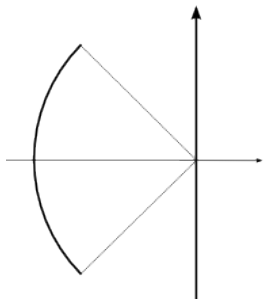
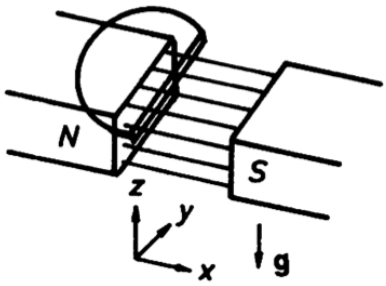
ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 23. veljače 2015.
Srednje škole – 3. skupina

1. zadatak (11 bodova)
Tri paralelne beskonačne žice leže u *x-y* ravnini tako da su im jednadžbe pravaca zadane s $y=-a\sqrt{3}$, $y=0$ i $y=a\sqrt{3}$. Kroz sve žice teku struje u smjeru pozitivne osi *x*. Kako izgleda magnetsko polje za proizvoljnu točku u *x-y* koordinatnom sustavu čije su koordinate (x_0, y_0)? U kojim točkama iščezava magnetsko polje?

2. zadatak (11 bodova)

Elektron (iz nama nepoznatog razloga) titra tako da mu se kut koji zatvara s osi *-x* mijenja harmonijski kružnom frekvencijom ω. Elektron se giba po kružnom luku polumjera *r* koji zatvara kut od 90^0 i leži u *x-y* ravnini kao na slici. Skicirani polumjeri zatvaraju kut od 45^0 s osi *y*. Ravninom prolazi beskonačna žica položena duž osi *y* kojom teče struja *I* prema gore. Elektron se u trenutku $t=0$ nalazi na koordinati $(-r,0)$ i ima smjer brzine prema gore. Odredite iznos magnetskog polja na koordinatama kojima se giba elektron te iznos i smjer Lorentzove sile kojom žica djeluje na elektron u proizvoljnom trenutku *t*.

3. zadatak (9 bodova)


Ravni komad žice usmjeren je duž osi *y* i pušten da pada u gravitacijskom polju kroz homogeno magnetsko polje iznosa *B* kao na slici. Žica ima masu po jedinici duljine λ i otpor po jedinici duljine ρ. Duljina ravnog komada žice jednaka je širini polja. Krajevi žice spojeni su vrlo dugim bezmasenim vodičem zanemariva otpora, koji ni u jednom trenutku padanja ne prolazi kroz magnetsko polje (za potrebe zadatka skiciran, no zamislite da je njegov utjecaj beznačajan). U nekom trenutku žica postigne stalnu brzinu propadanja *v*. Kolika struja teče kroz žicu? Odgovor izrazite pomoću *B, v* i ρ. Kolikog je iznosa stalna brzina propadanja? Odgovor izrazite pomoću *B,* λ i ρ.

4. zadatak (9 bodova)
Crna kutija s 2 terminala sadrži otpornik otpora *R*, idealnu zavojnicu induktiviteta *L* i kapacitor kapaciteta *C*. Kad se na terminale spoji baterija od *9V* kroz nju teče struja od *9mA*. Nacrtajte moguće sklopove koji se nalaze u kutiji. Kad se na terminale spoji izvor izmjeničnog napona, primjećuje se da struja poprima iznos od *6mA* pri frekvenciji izvora iznosa *1000Hz*. Je li moguće odrediti iznose otpora, induktiviteta i kapaciteta elemenata? Ako da, koliki su? Ako ne, zašto?

5. zadatak (10 bodova)
Usmjereni izvor zvučnih valova frekvencije *f* i prijamnik smješteni su na istoj okomici na zid. Izvor i prijamnik miruju, a zid se udaljava od prijamnika brzinom *c/n*, pri čemu je *c* brzina zvuka u zraku. Koliki mora biti *n* kako bi prijamnik čuo frekvencije koje se razlikuju za faktor 2?

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 23. veljače 2015.
Srednje škole – 3. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (11 bodova)

Pretpostavimo da se nalazimo u nekoj točki *(x_0, y_0)* koordinatnog sustava. Primjetimo da magnetsko polje od pojedine žice u bilo kojoj točki gleda okomito na ravninu **(1 bod).** Jakost magnetskog polja u nekoj točki u prostoru ovisi samo o udaljenosti od pojedine žice i dana je izrazom B=$\mu_0 I/(2d\pi)$, dok je smjer određen pravilom desne ruke. **(2 boda).** Možemo razlikovati 4 područja, gledano odozgo: iznad gornje žice, između gornje i srednje žice, između srednje i donje žice te ispod donje žice. Po područjima vrijedi:

a.) iznad gornje žice ($y_0 > a\sqrt{3}$). Vidimo prema pravilu desne ruke da su polja od svih žica usmjerena iz ravnine. Znajući udaljenosti žica od točke gledišta, jakost polja jednaka je

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{y_0 - a\sqrt{3}} + \frac{1}{y_0} + \frac{1}{y_0 + a\sqrt{3}}\right) = \frac{3\mu_0 I}{2\pi y_0}\frac{y_0^2 - a^2}{y_0^2 - 3a^2} \qquad \textbf{(2 boda)}$$

b.) između gornje i srednje žice ($0 < y_0 < a\sqrt{3}$). Vidimo prema pravilu desne ruke da su polja donje dvije žice usmjerena iz ravnine, dok je polje gornje žice usmjereno u ravninu. Znajući udaljenosti žica od točke gledišta, jakost polja jednaka je

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{y_0} + \frac{1}{y_0 + a\sqrt{3}} - \frac{1}{a\sqrt{3} - y_0}\right) = \frac{3\mu_0 I}{2\pi y_0}\frac{y_0^2 - a^2}{y_0^2 - 3a^2} \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Funkcijski oblik rješenja b.) isti je kao i onaj rješenja a.), no smjer može biti drugačiji zbog iznosa y_0.

c.) lako se vidi da su donja dva područja postavljena simetrično u odnosu na gornja 2 područja. Stoga, iznos polja će u njima biti istog funkcijskog oblika, no polje će imati suprotan smjer (gleda u ravninu, a ne iz nje). **(2 boda).**

Polje iščezava kad je B=0, tj. kad je $y_0 = \pm a$ **(2 boda).**

2. zadatak (11 bodova)

Na elektron djeluje Lorentzova sila iznosa qv_0B. **(1 bod).** Odredimo najprije smjer i iznos magnetskog polja u pojedinoj točki putanje elektrona. Pravilom desne ruke vidi se da je polje usmjereno iz ravnine gibanja, ako uzmemo u obzir da struja kroz žicu teče prema gore **(1 bod)**. Iznos polja u pojedinoj koordinati jednak je $|\mu_0 I/(2d\pi)|$, pri čemu je d okomita udaljenost od žice, a u ovom slučaju odgovara koordinati -x na kojoj se nalazi elektron. **(2 boda).** Povežimo x s uvjetima zadanim u zadatku. Vrijedi da je $d = r\cos(\phi)$, pri čemu je ϕ kut koji trenutni položaj zatvara s osi -x, s pozitivnim smjerom prema gore **(1 bod, daje se i za analogne definicije kuta, npr. kut s pozitivnom osi x, s osi y, u drugom smjeru itd.)**. Iz uvjeta zadatka taj se kut mijenja harmonijski s frekvencijom f. Vidimo da je u početnom trenutku elektron u

prolasku kroz položaj ravnoteže (gdje je ϕ jednak nuli) i ima pozitivnu brzinu (jer povećanjem vremena kut ϕ raste). **(1 bod za početne uvjete)** Stoga, možemo pisati da vrijedi $\phi = \frac{\pi}{4} sin(\omega t)$, **(1 bod za izraz ovog tipa)** pa je polje iznosom jednako:

$$B(t) = \left| \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{r cos(\frac{\pi}{4} sin(\omega t))} \right| \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Da bi odredili iznos magnetske sile u proizvoljnom trenutku, potreban nam je iznos brzine elektrona. Kako on harmonijski titra, znamo da je brzina jednaka

$$v = r \cdot brzina\ titranja\ = r\omega \frac{\pi}{4} cos(\omega t) \ \textbf{(1 bod)}$$

Stoga, iznos sile je jednak:

$$F = |e| \left| r\omega \frac{\pi}{4} sin(\omega t) \right| \left| \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{r cos(\frac{\pi}{4} sin(\omega t))} \right| = \frac{\mu_0 I e}{8} \left| \frac{\omega cos(\omega t)}{cos(\frac{\pi}{4} sin(\omega t))} \right| \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Smjer magnetske sile odredi se pravilom desne ruke i vidi se da je sila usmjerena od središta kružnice kad se elektron giba od dolje prema gore i usmjerena prema središtu kružnice kad se giba od gore prema dolje. **(1 bod)**.

3. zadatak (9 bodova)

Neka žica ima duljinu L. Kad pada stalnom brzinom kroz polje, tad je inducirana elektromotorna sila na njoj iznosom jednaka BLv **(1 bod)**, otpor joj je jednak R= ρL **(1 bod)**, a struja koja kroz nju teče jednaka je po Ohmovom zakonu $I = BLv/\rho L = Bv/\rho$ **(1 bod).**

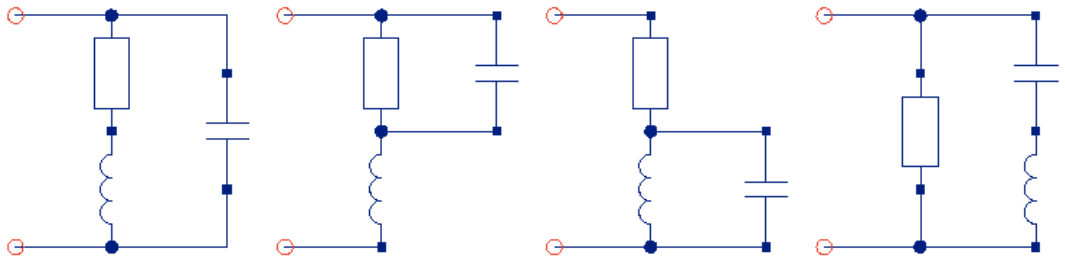
Kako bi našli brzinu propadanja, primijetimo da je za stalnu brzinu propadanja iznos magnetske sile na žicu jednak njenoj težini **(1 bod)**. Iznos magnetske sile jednak je $F = BLI\ = B^2 vL/\rho$ **(2 boda).** Napokon, težinu tijela zapišimo kao $G = mg = \lambda Lg$ **(1 bod)**, pa izjednačavanjem slijedi:

$$\frac{B^2 vL}{\rho} = \lambda Lg \qquad \textbf{(1 bod)} \text{ iz čega slijedi}$$

$$v = \frac{\lambda \rho g}{B^2} \text{ . } \textbf{(1 bod)}$$

4. zadatak (9 bodova)

Razmotrimo na koji način mogu biti spojeni elementi u kutiji. Ako su sva 3 elementa spojena serijski, kroz krug neće teći istosmjerna struja, što se kosi s uvjetom zadatka **(1 bod)**. Stoga, vidi se da otpornik mora biti ili spojen serijski sa zavojnicom i paralelno s kapacitorom (3 mogućnosti) ili paralelno sa serijskim spojem zavojnice i kapacitora (1 mogućnost) **(2 boda).** Sheme mogućih sklopova su na slici **(2 boda, po pola za pojedinu shemu)**.



Spajanjem baterije napona *9V*, struja teče samo kroz otpornik i zavojnicu ili samo kroz otpornik. Kako je zavojnica idealna, njen omski otpor je nula. Iz Ohmovog zakona iznos otpora jednak je $R=9V/9mA = 1k\Omega$. **(2 boda)**.

Spajanjem izmjeničnog izvora struja teče kroz obje grane spoja. Načelno, za općenitu frekvenciju izvora moguće je odrediti impedanciju i napisati Ohmov zakon. No, problem s tim pristupom jest da ne znamo za koji sklop odrediti impedanciju te uvrstiti vrijednosti frekvencije i iznosa struje iz zadatka **(1 bod).** Druga ideja koju bi mogli primijeniti jest rezonantni uvjet, no u zadatku ne stoji da je zadana frekvencija rezonantna. Stoga, moguće je odrediti iznos otpora, ali ne i induktiviteta i kapaciteta elemenata. **(1 bod)**

5. zadatak (10 bodova)

Prijamnik detektira dva zvuka: onaj koji dolazi direktno od izvora i onaj koji se reflektira na zidu **(2 boda)**. Frekvencija prvog zvuka jednostavno je jednaka f. **(1 bod)** Drugom zvuku, koji odlazi do zida, prvo biva snižena frekvencija radi odmicanja zida i iznosi:

$$f_2' = f\frac{c-v}{c} = f\frac{c-c/n}{c} = \frac{n-1}{n}f \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Poslije toga se taj zvuk reflektira od zida i prilazi detektoru. **(1 bod)** Pomak u frekvenciji tad je jednak:

$$f_2'' = f_2'\frac{c}{c+v} = f_2'\frac{c}{c+c/n} = \frac{n}{n+1}f_2' = f\frac{n-1}{n+1} \qquad \textbf{(2 boda).}$$

Uvjet koji je postavljen u zadatku jest da se frekvencije razlikuju za faktor 2. Drugim riječima, možemo zahtijevati da je f_2'' jednak $2f$ ili $f/2$. Prvi uvjet vodi na $n=-3$, što je nemoguće **(1 bod)**, a drugi na $n=3$, što je rješenje zadatka. **(1 bod)**.