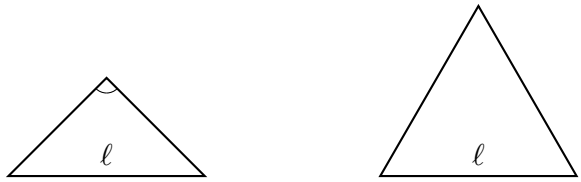
Općinsko natjecanje iz fizike

- srednje škole: IV. grupa -

27.01.2016.

1. Trokut načinjen od tri kruta štapa promatran je iz dva različita inercijalna referentna sustava. Mjerenja pokazuju da u sustavu $\mathcal{S}$ trokut miruje, dok se u sustavu $\mathcal{S}'$ giba konstantnom (relativističkom) brzinom $\vec{v}$. Također je ustanovljeno da trokut u ova dva sustava „poprima" drugačiji oblik—u jednom je sustavu trokut pravokutan i jednakokračan [slika a)], dok je u drugom jednakostraničan [slika b)]. Duljina baze trokuta u oba referentna sustava je ista i iznosi $\ell = 1\,\mathrm{m}$.



a) b)

- Odredite i argumentirajte koja slika predstavlja trokut u sustavu $\mathcal{S}$, a koja u $\mathcal{S}'$.
- Skicirajte moguće smjerove vektora brzine $\vec{v}$ u sustavu $\mathcal{S}'$, ako znate da leži u ravnini trokuta, te odredite iznos te brzine v.

[10 bodova]

2. Slika predmeta koji se nalazi na nekoj udaljenosti ispred zakrivljenog zrcala jest uspravna i dvostruko veća od veličine samog predmeta. Ukoliko se predmet dodatno udalji od zrcala za $d = 25\,\mathrm{cm}$, tad njegova slika postaje obrnuta i dvostruko manja od prave veličine.

- O kakvom se zrcalu radi?
- Skicirajte nastanak slike prije i poslije pomicanja predmeta.
- Izračunajte polumjer zakrivljenosti zrcala R.

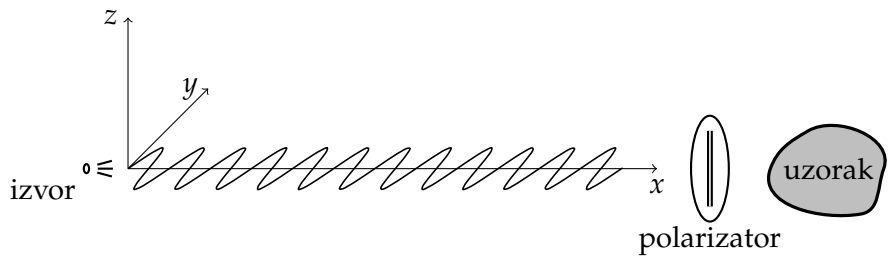
[12 bodova]

3. Koherentna svjetlost frekvencije $f = 7 \times 10^{14}\,\mathrm{Hz}$ upada na dvije pukotine, kao u Youngovom pokusu, te se može opaziti interferencijski uzorak na zaslonu udaljenom $\ell = 1.8\,\mathrm{m}$ od pukotina. Razmak između tamnih pruga iznosi $\Delta x = 4.2\,\mathrm{mm}$.

- Odredite udaljenost d među pukotinama.
- Koliko će iznositi razmak između tamnih pruga Δx ako cijeli eksperimentalni postav uronimo u vodu indeksa loma $n = 1.33$ i ponovimo pokus?

[8 bodova]

4. Da biste istražili optička svojstva nekog uzorka, potrebna vam je svjetlost linearno polarizirana u vertikalnom smjeru. Stoga, tik ispred uzorka, postavite vertikalni polarizator kako biste osigurali ispravnu polarizaciju upadne svjetlosti. Međutim, jedini izvor svjetlosti u laboratoriju emitira isključivo horizontalno polariziranu svjetlost intenziteta $I_0 = 1\,\mathrm{kW/m^2}$, kao na donjoj slici.



- Možete li provesti istraživanje uzorka s gore navedenom aparaturom ako niste u mogućnosti zakretati niti jedan dio eksperimentalnog postava?
- Ukoliko u laboratoriju pronađete još jedan polarizator, čiju os možete zakretati po volji, možete li tada izvršiti eksperiment umetanjem drugog polarizatora između izvora svjetlosti i postojećeg polarizatora? Skicirajte ulogu drugog polarizatora u eksperimentu i odredite maksimalni intenzitet svjetlosti I_{max} kojom uzorak može biti obasjan u ovom slučaju.

[10 BODOVA]

5. Sferna ljuska unutarnjeg polumjera $r = 10\,\mathrm{cm}$ i vanjskog polumjera $R = 20\,\mathrm{cm}$ drži se u toplinskoj ravnoteži na stalnoj temperaturi $T = 323.15\,\mathrm{K}$ pomoću grijača snage P. Pretpostavite da ljusku možemo smatrati savršenim crnim tijelom te da je temperatura okoline $0\,\mathrm{K}$.

- Izračunajte snagu grijača P.
- Dolazi li do emisije elektromagnetskog zračenja s unutarnje strane ljuske? Argumentirajte svoj odgovor. Ukoliko je odgovor bio pozitivan, izračunajte pripadnu emitiranu snagu $P_{\text{šupljina}}$.

[10 BODOVA]

Vrijednosti fizikalnih konstanti:

- brzina svjetlosti: $c = 3 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$;
- Stefan-Boltzmannova konstanta: $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\,\mathrm{W/(m^2\,K^4)}$.

Općinsko natjecanje iz fizike - rješenja

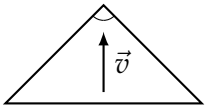
- srednje škole: IV. grupa -

27.01.2016.

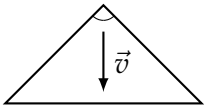
Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Glavni fizikalni efekt promatran u ovom zadatku je Lorentz-FitzGeraldova kontrakcija duljine koja se opažava kao skraćivanje dimenzija tijela u smjeru gibanja.

   - Promatrajući slike a) i b), jasno je da se, prelaskom iz jednog referentnog sustava u drugi, mijenja visina trokuta, dok baza ostaje ista. Budući je visina trokuta na slici a) manja od visine trokuta na slici b), zaključujemo da slika a) prikazuje referentni sustav $\mathcal{S}'$ u kojem se trokut giba, dok slika b) prikazuje referentni sustav $\mathcal{S}$ u kojem trokut miruje. [2 boda]
   - Kako se kontrakcija duljine manifestira isključivo u smjeru gibanja tijela, a znamo da vektor brzine $\vec{v}$ leži u ravnini trokuta, on mora biti paralelan s visinom trokuta. Imamo, dakle, dvije mogućnosti: brzina je usmjerena od baze prema suprotnom vrhu trokuta i obrnuto:



[1 bod]



[1 bod]

   - Iznos brzine trokuta možemo odrediti iz formule za Lorentz-FitzGeraldovu kontrakciju duljine $h' = h/\gamma$, gdje su h i h' visine trokuta mjereno u sustavima $\mathcal{S}$ i $\mathcal{S}'$, respektivno, a γ je relativistički faktor. [1 bod]

     Visine trokuta su
     $$h = \frac{\sqrt{3}}{2}\ell, \qquad h' = \frac{1}{2}\ell,$$
     odakle slijedi $\gamma = \sqrt{3}$. [2 boda]

     Koristeći definiciju $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, možemo izraziti brzinu trokuta
     $$v = \frac{\sqrt{\gamma^2 - 1}}{\gamma}c \qquad \text{[2 boda]}$$
     $$= \sqrt{\frac{2}{3}}c = 2.45 \times 10^8\,\mathrm{m/s}. \qquad \text{[1 bod]}$$

2. Zadatak proučava stvaranje slike na zakrivljenom zrcalu unutar paraksijalne aproksimacije geometrijske optike. Koristi se jednadžba zrcala

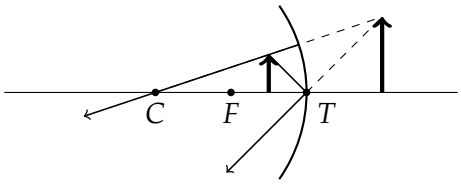
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R},$$

gdje su a i b udaljenosti predmeta, odnosno slike od tjemena zrcala, a R je polumjer zakrivljenosti zrcala. Pratimo konvenciju prema kojoj je a uvijek pozitivan broj, dok je b pozitivan (negativan) ako je slika realna (virtualna). Također, uzimamo $R > 0$ za konkavno, te $R < 0$ za konveksno zrcalo. Povećanje računamo prema formuli

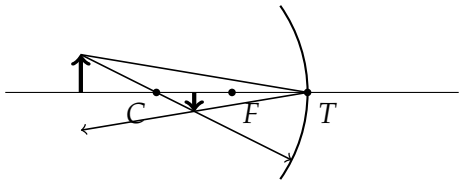
$$m = -\frac{b}{a},$$

tako da $m < 0$ implicira da je slika obrnuta u odnosu na predmet.

- Uvećanu sliku, koju zrcalo stvara prije pomicanja predmeta, moguće je dobiti jedino ako se koristi konkavno zrcalo. [2 BODA]
- Prije pomicanja predmeta, slika je bila uspravna i uvećana, što znači da se predmet nalazio između žarišta F i tjemena T zrcala. Nakon pomicanja predmeta, slika je smanjena i obrnuta, što znači da se sad predmet nalazi iza središta zakrivljenosti zrcala C.



prije pomicanja predmeta
[2 BODA]



nakon pomicanja predmeta
[2 BODA]

- Množeći jednadžbu zrcala s a možemo izraziti udaljenost predmeta od zrcala preko polumjera zakrivljenosti i faktora uvećanja

$$a = \frac{R}{2}\frac{m-1}{m}.$$ [2 BODA]

Odavde imamo

$$d = a_2 - a_1 = \frac{R}{2}\frac{m_2 - m_1}{m_1 m_2} \quad \rightsquigarrow \quad R = 2d\frac{m_1 m_2}{m_2 - m_1},$$ [2 BODA]

gdje su m_1 i m_2 uvećanja prije, odnosno nakon pomicanja predmeta. Uvrštavanje $m_1 = 2$, te $m_2 = -1/2$ daje

$$R = \frac{4}{5}d = 20\,\text{cm}.$$ [2 BODA]

3. Zadatak je jednostavna primjena Youngovog eksperimenta na dvije pukotine. Ukoliko su dva koherentna izvora svjetlosti valne duljine λ na međusobnoj udaljenosti d, tada će se na dalekom zaslonu vidjeti interferencijske pruge. Pod pretpostavkom da je zaslon na udaljenosti $\ell (\gg d)$ od izvora, te da su izvori paralelni sa zaslonom, interferencijski minimumi će se pojaviti na položajima

$$x_n = (n + 1/2)\lambda\ell/d, \quad n \in \mathbb{Z},$$

mjereno uzduž zaslona od središnje svijetle pruge.

- Razmak između tamnih pruga je razlika položaja dva susjedna interferencijska minimuma

$$\Delta x = x_{n+1} - x_n = \frac{\lambda\ell}{d}. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

  Valnu duljinu svjetlosti možemo izračunati iz poznate frekvencije

$$\lambda = c/f. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

  Kombinirajući ove relacije možemo naći udaljenost među pukotinama

$$d = \frac{c\ell}{f\Delta x} \qquad [1 \text{ BOD}]$$
$$= 184\,\mu\text{m}. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

- Brzina svjetlosti u vodi je

$$v_{\text{voda}} = c/n, \qquad [1 \text{ BOD}]$$

  pa je valna duljina manja nego u zraku

$$\lambda_{\text{voda}} = \frac{c}{nf} = \frac{\lambda}{n}, \qquad [1 \text{ BOD}]$$

  budući da frekvencija svjetlosti ostaje nepromijenjena. Zbog toga se i razmak među prugama smanji

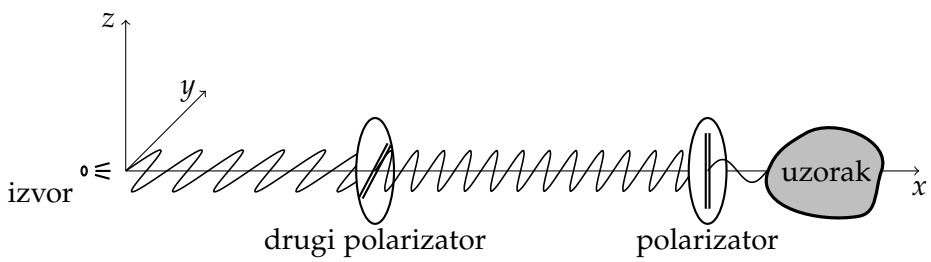
$$\Delta x_{\text{voda}} = \frac{\lambda_{\text{voda}}\ell}{d} = \frac{1}{n}\frac{\lambda\ell}{d} = \frac{\Delta x}{n} \qquad [1 \text{ BOD}]$$
$$= 3.16\,\text{mm}. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

4. Fizikalni princip iza ovog zadatka je Malusov zakon koji kaže da će polarizator čija je os postavljena pod kutem θ u odnosu na smjer polarizacije upadnog elektromagnetskog vala intenziteta I_0 propustiti samo onu komponentu vala koja je paralelna s osi polarizatora te će intenzitet izlaznog vala iznositi

$$I = I_0 \cos^2 \theta.$$

- Sa slike u zadatku, jasno je da je svjetlost polarizirana uzduž osi y, dok je polarizator postavljen uzduž osi z. Dakle, kut između osi polarizatora i polarizacije svjetlosti je $\theta = 90°$. Uvrštavanje u Malusov zakon pokazuje da svjetlost neće proći kroz polarizator i doći do uzorka. Prema tome, nije moguće provesti istraživanje uzorka samo s jednim polarizatorom. [1 BOD]
- Drugi polarizator možemo postaviti između izvora svjetlosti i prvog polarizatora tako da mu se os polarizacije nalazi u yz ravnini i zatvara kut θ s osi y, odnosno kut $90° - \theta$ s osi z. Na taj ćemo način zakrenuti smjer polarizacije svjetlosti s osi y u yz ravnini te će izlazna svjetlost imati i z komponentu koju će polarizator ispred uzorka propustiti. [2 BODA]

  Skica eksperimenta s dva polarizatora:



[2 BODA]

Koristeći dva polarizatora na gore navedeni način, možemo odrediti intenzitet svjetlosti koja upada na uzorak,

$$I = I_0 \cos^2 \theta \cos^2(90° - \theta) = \frac{I_0}{4} \sin^2 2\theta. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Lako je vidjeti da ovaj izraz postiže maksimum za

$$\theta = 45°, \qquad [1 \text{ BOD}]$$

kad vrijedi

$$I_{\max} = \frac{I_0}{4} \qquad [1 \text{ BOD}]$$

$$= 250\,\mathrm{W/m^2}. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

5. Zadatak se oslanja na činjenicu da je intenzitet zračenja savršenog crnog tijela proporcionalan četvrtoj potenciji apsolutne temperature,

$$I = \sigma T^4,$$

gdje je koeficijent proporcionalnosti Stefan-Boltzmannova konstanta.

- Razmatrajući problem s aspekta zakona očuvanja energije, snaga grijača se može trošiti na zagrijavanje tijela i na emitiranje toplinskog zračenja. U ravnoteži, temperatura je konstantna pa se tijelo ne zagrijava. Prema tome, snaga grijača se u potpunosti troši na zračenje crnog tijela. Izgubljena snaga je ona koja je izračena s vanjske površine sferne ljuske i ona mora biti jednaka snazi grijača. [2 BODA]

  Koristeći zakon zračenja crnog tijela i definiciju intenziteta zračenja, imamo

$$\begin{aligned} P &= 4\pi R^2 \sigma T^4 && \text{[2 BODA]} \\ &= 311\,\mathrm{W}. && \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$

- Crno tijelo zrači jednakim intenzitetom sa svake točke svoje površine, pa i s unutarnje strane sferne ljuske. Međutim, to zračenje nije izgubljeno jer se emitira u šupljinu te je opet apsorbirano od strane crnog tijela. Prema tome, zračenje s unutarnje strane sferne ljuske ne utječe niti na temperaturu crnog tijela niti na gubitak energije pa ga nismo morali uzeti u obzir u prethodnom podzadatku. [3 BODA]

  Snaga tog zračenja je opet dana preko Stefan-Boltzmannove formule,

$$\begin{aligned} P_{\text{šupljina}} &= 4\pi r^2 \sigma T^4 && \text{[1 BOD]} \\ &= 77.7\,\mathrm{W}. && \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$