DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

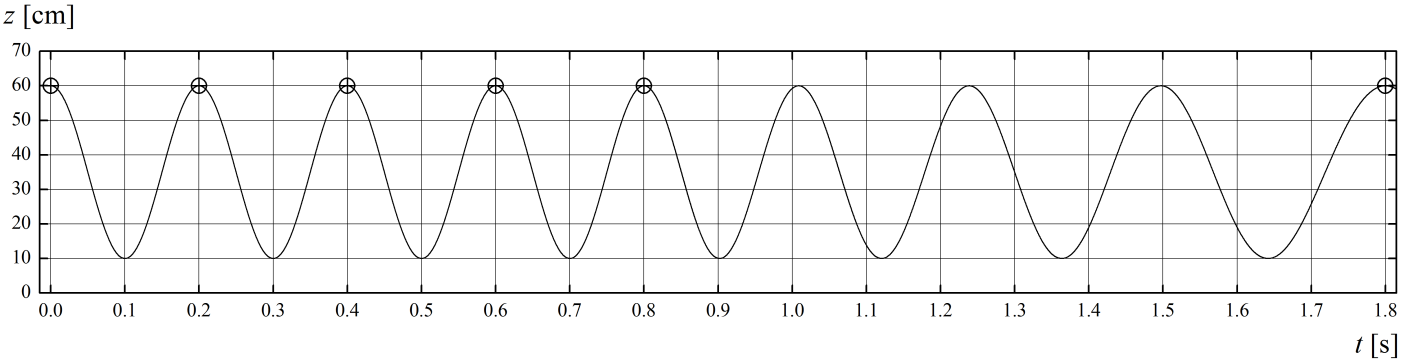
Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Srednje škole – 1. skupina

Zadatak 1 (17 bodova)

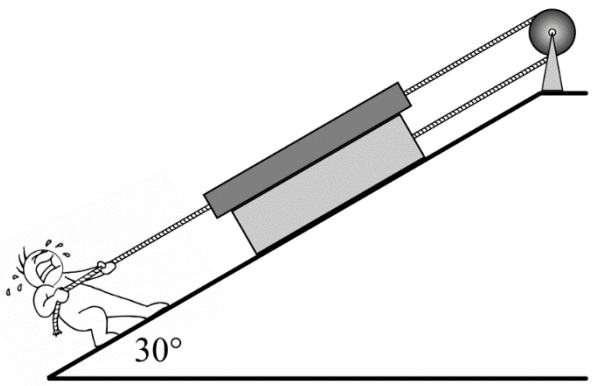
Kotač bicikla ima vanjski promjer 700 mm. Na udaljenosti 250 mm od središta kotača postavljeno je mačje oko. Biciklist vozi bicikl po ravnoj stazi najprije stalnom brzinom, a u trenutku 0.8 s počinje jednoliko usporavati. Na grafu je prikazana ovisnost visine (udaljenosti od tla) mačjeg oka o vremenu (radi jasnoće posebno je označeno da se u trenucima t = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 i 1.8 mačje oko nalazi na najvišem položaju).

a) Nacrtajte graf ovisnosti brzine bicikla o vremenu.
b) Nacrtajte graf ovisnosti položaja bicikla o vremenu.
c) Nakon koliko vremena od početka gibanja će se bicikl zaustaviti, koliki put će do tada prijeći put te koliko iznosi srednja brzina po putu bicikla od početnog trenutka do zaustavljanja?



Zadatak 2 (17 bodova)

Daska mase 1 kg nalazi se na kvadru mase 8 kg. Na dasku i kvadar pričvršćeno je nerastezljivo uže zanemarive mase koje je prebačeno preko koloture zanemarive mase. Čovjek pomoću nerastezljivog užeta zanemarive mase vuče dasku prema podnožju kosine stalnom brzinom primjenjujući stalnu silu F. Koeficijent trenja između svih podloga iznosi 0.2.



a) Nacrtajte sve sile koje djeluju na dasku.
b) Nacrtajte sve sile koje djeluju na kvadar.
c) Izračunajte iznos sile F.
d) Izračunajte rad koji je potrebno utrošiti da se kvadar pomakne uz kosinu za 10 cm.

Zadatak 3 (18 bodova)

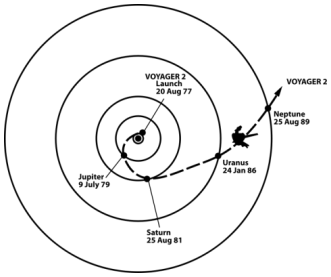
Atletičar se natječe u disciplini bacanja koplja. Položaj koplja opisan je položajem njegovog vrha. U trenutku izbačaja vrh koplja nalazi se na visini y_0. Zanemarite otpor zraka.

a) Ako atletičar miruje za vrijeme izbačaja koplja, koplje padne na tlo na udaljenosti 35.2 m od mjesta izbačaja, a let koplja traje 2.75 s. Brzina koplja u trenutku izbačaja zatvara kut 45° s horizontalom. Izračunajte brzinu koplja neposredno nakon izbačaja.

b) Da poveća domet koplja atletičar koristiti zaletište. Atletičar jednoliko ubrzava na zaletištu dugom 32 m te izbacuje koplje pod jednakim kutem u svom referentnom sustavu i s jednake visine kao i u prethodnom slučaju. Ako se domet koplja poveća za 25% u odnosu na prethodni slučaj, a vrijeme leta ostane jednako, izračunajte brzinu atletičara u trenutku izbačaja koplja. Izračunajte brzinu koplja u trenutku izbačaja u referentnom sustavu atletskog stadiona. Izračunajte ubrzanje atletičara na zaletištu.

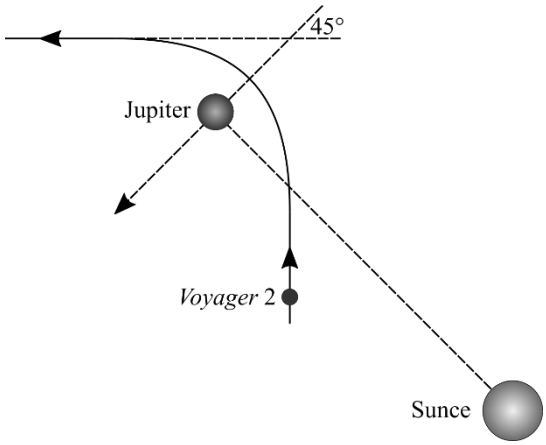
c) Izračunajte visinu vrha koplja y_0 u trenutku izbačaja. Izračunajte maksimalnu visinu (udaljenost od tla) koju postiže vrh koplja za vrijeme leta u oba slučaja.

Zadatak 4 (18 bodova)



Prilikom planiranja putanja svemirskih letjelica često se koristi „efekt praćke“ (engl. *sligshot effect*) koji se javlja prilikom prolaska letjelice blizu nekog od planeta u Sunčevom sustavu. Razmotrit ćemo ovaj efekt na primjeru svemirske sonde Voyager 2. Svemirsku sondu Voyager 2 lansirala je *National Aeronautics and Space Administration*, USA (NASA) 20. kolovoza 1977. Misija Voyagera 2 je istraživanje vanjskih planeta Sunčevog sustava: Jupitera, Saturna, Urana i Neptuna. Putanja Voyagera 2 obzirom na referentni sustav Sunca prikazana je na slici lijevo.

Promatrano iz referentnog sustava Jupitera (sustav u kojem Jupiter miruje) dio putanje Voyagera 2 prikazan je na slici desno. Obzirom na referentni sustav Jupitera na velikim udaljenostima od Jupitera brzina Voyagera 2 iznosi 7.8 km/s, a smjer brzine promijeni se za 90° nakon prolaska pored Jupitera. Brzina Jupitera u odnosu na Sunce iznosi 13.1 km/s.



a) Izračunajte promjenu iznosa brzine Voyagera 2 u sustavu Sunca prije i nakon prolaska pored Jupitera. Skicirajte vektore brzina Voyagera 2 prije i nakon prolaska pored Jupitera u sustavu Sunca. Pretpostavite da se Jupiter, za vrijeme prolaska Voyagera 2 pored Jupitera, giba po pravcu i zanemarite utjecaj Sunca i drugih planeta. Pokažite da je promjena brzine Jupitera zanemariva.

b) Pretpostavite da se nakon prolaska pored Jupitera i dovoljno daleko od njegovog gravitacijskog utjecaja, Voyager 2 nalazi na udaljenosti od Sunca približno jednakoj udaljenosti Sunce-Jupiter. Je li brzina Voyagera 2 dovoljna da napusti Sunčev sustav?

c) Prilikom prolaska pored Jupitera najmanja udaljenost Voyagera 2 od površine Jupitera iznosi 570 000 km. Izračunajte maksimalnu brzinu Voyagera 2 u referentnom sustavu Jupitera, koju postiže za vrijeme prolaska pored Jupitera.

Masa Sunca: $1.989 \cdot 10^{30}$ kg, masa Jupitera: $1.898 \cdot 10^{27}$ kg, masa Voyagera 2: 722 kg, udaljenost Sunce-Jupiter: $778.5 \cdot 10^{6}$ km, polumjer Jupitera: 70 000 km, gravitacijska konstanta: $G = 6.674 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Srednje škole – 1. skupina, rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (17 bodova)

a) S priloženog grafa se može vidjeti da kotač bicikla u vremenskom intervalu $\Delta t_1 = 0 - 0.8\,\text{s}$ napravi četiri puna okreta. Prema tome, kutna brzina okretanja kotača jednaka je:

$$\omega_0 = \frac{\Delta\theta}{\Delta t_1} = \frac{4 \cdot 2\pi}{0.8\,\text{s}} = 10\pi\ \text{rad/s}$$ **(2 boda)**

U vremenskom intervalu $\Delta t_2 = 0.8 - 1.8\,\text{s}$ kotač se giba jednoliko usporeno s početnom kutnom brzinom ω_0 i kutnim ubrzanjem α te u tom vremenu napravi četiri puna okreta.

$$\Delta\theta = \omega_0 \Delta t_2 - \frac{1}{2}\alpha(\Delta t_2)^2$$

$$4 \cdot 2\pi = (10\pi\ \text{rad/s})(1\,\text{s}) - \frac{1}{2}\alpha(1\,\text{s})^2 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{20\pi - 16\pi}{(1\,\text{s})^2} = 4\pi\ \text{rad/s}^2$$ **(3 boda)**

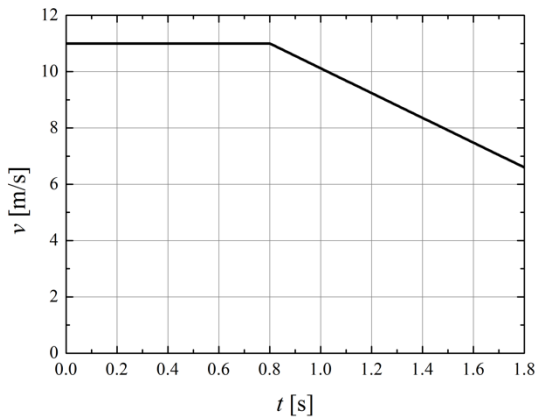
Brzina translacije bicikla jednaka je obodnoj brzini točke na vanjskom rubu kotača bicikla. Prema tome, u vremenskom intervalu Δt_1 bicikl se giba jednoliko brzinom:

$$v_0 = r\omega_0 = (0.35\,\text{m})(10\pi\ \text{rad/s}) = 11\,\text{m/s}$$

U vremenskom intervalu Δt_2 bicikl se giba jednoliko usporeno ubrzanjem:

$$a = r\alpha = (0.35\,\text{m})(4\pi\ \text{rad/s}^2) = 4.4\,\text{m/s}^2$$

te je gibanje opisano jednadžbom $v(t) = v_0 - at$. $v(t)$ graf prikazan je na slici desno. **(4 boda)**



b) U vremenskom intervalu Δt_1 bicikl prijeđe put:

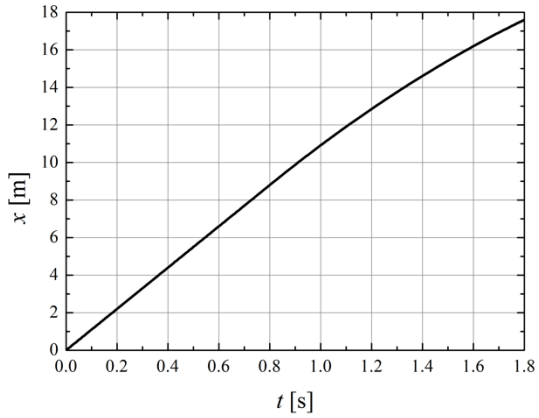
$$s_1 = v_0 \Delta t_1 = (11\,\text{m/s})(0.8\,\text{s}) = 8.8\,\text{m}$$

U vremenskom intervalu Δt_2 bicikl prijeđe put:

$$s_2 = v_0 \Delta t_2 - \frac{1}{2}a(\Delta t_2)^2$$

$$s_2 = (11\,\text{m/s})(1\,\text{s}) - \frac{1}{2}(4.4\,\text{m/s}^2)(1\,\text{s})^2 = 8.8\,\text{m}$$

Na kraju vremenskog intervala Δt_2 bicikl se nalazi na položaju $s_1 + s_2 = 17.6\,\text{m}$. $x(t)$ graf prikazan je na slici desno. **(4 boda)**



c) Bicikl će se zaustaviti u trenutku:

$$0 = v_0 - at \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_0}{a} = \frac{11\,\text{m/s}}{4.4\,\text{m/s}^2} = 2.5\,\text{s}$$ nakon početka usporenog gibanja. **(1 bod)**

Do tada će prijeći put:

$$s_{ukupno} = s_1 + v_0 t - \frac{1}{2}at^2 = 8.8\,\text{m} + (11\,\text{m/s})(2.5\,\text{s}) - \frac{1}{2}(4.4\,\text{m/s}^2)(2.5\,\text{s})^2 = 22.55\,\text{m}$$ **(2 boda)**

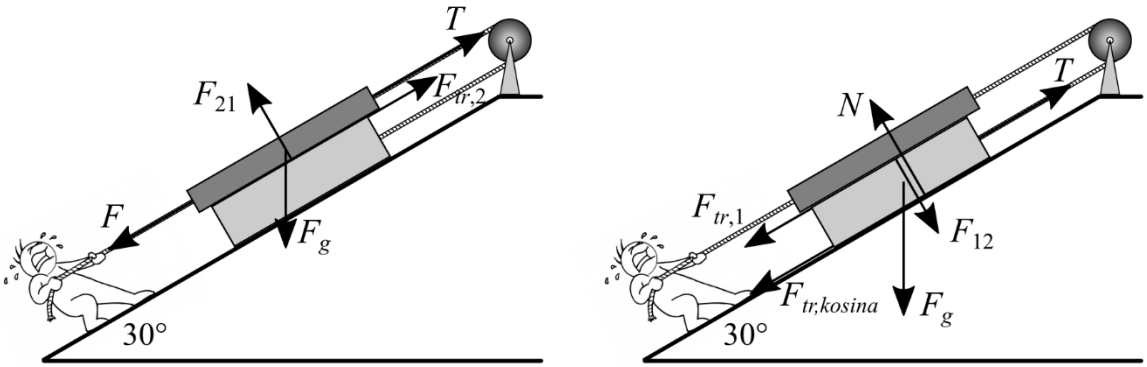
Srednja brzina po putu jednaka je:

$$\bar{v} = \frac{s_{ukupno}}{t_{ukupno}} = \frac{22.55\,\text{m}}{0.8\,\text{s} + 2.5\,\text{s}} = 6.83\,\text{m/s}$$ **(1 bod)**

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Zadatak 2 (17 bodova)



a) Točno nacrtan dijagram sila na dasku: **(2 boda)**
b) Točno nacrtan dijagram sila na kvadar: **(2 boda)**
c) S obzirom da se sustav giba stalnom brzinom zbroj svih sila, koje djeluju na svako pojedino tijelo, jednak je nuli. **(1 bod)** 2. Newtonov zakon za dasku u smjeru paralelno, odnosno okomito na kosinu glasi:

$$0 = T + F_{tr,2} - F - \frac{1}{2}m_1 g\,,\ 0 = F_{21} - \frac{\sqrt{3}}{2}m_1 g \ \textbf{(2 boda)}$$

2. Newtonov zakon za kvadar u smjeru paralelno, odnosno okomito na kosinu glasi:

$$0 = T - F_{tr,1} - F_{tr,\text{kosina}} - \frac{1}{2}m_2 g\,,\ 0 = N - F_{12} - \frac{\sqrt{3}}{2}m_2 g \ \textbf{(2 boda)}$$

Vrijede sljedeće relacije:

$$F_{12} = F_{21} = \frac{\sqrt{3}}{2}m_1 g \ \textbf{(1 bod)}$$

$$F_{tr,1} = F_{tr,2} = \mu F_{12} = \mu\frac{\sqrt{3}}{2}m_1 g \ \textbf{(1 bod)}$$

$$F_{tr,\text{kosina}} = \mu N = \mu\left(F_{12} + \frac{\sqrt{3}}{2}m_2 g\right) = \mu\frac{\sqrt{3}}{2}(m_1 + m_2)g \ \textbf{(1 bod)}$$

Uvrštavanjem za silu F se dobije:

$$0 = F - 2F_{tr,1} - F_{tr,\text{kosina}} + \frac{1}{2}m_1 g - \frac{1}{2}m_2 g$$

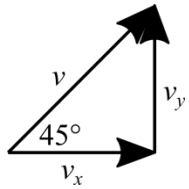
$$F = 2F_{tr,1} + F_{tr,\text{kosina}} + \frac{1}{2}(m_2 - m_1)g$$

$$F = \frac{1}{2}\left[\mu\sqrt{3}(3m_1 + m_2) + m_2 - m_1\right]g$$

$$F = \frac{1}{2}\left[0.2\sqrt{3}(11\,\text{kg}) + (7\,\text{kg})\right](9.81\,\text{m/s}^2) = 53\,\text{N} \ \textbf{(3 boda)}$$

d) Rad, koji čovjek izvrši, jednak je:
$W = Fs = 5.3\,\text{J}$ **(2 boda)**

Zadatak 3 (18 bodova)



a) Brzinu koplja u trenutku izbačaja, v, možemo rastaviti na horizontalnu (v_x) i vertikalnu komponentu (v_y):

$$v_x = v_x = \frac{\sqrt{2}}{2} v \textbf{ (1 bod)}$$

Domet koplja određen je horizontalnom komponentom brzine:

$$d = v_x t_{let} \;\Rightarrow\; v_x = \frac{d}{t_{let}} = \frac{35.2\,\text{m}}{2.75\,\text{s}} = 12.8\,\text{m/s} \textbf{ (2 boda)}$$

Brzina koplja u trenutku izbačaja jednaka je: $v = \sqrt{2} v_x = 18.1\,\text{m/s}$ **(1 bod)**

b) Budući da je vrijeme leta koplja jednako kao u prethodnom slučaju, vertikalna komponenta brzine je također jednaka. **(1 bod)**. S obzirom da je kut izbačaja u referentnom sustavu atletičara jednak, brzina koplja u referentnom sustavu atletičara je jednaka (18.1 m/s). **(1 bod)** Horizontalna komponenta brzine u odnosu na atletski stadion jednaka je zbroju horizontalne komponente brzine u sustavu atletičara i brzine atletičara v_a:

$$v_x' = v_x + v_a \textbf{ (1 bod)}$$

Domet koplja jednak je:

$$d' = v_x' t_{let} \;\Rightarrow\; v_x' = \frac{d'}{t_{let}} = \frac{1.25d}{t_{let}} = \frac{44\,\text{m}}{2.75\,\text{s}} = 16\,\text{m/s} \textbf{ (1 bod)}$$

Prema tome, brzina atletičara u trenutku izbačaja koplja jednaka je:

$$v_a = v_x' - v_x = 3.2\,\text{m/s} \textbf{ (1 bod)}$$

Brzina koplja u trenutku izbačaja u sustavu atletskog stadiona jednaka je:

$$v = \sqrt{v_x'^2 + v_y^2} = 20.5\,\text{m/s} \textbf{ (1 bod)}$$

Ubrzanje atletičara na zaletištu jednako je:

$$s = \frac{v_a^2}{2a} \;\Rightarrow\; a = \frac{v_a^2}{2s} = \frac{(3.2\,\text{m/s})^2}{2(32\,\text{m})} = 0.16\,\text{m/s}^2 \textbf{ (2 boda)}$$

c) Visinu y_0 izračunamo iz jednadžbe:

$$y(t_{pad}) = 0 = y_0 + v_{y0} t_{pad} - \frac{1}{2} g t_{pad}^2 \;\Rightarrow\; y_0 = \frac{1}{2} g t_{pad}^2 - v_{y0} t_{pad} = 1.89\,\text{m} \textbf{ (2 boda)}$$

Maksimalna visina, koju postiže koplje, jednaka je u oba slučaja jer je i vertikalna komponenta brzine jednaka u oba slučaja. Za gibanje u vertikalnom smjeru vrijedi:

$$y(t) = y_0 + v_{y0} t - \frac{1}{2} g t^2,\; v_y(t) = v_{y0} - gt \textbf{ (2 boda)}$$

U najvišoj točki putanje vertikalna komponenta brzine jednaka je nuli:

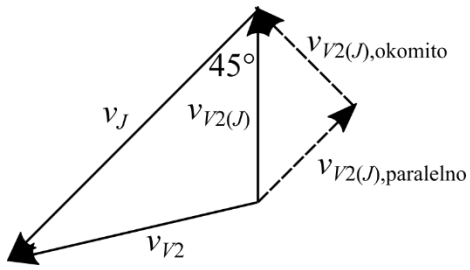
$$0 = v_{y0} - gt \;\Rightarrow\; t = \frac{v_{y0}}{g} \textbf{ (1 bod)}$$

$$y_{\max} = y_0 + \frac{v_{y0}^2}{2g} = 10.25\,\text{m} \textbf{ (1 bod)}$$

Zadatak 4 (18 bodova)

a) Brzina Voyagera 2 u referentnom sustavu Sunca prije prolaska pored Jupitera jednaka je vektorskom zbroju brzine Voyagera 2 u sustavu Jupitera i brzine Jupitera, kao što je prikazano

na slici (skica: **1 bod**). Brzinu Voyagera 2 u sustavu Jupitera $v_{V2(J)}$ možemo rastaviti na komponentu paralelnu brzini Jupitera i komponentu okomitu na brzinu Jupitera koje redom iznose:



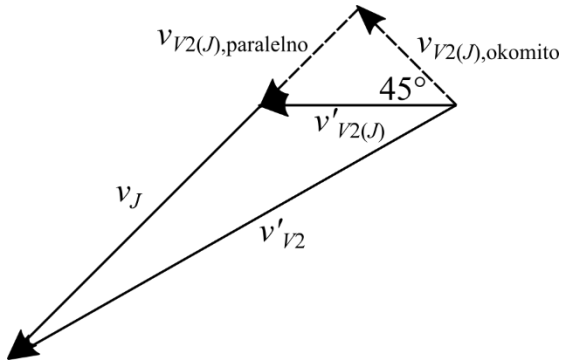
$$v_{V2(J),\parallel} = \frac{\sqrt{2}}{2} v_{V2(J)} = 5.5\,\text{km/s}$$

$$v_{V2(J),\perp} = \frac{\sqrt{2}}{2} v_{V2(J)} = 5.5\,\text{km/s}$$ **(1 bod)**

Slijedi da je brzina Voyagera 2 u referentnom sustavu Sunca prije prolaska pored Jupitera jednaka:

$$v_{V2} = \sqrt{\left(v_J - v_{V2(J),\parallel}\right)^2 + v_{V2(J),\perp}^2} = 9.4\,\text{km/s}$$ **(2 boda)**

Analogno se može napraviti za brzinu Voyagera 2 nakon prolaska pored Jupitera (skica vektora brzina: **1 bod**). Slijedi da je brzina Voyagera 2 u referentnom sustavu Sunca nakon prolaska pored Jupitera jednaka:



$$v'_{V2} = \sqrt{\left(v_J + v'_{V2(J),\parallel}\right)^2 + v'^2_{V2(J),\perp}} = 19.4\,\text{km/s}$$

(2 boda)

Prema tome, prilikom prolaska Voyagera 2 pored Jupitera, njegova brzina obzirom na Sunce se poveća za: $\Delta v_{V2} = v'_{V2} - v_{V2} = 10\,\text{km/s}$ **(1 bod)**

Za prolazak Voyagera 2 pored Jupitera vrijedi zakon očuvanja količine gibanja:

$$m_{V2}\vec{v}_{V2} + m_J\vec{v}_J = m_{V2}\vec{v}'_{V2} + m_J\vec{v}'_J$$ **(1 boda)**

Promjena brzine Jupitera jednaka je: $\Delta\vec{v}_J = \vec{v}'_J - \vec{v}_J = \frac{m_{V2}}{m_J}\left(\vec{v}_{V2} - \vec{v}'_{V2}\right)$ **(1 bod)**

Omjer masa Jupitera i Voyagera 2 jednak je:

$\frac{m_{V2}}{m_J} = \frac{722}{1.898 \cdot 10^{27}} = 3.8 \cdot 10^{-25}$, što znači da je $\Delta\vec{v}_J \cong 0$ **(1 bod)**

b) Ukupna energija Voyagera 2 na udaljenosti od Sunca jednakoj udaljenosti Sunce-Jupiter je:

$$E = \frac{1}{2} m_{V2} v'^2_{V2} - G\frac{m_{V2} m_S}{r_{S-J}}$$ **(1 bod)**

Uvjet da Voyager 2 izađe iz gravitacijskog polja Sunca je $E \geq 0$ **(1 bod)**. Slijedi:

$$v'_{V2} \geq \sqrt{\frac{2Gm_S}{r_{S-J}}} \;\Rightarrow\; 19.4\,\text{km/s} \geq 18.5\,\text{km/s}$$

Relacija je zadovoljena te Voyager 2 ima dovoljnu brzinu da izađe iz Sunčevog sustava. **(1 bod)**

c) Maksimalnu brzinu Voyager 2 ima u trenutku kada se nalazi najbliže Jupiteru. Ovu brzinu možemo izračunati iz zakona očuvanja energije:

$$\frac{1}{2} m_{V2} v_{V2(J)}^2 - G\frac{m_{V2} m_J}{r_{daleko}} = \frac{1}{2} m_{V2} v_{V2(J),\max}^2 - G\frac{m_{V2} m_J}{r_{\min}}$$ **(2 boda)**

Uzimajući u obzir da je $G\frac{m_{V2} m_J}{r_{daleko}} = 0$ i da je $r_{\min} = r_J + d = 640000\,\text{km}$ slijedi:

$$v_{V2(J),\max} = \sqrt{v_{V2(J)}^2 + \frac{2Gm_J}{r_{\min}}} = 21.4\,\text{km/s}$$ **(2 boda)**

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Srednje škole – 1. skupina

Određivanje koeficijenta kinetičkog trenja

Pribor: Drveni kvadar poznate mase, uteg poznate mase, čelična kuglica poznate mase, spojene slamke, kolotura , nit, plastelin, šipka, držač , ravnalo

Zadatak :

Odredite koeficijent kinetičkog trenja između drvenog kvadra i stola

U sklopu zadatka treba:

a) Objasniti teorijsku podlogu mjerenja (10 bodova)
b) Izvesti formulu kojom ćete pomoću izmjerenih veličina odrediti koeficijent kinetičkog trenja i nacrtati odgovarajuće dijagrame sila
   (10 bodova)
c) Napraviti 10 mjerenja , podatke prikazati tablično , odrediti srednju vrijednost koeficijenta kinetičkog trenja i odstupanja od srednjih vrijednosti pazeći pritom na pouzdana mjesta.
   (10 bodova)

Koristite vrijednost $g=9.81\ m/s^2$.

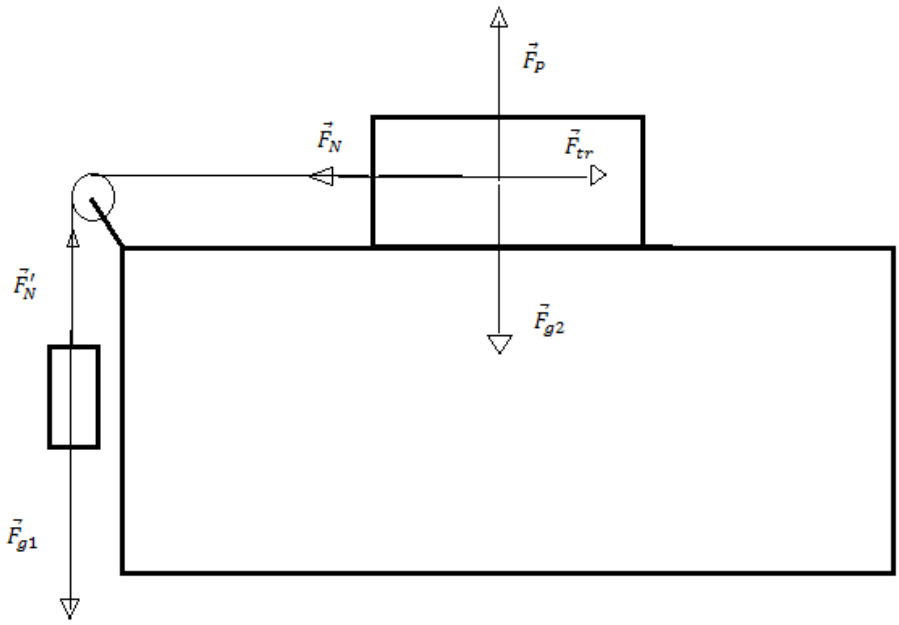
DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Srednje škole – 1. Skupina, rješenje i smjernice za bodovanje

Pribor spojimo na način da uteg pričvrstimo na nit , a drugi kraj niti pričvrstimo na drveni kvadar. Nit prebacimo preko koloture tako da uteg pada , a kvadar ubrzava po horizontalnoj podlozi.

Nacrtamo dijagram sila na uteg i kvadar.



Primijenimo 2. Newtonov zakon posebno na uteg i na kvadar.

$$m_1 a = m_1 g - F_N$$

$$m_2 a = F_N - F_{tr} = F_N - mg\mu$$

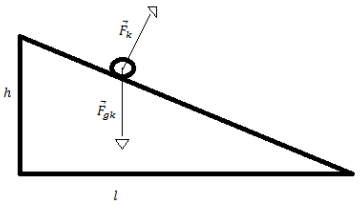
m_1 je masa utega, m_2 je masa drvenog kvadra, F_N je napetost niti, μ je koeficijent kinetičkog trenja, g je ubrzanje zbog djelovanja sile teže, $\vec{F}_P$ je sila podloge odnosno stola na kvadar, a je ubrzanje sustava.

Kombiniranjem gore navedenih relacija dobije se izraz za koeficijent kinetičkog trenja:

$$\mu = \frac{m_1}{m_2} - \frac{a}{g}\left(\frac{m_1}{m_2} + 1\right)$$

Iz gornjeg izraza je vidljivo da možemo odrediti koeficijent kinetičkog trenja ako odredimo ubrzanje utega i kvadra. Ubrzanje ćemo odrediti tako da konstruiramo akcelerometar na drvenom kvadru.

Pomoću plastelina i slamki konstruiramo kosinu po kojoj se može gibati čelična kuglica. Da bi odredili ubrzanje istovremeno pustimo kuglicu niz kosinu i uteg da pada. Nagib kosine se može mijenjati. Cilj je postići takav nagib kosine da čelična kuglica miruje u odnosu na kosinu dok se cijeli sustav ubrzava. Izmjerimo visinu h i priležeću katetu l kosine.



U toj situaciji možemo primijeniti 2. Newtonov zakon za gibanje čelične kuglice.

$\vec{F}_{gk}$ je sila teža čelične kuglice , a

$\vec{F}_k$ je okomita sila podloge (odnosno sila kosine) na kuglicu ,a njihova rezultanta je paralelna sa stolom tj. ima smjer akceleracije sustava.

Primjenom sličnosti trokuta dobiva se $\frac{m_k a}{m_k g} = \frac{h}{l}$ i $a = g\frac{h}{l}$. Ako to uvrstimo u relaciju za koeficijent trenja konačno se dobiva $\mu = \frac{m_1}{m_2} - \frac{h}{l}\left(\frac{m_1}{m_2} + 1\right)$