalo. Ukoliko je balon malo pomaknut iz položaja ravnoteže (kao na slici (b)), da li će gibanje balona biti jednostavno harmonijsko? Dokaži. Izračunajte period gibanja. Gustoća zraka je 1.29 kg/m$^3$. Uputa: za male kutove $\theta$ vrijedi sljedeća relacija $sin\theta \approx \theta$. (Zanemarite trenje, te mase balona i užeta.)




## Zadatak 3 [10 bodova]

Učenik stoji nekoliko metara ispred glatkog reflektirajućeg zida, i drži ploču na kojoj se nalazi žica koja je pričvršćena na oba svoja kraja. Žica, koja vibrira u svom drugom harmoniku, dugačka je 75 cm, ima masu 2.25 g i napeta je silom 400 N. Drugi učenik, koji se kreće od prvogučenika prema zidu, čuje 8.3 udara u sekundi. Kojom brzinom se učenik približava zidu? Brzina zvuka u zraku je 343 m/s. (Pod nultim harmonikom se smatra osnovni mod titranja zice.)

## Zadatak 4 [11bodova]

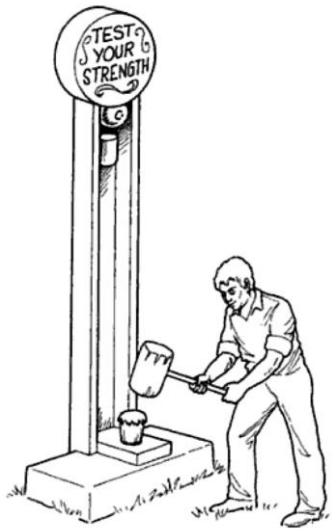



Homogeno polje magnetske indukcije $\boldsymbol{B}$ okomito je na ravninu koju razapinju tračnice duljine $l$ koje su nagnute pod kutom α u odnosu na horizontalu (slika). Vodljiva šipka mase $m$ klizi po tračnicama bez trenja. (a) Opiši gibanje šipke ukoliko se pusti iz stanja mirovanja, a strujni krug koji čine šipka i tračnice je zatvoren preko otpornika $R$. Kolika je maksimalna brzina koju postiže šipka? (b) Ukoliko je strujni krug zatvoren preko kondenzatora $C$, kolika će biti akceleracija šipke?

**ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 27. veljače 2014.**
Srednje škole – 3. skupina

**Zadatak 5 [9 bodova]**

Za vrijeme vožnje na "roller-coasteru" u lunaparku, sinula ti je ideja za konstrukciju uređaja za mjerenje snage, koji želis prodati vlasniku lunaparka. Ideja je sljedeća: udarcem čekića po postolju, u vis će krenuti metalni uteg, koji klizi po dvije glatke vertikalne metalne tračnice (slika). Da bi izračunao početnu brzinu koji dobiva uteg, odlučio si iskoristiti indukcijski efekt Zemljinog magnetskog polja $B = 10^{-4}$T. Uteg zatvara strujni krug s tračnicama, i voltmetar mjeri inducirani napon. Ukoliko je uteg širok $w$ = 10 cm, i igrači ga uspiju prosječno natjerati do visine $h$ = 10 m, koliko osjetljiv mora biti voltmeter (koje tipične vrijednosti mora moći mjeriti)? Koliki će biti maksimalni napon za početnu brzinu zbog koje će se uteg popeti na tu visinu?



**ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 27. veljače 2014.**
Srednje škole – 3. skupina

**Zadatak 1 [10 bodova]**

(a) Frekvencija radarskog vala valne duljine 3 cm, a time i tražena rezonantna frekvencija kruga, je $f_0 = {}^{1}/_{2\pi\sqrt{LC}}$, je **[1 bod]**

$f_0 = f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times10^8\,\mathrm{m/s}}{3\times10^{-2}\,\mathrm{m}} = 1\times10^{10}\,\mathrm{Hz}.$ **[1 bod]**

Dakle, traženi kapacitet je:

$C = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L} = \frac{1}{(2\pi\times10^{10}\,\mathrm{Hz})^2(400\times10^{-12}\,\mathrm{H})} = 0.63\ \mathrm{pF}$ **[2 boda]**

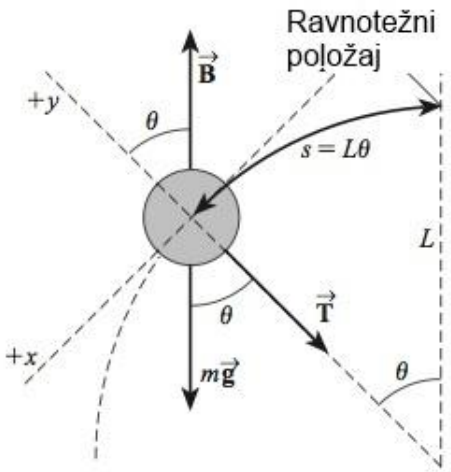
(b) $C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{\epsilon_0 l^2}{d}$, iz čega proizlazi **[2 boda]**

$l = \sqrt{\frac{C\cdot d}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{(6.3\times10^{-13}\,\mathrm{F})(1\times10^{-3}\,\mathrm{m})}{8{,}85\times10^{-12}\,C^2/N\cdot m}} = 8.4\ \mathrm{mm}.$ **[2 boda]**

(c) $X_c = X_l = (2\pi f_0)L = 2\pi(1\times10^{10}\,\mathrm{Hz})(400\times10^{-12}\,\mathrm{H}) = 25\Omega$ **[2 boda]**

**Zadatak 2 [10 bodova]**

Dijagram sila pokazuje sile koje djeluju na balon kada je on pomaknut za udaljenost $s = L\theta$ uzduž kružnog luka kojim se kreće. **[slika 1 bod]**




Rezultantna sila koja je tangencijalna na kružni luk je:

$F_{uk} = \sum F_x = -B sin\theta + mg sin\theta = -(B - mg) sin\theta$ **[1 bod]**

Za male kutove vrijedi $sin\theta \approx \theta = {}^{s}/_{L}$. **[1 bod]**

Također vrijedi $mg = (\rho_{He}V)g$. **[1 bod]**

Sila uzgona je $B = (\rho_{zrak}V)g$. **[1 bod]**

Time je ukupna rezultantna povratna sila koja djeluje na balon:

$F_{uk} = -\left[\frac{(\rho_{zrak} - \rho_{he})Vg}{L}\right]s.$ **[1 bod]**

Ovaj izraz je u obliku Hookeovog zakona, $F = -ks$, gdje za konstantu $k$ možemo pisati $k = (\rho_{zrak} - \rho_{He}) \cdot {}^{Vg}/_{L}$. **[1 bod]**

Prema tome, gibanje će biti jednostavno harmonijsko. **[1 bod]**

Period jednostavnog harmonijskog titranja je:

$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\rho_{He}V}{(\rho_{zrak} - \rho_{He})\,{}^{Vg}/_{L}}} = 2\pi\sqrt{\left(\frac{\rho_{He}}{\rho_{zrak} - \rho_{He}}\right)\frac{L}{g}}.$ **[1 bod]**

Uvrštavanjem poznatih veličina dobiva se za period:

$T$ = 1.4 s **[1 bod]**

## Zadatak 3 [10 bodova]

Brzina transverzalnih valova u žici je

$v_t = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}} = \sqrt{\frac{(400\ \mathrm{N})(0.75\ \mathrm{m})}{2.25\times10^{-3}\mathrm{kg}}} = 365\ \mathrm{m}.$ **[2 boda]**

Kada žica vibrira u svom 2. harmoniku, $\lambda = 2L/3 = 0.5$ m, **[1 bod]**
pa je frekvencija žice i zvuka koji žica proizvodi:

$f_{zv} = \frac{v_t}{\lambda} = \frac{365\ \mathrm{m/s}}{0.5\ \mathrm{m}} = 730\ \mathrm{Hz}.$ **[1 bod]**

Budući da su žica i zid stacionarni, frekvencija vala koji se reflektira od zida jednaka je frekvenciji valova koje emitira žica. Učenik koji se kreće prema zidu brzinom $|v_0|$, se približava jednom stacionarnom izvoru zvuka i udaljava od drugog. Oba izvora emitiraju frekvenciju $f_{zv}$ = 730 Hz. **[2 boda]**

Dvije frekvenvcije koje učenik opaža su:

$(f_0)_1 = f_{zv}\left(\frac{v+|v_0|}{v}\right)$ i $(f_0)_2 = f_{zv}\left(\frac{v-|v_0|}{v}\right).$ **[1 bod]**

Frekvencija udara je $f_{udari} = (f_0)_1 - (f_0)_2 = \frac{2f_{zv}|v_0|}{v}.$ **[1 bod]**

Iz toga proizlazi $|v_0| = \left(\frac{f_{udari}}{2f_{zv}}\right)v = \left[\frac{8.3\ \mathrm{Hz}}{2(730\ \mathrm{Hz})}\right](343\ \mathrm{m/s}) = 1.95\ \mathrm{m/s}.$ **[2 boda]**

## Zadatak 4 [11 bodova]

Neka se šipka spušta brzinom *v* i akceleracijom *a* niz ravninu, i krugom teče struja *I*. U skladu s Lenzovim pravilom, magnetsko polje usporava šipku, i jednadžba gibanja je:

$ma = mgsin\alpha - BlI.$ **[2 boda]**

Ova relacija vrijedi u oba slučaja. Razlika u ponašanju šipke nastaje zbog razlike između induciranog napona i struje koja teče kroz šipku.

(a) U slučaju da je krug zatvoren preko otpornika *R*, struja *I* i inducirani napon *V* = *Blv* povezani preko relacije

$I = \frac{V}{R} = \frac{Blv}{R}.$ **[2 boda]**

Iz tog je očito da se sila kočenja povećava proporcionalno brzini, s tim da će se šipki ubrzanje smanjivati sve dok ne postane nula i šipka se giba konstantnom brzinom. **[2 boda]**

Ova konačna maksimalna brzina može se izračunati tako da se u gornju relaciju za jednadžbu gibanja uvrsti *a* = 0:

$v_{max} = \frac{mgRsin\alpha}{B^2l^2}.$ **[2 boda]**

(b) U slučaju da je krug zatvoren preko kondenzatora *C*, vrijedi sljedeće:

- naboj na kondenzatoru određen je preko induciranog napona ovako

$Q = CV = CBlv.$ **[1 bod]**

Struja koja teče šipkom dana je s:

$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = C\frac{\Delta V}{\Delta t} = CBl\frac{\Delta v}{\Delta t} = CBla.$ **[1 bod]**

Ovo vrijedi budući da se kapacitet kondenzatora, *C*, magnetsko polje, *B*, i duljina šipke, *l*, ne mijenjaju u vremenu.

Odnosno, struja koja teče kroz šipku je izravno proporcionalna akceleraciji šipke. Uvrštavanjem ovog izraza u jednadžbu gibanja dobiva se sljedeći izraz za ubranje šipke:

$a = \frac{mgsin\alpha}{m+B^2l^2C}$. **[1 bod]**

**Zadatak 5 [9 bodova]**

Kada se uteg nalazi na visini *x*, magnetski tok je $\Phi = Bwx$, **[2 boda]**
a inducirani napon je tada:
$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -Bw\frac{\Delta x}{\Delta t} = -Bwv$, gdje je *v* brzina. **[2 boda]**
Ukoliko uteg dostiže visinu *h*, njegova početna brzina dana je formulom $v_0 = \sqrt{2gh}$.
**[1 bod]**
Najveći inducirani napon dan je s
$\varepsilon_{max} = -Bw\sqrt{2gh}$, budući da **[1 bod]**
*B* ne može biti veće od $10^{-4}$ T, jedino može biti manji u slučaju da klizač nije savršeno okomit na lokalno magnetsko polje. **[1 bod]**
S danim vrijednostima za *w* i *h*, proizlazi da je makismalan napon
$|\varepsilon_{max}| = 1.4 \times 10^{-4}$V. **[2 boda]**
To znači da voltmetar mora mjeriti napone ovog reda veličine.