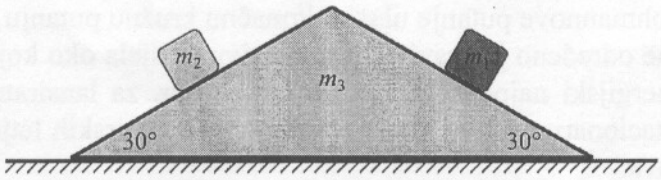
DRŽAVNI SUSRET I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Vinkovci, 2. – 5. svibnja 2017.

Srednje škole – 1. grupa

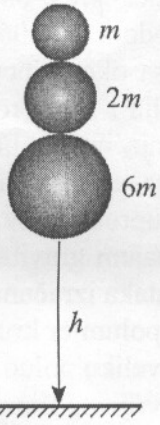
Zadatak 1 (17 bodova)



Tri tijela nalaze se u položaju kao na slici. Njihove mase su redom jednake: $m_1 = 4$ kg, $m_2 = 1$ kg i $m_3 = 1$ kg. Trenje između svih površina je zanemarivo. U početnom trenutku pustimo sustav da se slobodno giba. Duljina stranica kosine, na kojima se nalaze tijela mase m_1 i m_2, iznosi 3 m.

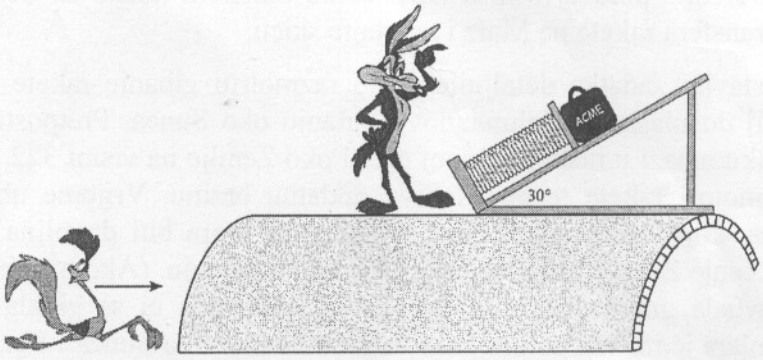
a) Nacrtajte dijagrame sila na sva tri tijela.
b) Nakon 0.5 s gibanja odredite položaj tijela mase m_1 i m_2 u odnosu na njihov početni položaj u sustavu kosine. Odredite položaj kosine nakon 0.5 s gibanja u odnosu na njezin početni položaj obzirom na horizontalnu podlogu.

Zadatak 2 (17 bodova)



Tri lopte nalaze se u početnom položaju koji je prikazan na slici. Lopte se međusobno ne dodiruju, ali razmak između njih možemo smatrati zanemarivim u odnosu na dimenzije lopte i udaljenost od tla. U početnom trenutku lopte miruju u prikazanom položaju, a zatim ih pustimo da slobodno padaju. Lopte se savršeno elastično odbijaju jedna od druge i od tla. Izračunajte maksimalnu visinu na koju će se popesti lopta najmanje mase u odnosu na njezinu početnu visinu. Zanemarite otpor zraka.

Zadatak 3 (18 bodova)

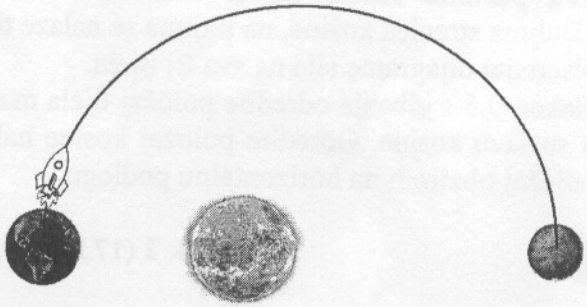


Ptica Trkačica trči stalnom brzinom 32 km/h po pravcu prema tunelu. Na vrhu tunela nalazi se Kojot, koji je u nastojanju da ulovi Pticu Trkačicu izgradio uređaj za lansiranje utega prikazan na slici. Duljina nerastegnute opruge jednaka je duljini platforme na kojoj se nalazi uteg. U početnom trenutku opruga je sabijena za polovicu svoje nerastegnute duljine (položaj prikazan na slici) i u istom trenutku Kojot pusti sustav opruge i utega da se giba. Trenje između utega i platforme, na kojoj se nalazi, je zanemarivo. Duljina platforme iznosi 2 m. Konstanta elastičnosti opruge iznosi 220 N/m. Masa utega jednaka je 2 kg. U trenutku, kada se uteg nalazi na najvećoj visini od tla za vrijeme leta, Ptica Trkačica se nalazi na ulazu u tunel. Duljina tunela jednaka je 6 m, a visina 9 m. Zanemarite masu opruge i dimenzije. Uzmite da je gravitacijsko ubrzanje Zemlje jednako $g = 10$ m/s^2.

a) Izračunajte brzinu utega u trenutku kada se odvoji od platforme.
b) Izračunajte maksimalnu visinu, koju postiže uteg, za vrijeme leta.
c) Hoće li uteg pogoditi Pticu Trkačicu?
d) Promotrite gibanje utega po platformi. Odredite ovisnost ubrzanja utega o položaju na platformi te skicirajte tu ovisnost na grafu.

Zadatak 4 (18 bodova)

Hohmannov transfer je manevar u orbitalnoj mehanici koji se koristi za prijelaz svemirske letjelice iz jedne kružne putanje u drugu kružnu putanju oko istog planeta ili zvijezde. Hohmanov transfer uključuje dvije gotovo trenutne promjene brzine (paljenjem motora) svemirske letjelice: prvi put se brzina mijenja u početnoj točki putanje kada letjelica iz početne kružne putanje ulazi u Hohmannovu putanju, a drugi put u konačnoj točki putanje kada letjelica iz Hohmannove putanje ulazi u konačnu kružnu putanju. Gibanje letjelice između dvije promjene brzine određeno je gravitacijom masivnog tijela oko kojeg se letjelica giba. Hohmannov transfer je energijski najpovoljniji, a koristi se npr. za lansiranje satelita iz niske orbite oko Zemlje u geostacionarnu orbitu, no i za lansiranje svemirskih letjelica između različitih planeta Sunčevog sustava.



U ovom zadatku promotrit ćemo lansiranje rakete sa Zemlje na Mars pomoću Hohmannovog transfera. Možemo uzeti da se Zemlja giba oko Sunca po kružnoj putanji polumjera $149.6 \cdot 10^6$ km, a period gibanja iznosi 365.25 dana. Mars se također giba oko Sunca po kružnoj putanji s periodom 686.96 dana. Kružne putanje Zemlje i Marsa oko Sunca nalaze se u istoj ravnini te se Zemlja i Mars rotiraju oko Sunca u istom smjeru. Kao što je prikazano na slici, Hohmannova putanja ima oblik polovice elipse čija se početna točka nalazi na kružnoj putanji Zemlje oko Sunca, a konačna točka na kružnoj putanji Marsa oko Sunca te se početna i konačna točka nalaze na suprotnim stranama u odnosu na Sunce. Raketa se na prikazanoj putanji giba samo pod utjecajem gravitacije Sunca, dok se utjecaj gravitacije drugih planeta može zanemariti. Iz danih podataka izračunajte:

a) polumjer kružne putanje Marsa oko Sunca,
b) veliku poluos elipse koja predstavlja putanju rakete,
c) vrijeme transfera rakete sa Zemlje na Mars.
d) Odredite položaj Marsa na početku transfera rakete sa Zemlje te položaj Zemlje na kraju transfera rakete na Mars i nacrtajte skicu.

U nastavku zadatka detaljnije ćemo razmotriti gibanje rakete od trenutka paljenja motora na Zemlji do ulaska u Hohmannovu putanju oko Sunca. Pretpostavimo da se raketa u početnom trenutku nalazi u niskoj kružnoj orbiti oko Zemlje na visini 322 km od površine Zemlje. Tada se pale motori rakete te ona dobiva dodatnu brzinu. Vrijeme ubrzavanja rakete je zanemarivo. Brzina, koju raketa ima nakon ubrzavanja, mora biti dovoljna da raketa savlada gravitacijsko privlačenje Zemlje i da uđe u Hohmannovu putanju. (Ako bi raketa dobila brzinu dovoljnu samo da savlada gravitacijsko privlačenje Zemlje, ona bi se gibala po kružnoj putanji oko Sunca polumjera jednakog polumjeru kruženja Zemlje oko Sunca.) Put, koji raketa prijeđe do izlaska iz gravitacijskog polja Zemlje, je zanemariv u odnosu na udaljenost Zemlja-Sunce. Izračunajte:

e) Brzinu rakete u niskoj kružnoj orbiti oko Zemlje u referentnom sustavu Zemlje.
f) Razliku brzine koju raketa mora dobiti nakon paljenja motora kako bi savladala gravitacijsko privlačenje Zemlje i ušla u Hohmannovu putanju.

U orbitalnoj mehanici gibanje tijela po putanji oko masivnog tijela (planeta ili zvijezde) opisano je *vis-viva* jednadžbom:

$$v^2 = GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right),$$

gdje je v brzina koju tijelo ima na udaljenosti r od masivnog tijela, a je velika poluos putanje tijela, M je masa masivnog tijela.

Masa Zemlje iznosi $5.972 \cdot 10^{24}$ kg, masa Sunca iznosi $1.989 \cdot 10^{30}$ kg, polumjer Zemlje iznosi 6378 km, gravitacijska konstanta je jednaka $G = 6.674 \cdot 10^{-11}$ $m^3kg^{-1}s^{-2}$.

DRŽAVNI SUSRET I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

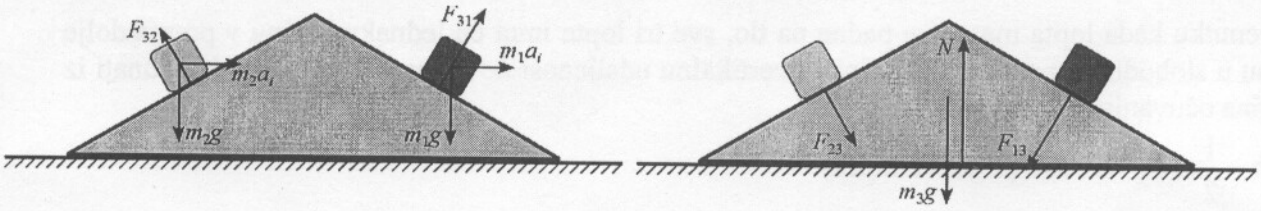
Vinkovci, 2. – 5. svibnja 2017.

Rješenja i smjernice za bodovanje

Srednje škole – 1. grupa

Zadatak 1 (17 bodova)

Pretpostavimo da će se kosina (tijelo mase m_3) gibati prema lijevo. Dijagrami sila na sva tri tijela prikazani su na sljedećim slikama pri čemu su dijagrami sila na tijela m_1 i m_2 nacrtani su u sustavu kosine, a dijagram sila na kosinu nacrtan je obzirom na tlo **(3 boda)**:



Drugi Newtonov zakon za tijelo mase m_1 za smjer paralelno kosini (pozitivan smjer je smjer niz kosinu) i smjer okomito na kosinu glasi:

$$m_1a_1 = \frac{1}{2}m_1g + \frac{\sqrt{3}}{2}m_1a_i,\ 0 = F_{31} + \frac{1}{2}m_1a_i - \frac{\sqrt{3}}{2}m_1g,\ \textbf{(2 boda)}$$

gdje je a_1 ubrzanje tijela mase m_1 u odnosu na kosinu i a_i inercijalno ubrzanje jednako ubrzanju kosine a. Drugi Newtonov zakon za tijelo mase m_2 za smjer paralelno kosini (pozitivan smjer je smjer niz kosinu) i smjer okomito na kosinu glasi:

$$m_2a_2 = \frac{1}{2}m_2g - \frac{\sqrt{3}}{2}m_2a_i,\ 0 = F_{32} - \frac{1}{2}m_2a_i - \frac{\sqrt{3}}{2}m_2g,\ \textbf{(2 boda)}$$

gdje je a_2 ubrzanje tijela mase m_2 u odnosu na kosinu. Drugi Newtonov zakon za tijelo mase m_3 za smjer paralelno podlozi i okomito na podlogu glasi:

$$m_3a = \frac{1}{2}F_{13} - \frac{1}{2}F_{23},\ 0 = N - m_3g - \frac{\sqrt{3}}{2}F_{13} - \frac{\sqrt{3}}{2}F_{23},\ \textbf{(1 bod)}$$

Prema trećem Newtonovom zakonu vrijedi:

$F_{31} = F_{13}$ i $F_{32} = F_{23}$ **(1 bod)**

Iz druge jednadžbe slijedi:

$$F_{31} = \frac{\sqrt{3}}{2}m_1g - \frac{1}{2}m_1a_i$$

Iz četvrte jednadžbe slijedi:

$$F_{32} = \frac{\sqrt{3}}{2}m_2g + \frac{1}{2}m_2a_i$$

Uvrštavanjem u jednadžbu za kosinu dobije se:

$$m_3a = \frac{1}{4}\left(\sqrt{3}m_1g - m_1a - \sqrt{3}m_2g - m_2a\right)$$

$$(m_1 + m_2 + 4m_3)a = \sqrt{3}(m_1 - m_2)g \ \Rightarrow\ a = \frac{\sqrt{3}(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + 4m_3} = \frac{g}{\sqrt{3}} = 5.66\ \mathrm{m/s^2}\ \textbf{(3 boda)}$$

Ubrzanje tijela mase m_1 obzirom na kosinu jednako je:

$$a_1 = \frac{1}{2}g + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{g}{\sqrt{3}} = g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}\ \textbf{(1 bod)}$$

Ubrzanje tijela mase m_2 obzirom na kosinu jednako je:

$$a_2 = \frac{1}{2}g - \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{g}{\sqrt{3}} = 0 \text{ (1 bod)}$$

Kosina se nakon 0.5 s gibanja pomaknula $s_3 = \frac{1}{2}at^2 = 0.708\,\text{m}$ prema lijevo. **(1 bod)**

Tijelo mase m_1 se nakon 0.5 s gibanja pomaknulo za $s_1 = \frac{1}{2}a_1t^2 = 1.226\,\text{m}$ niz kosinu. **(1 bod)**

Tijelo mase m_2 se nakon 0.5 s gibanja nije pomaknulo u odnosu na kosinu budući da je njegovo ubrzanje u sustavu kosine $a_2 = 0$. **(1 bod)**

Zadatak 2 (17 bodova)

U trenutku kada lopta mase $6m$ padne na tlo, sve tri lopte imat će jednaku brzinu v prema dolje jer su u slobodnom padu prešle jednaku vertikalnu udaljenost h. Tu brzinu možemo izračunati iz zakona očuvanja energije:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \;\Rightarrow\; v = \sqrt{2gh} \text{ (2 boda)}$$

Neposredno nakon elastičnog sudara lopte mase $6m$ s tlom, ona ima brzinu v prema gore te se sudara s loptom mase $2m$ koja ima brzinu v prema dolje. Za taj sudar možemo napisati zakon očuvanja količine gibanja i zakon očuvanja energije (definiramo pozitivan smjer brzine prema gore):

$$6mv - 2mv = 6mv_1' + 2mv_2' \text{ (2 boda)}$$

$$\frac{1}{2}6mv^2 + \frac{1}{2}2mv^2 = \frac{1}{2}6mv_1'^2 + \frac{1}{2}2mv_2'^2 \text{ (2 boda)}$$

gdje su v_1' i v_2' brzina prve, odnosno druge lopte neposredno nakon sudara. Nakon sređivanja dobivamo sustav jednadžbi:

$$2v = 3v_1' + v_2'$$

$$4v^2 = 3v_1'^2 + v_2'^2$$

Iz prve jednadžbe slijedi:

$$v_2' = 2v - 3v_1'$$

Uvrštavanjem u drugu jednadžbu dobijemo:

$$4v^2 = 3v_1'^2 + 4v^2 - 12vv_1' + 9v_1'^2$$

$$0 = v_1'^2 - vv_1'$$

$$0 = v_1'(v_1' - v) \;\Rightarrow\; v_{1,1}' = 0, v_{2,1}' = 2v; v_{1,2}' = v, v_{2,2}' = -v$$

Fizikalno prihvatljivo rješenje je:

$$v_1' = 0, v_2' = 2v \text{ (4 boda)}$$

Prema tome, neposredno nakon sudara lopte mase $6m$ i lopte mase $2m$, lopta mase $6m$ miruje, a lopta mase $2m$ ima brzinu $2v$ prema gore. Lopta mase $2m$ se zatim sudara s loptom mase m koja neposredno prije sudara ima brzinu v prema dolje. Zakon očuvanja količine gibanja i energije za ovaj sudar su:

$$2m2v - mv = 2mv_2'' + mv_3'' \text{ (1 bod)}$$

$$\frac{1}{2}2m(2v)^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}2mv_2''^2 + \frac{1}{2}mv_3''^2 \text{ (1 bod)}$$

gdje su v_2'' i v_3'' brzina druge, odnosno treće lopte neposredno nakon sudara. Nakon sređivanja dobivamo sustav jednadžbi:

$$3v = 2v_2'' + v_3''$$

$9v^2 = 2v_2''^2 + v_3''^2$

Iz prve jednadžbe slijedi:

$v_3'' = 3v - 2v_2''$

Uvrštavanjem u drugu jednadžbu dobijemo:

$9v^2 = 2v_2''^2 + 9v^2 - 12vv_2'' + 4v_2''^2$

$0 = v_2''^2 - 2vv_2''$

$0 = v_2''(v_2'' - 2v) \Rightarrow v_{2,1}'' = 0, v_{3,1}'' = 3v; v_{2,2}'' = 2v, v_{3,2}'' = -v$

Fizikalno prihvatljivo rješenje je:

$v_2'' = 0, v_3'' = 3v$ **(2 boda)**

Prema tome, neposredno nakon sudara lopte mase $2m$ i lopte mase m, lopta mase $2m$ miruje, a lopta mase m ima brzinu $3v$ prema gore. Maksimalna visina, koju će postići lopta mase m u odnosu na visinu na kojoj se nalazi neposredno nakon sudara s loptom mase $2m$, iznosi:

$mgh_{max} = \frac{1}{2}m(3v)^2 \Rightarrow h_{max} = \frac{9}{2}\frac{v^2}{g} = 9h$ **(2 boda)**

U odnosu na početnu visinu lopte mase m, maksimalna visina je: $9h - h = 8h$. **(1 bod)**

Zadatak 3 (18 bodova)

Brzinu utega u trenutku napuštanja platforme možemo izračunati iz zakona očuvanja energije:

$\frac{1}{2}k(\Delta l)^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$ **(2 boda)**

Uzimamo u obzir da je $\Delta l = l/2$ i $h = l/4$:

$\frac{1}{8}kl^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4}mgl$

$kl^2 = 4mv^2 + 2mgl \Rightarrow v = \sqrt{\frac{kl^2}{4m} - \frac{gl}{2}} = 10\,\text{m/s}$ **(2 boda)**

Mjesto pada utega na tlo odredimo iz jednadžbi za ovisnost x i y koordinate utega o vremenu:

$x(t) = \frac{\sqrt{3}v}{2}t$ **(1 bod)**

$y(t) = H + \frac{v}{2}t - \frac{1}{2}gt^2$ **(1 bod)**

gdje je $H = h_{tunel} + l/2 = 10$ m.

U trenutku pada utega na tlo t' vrijedi $y(t') = 0$, uvrštavanjem se dobije:

$0 = H + \frac{v}{2}t' - \frac{1}{2}gt'^2$

$0 = 10 + 5t' - 5t'^2$

$t'^2 - t' - 2 = 0$

$(t' - 2)(t' + 1) = 0 \Rightarrow t' = 2\,\text{s}, t' = -1\,\text{s}$ **(2 boda)**

Fizikalno prihvatljivo rješenje za vrijeme pada utega na tlo je $t' = 2$ s **(1 bod)**. U tom trenutku horizontalna udaljenost utega od izlaza iz tunela jednaka je:

$x(t') = \frac{\sqrt{3}v}{2}t' = 17.3\,\text{m}$ **(1 bod)**

Maksimalnu visinu utega u odnosu na tlo izračunamo iz uvjeta da je y komponenta brzine utega na maksimalnoj visini jednaka nuli:

$$v_y(t) = \frac{v}{2} - gt$$

$$0 = \frac{v}{2} - gt'' \;\Rightarrow\; t'' = \frac{v}{2g} = 0.5\,\text{s}$$ **(1 bod)**

Maksimalna visina utega iznosi:

$$y_{\max} = y(t'') = H + \frac{v}{2}t'' - \frac{1}{2}gt''^2 = 10\,\text{m} + 5\,\text{m/s}\cdot 0.5\,\text{s} - 5\cdot(0.5\,\text{s})^2 = 11.25\,\text{m}$$ **(1 bod)**

Od ulaza u tunel do pada utega na tlo Ptica Trkačica će prijeći put:

$$s_{PT} = v_{PT}(t' - t'') = 32\,\text{km/h}\frac{1000}{3600}\cdot 1.5\,\text{s} = 13.3\,\text{m}$$ **(2 boda)**

Što znači da se u trenutku pada utega na tlo Ptica Trkačica nalazi 13.3 m – 6 m = 7.3 m od izlaza iz tunela te ju uteg neće pogoditi. **(1 bod)**

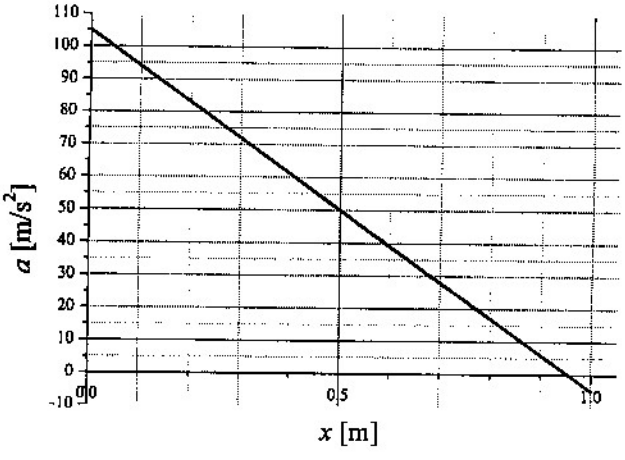
Ubrzanje utega na platformi odredimo iz drugog Newtonovog zakona:

$$ma = k\Delta l - \frac{1}{2}mg$$ **(1 bod)**

Ako ishodište x osi definiramo na početnom položaju utega i pozitivan smjer prema gore, tada je Δl jednako $l' - x$, gdje je $l' = 1$ m. Ovisnost ubrzanja utega o položaju na platformi tada je oblika:

$$a = \frac{k(l' - x)}{m} - \frac{1}{2}g = 105\,\text{m/s}^2 - 110\,\text{s}^{-2}\cdot x$$ **(1 bod)**

Graf $a(x)$: **(1 bod)**



Zadatak 4 (18 bodova)

Polumjer kružne putanje Marsa možemo izračunati koristeći 3. Keplerov zakon:

$$\left(\frac{T_{Zemlja}}{T_{Mars}}\right)^2 = \left(\frac{r_{Zemlja}}{r_{Mars}}\right)^3 \;\Rightarrow\; r_{Mars} = r_{Zemlja}\left(\frac{T_{Mars}}{T_{Zemlja}}\right)^{2/3} = 227.9\cdot 10^6\,\text{km}$$ **(2 boda)**

Alternativno, do istog izraza se može doći, ako ustanovimo da i za gibanje Zemlje i za gibanje Marsa vrijedi $\frac{mv^2}{r} = \frac{Gmm_{Sunce}}{r^2}$, gdje je $v = \frac{2\pi r}{T}$.

Iz skice se može zaključiti da je velika poluos elipse a, po kojoj se giba raketa, jednaka:

$$a = \frac{r_{Zemlja} + r_{Mars}}{2} = 188.8\cdot 10^6\,\text{km}$$ **(2 boda)**

Vrijeme putovanja rekete izračunamo koristeći 3. Keplerov zakon:

Za vrijeme leta rekete Mars će se pomaknuti za kut:

$$\alpha_{Mars} = \omega_{Mars} t = \frac{2\pi}{T_{Mars}} t = 2.367\,\text{rad} = 135.6°$$

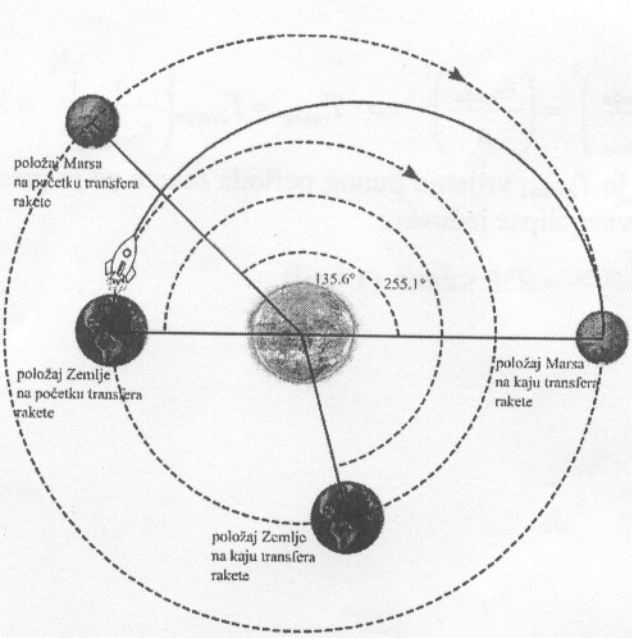
(1 bod)

Slično, Zemlja će se u istom vremenu pomaknuti za kut:

$$\alpha_{Zemlja} = \omega_{Zemlja} t = \frac{2\pi}{T_{Zemlja}} t = 4.452\,\text{rad} = 255.1°$$

(1 bod)

Skica: **(2 boda)**



Brzina rakete v_0 u kružnoj putanji na visini 322 km iznad površine Zemlje izračunamo pomoću drugog Newtonovog zakona:

$$\frac{mv_0^2}{r_0} = \frac{GmM_Z}{r_0^2} \quad \textbf{(1 bod)}$$

gdje je $r_0 = R_Z + h = 6700$ km. Dobije se:

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM_Z}{r_0}} = 7.7\,\text{km/s} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Nakon što raketa dobije dodatnu brzinu na Zemlji vrijedi zakon očuvanja energije:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GmM_Z}{r_0} = \frac{1}{2}mv'^2 \quad \textbf{(1 bod)}$$

Gdje je v' brzina koji ima raketa u trenutku kada je izašla iz gravitacijskog polja Zemlje te se nalazi na početnoj točki Hohmannove putanje. Ta brzina jednaka je razlici brzina potrebnoj da raketa uđe iz kružne putanje oko Sunca u Hohmannovu putanju oko Sunca te ju možemo izračunati koristeći *vis-viva* jednadžbu:

$$v' = v_2 - v_1$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM_S}{r_{ZS}}} = 29.8\,\text{km/s}$$

$$v_2 = \sqrt{GM_S\left(\frac{2}{r_{ZS}} - \frac{1}{a}\right)} = 32.7\,\text{km/s}$$

$$v' = v_2 - v_1 = 2.9\,\text{km/s} \quad \textbf{(3 boda)}$$

Uvrštavanjem u gornji zakon očuvanja energije dobije se:

$$v = \sqrt{\frac{2GM_Z}{r_0} + v'^2} = 11.3\,\text{km/s} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Razlika brzine koju raketa mora dobiti u odnosu na početnu brzinu u kružnoj orbiti oko Zemlje iznosi:

$$\Delta v = v - v_0 = 3.6\,\text{km/s} \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$\left(\frac{T_{Zemlja}}{T_{raketa}}\right)^2 = \left(\frac{r_{Zemlja}}{a}\right)^3 \Rightarrow T_{raketa} = T_{Zemlja}\left(\frac{a}{r_{Zemlja}}\right)^{3/2} = 517.6\,\text{dana}$$ **(1 bod)**

gdje je T_{raketa} vrijeme punog perioda rakete pa je prema tome vrijeme potrebno da raketa prijeđe polovicu elipse jednako:

$$t = \frac{T_{raketa}}{2} = 258.8\,\text{dana}$$ **(1 bod)**

Eksperimentalni zadatak

Određivanje mase *m* užeta

Zadatak

- Odrediti masu *m* užeta isključivo navedenim priborom (ne smije se kao pomagalo u toku mjerenja koristiti pribor za crtanje, pisanje i sl.)

Pribor

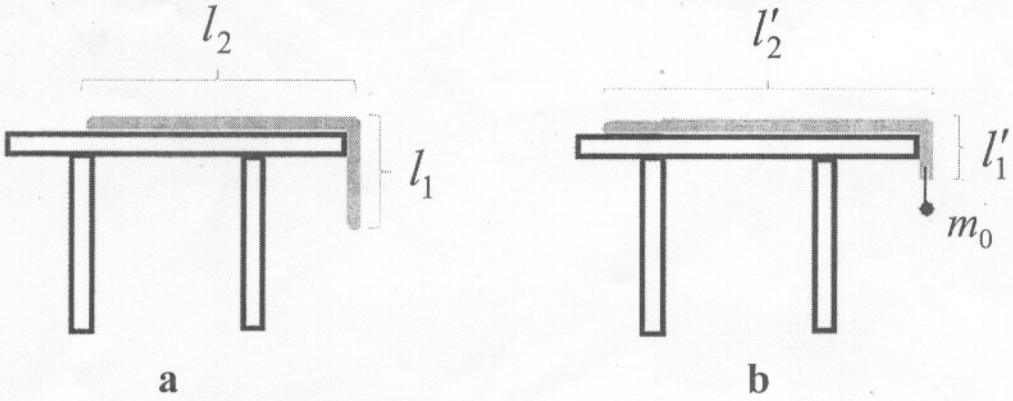
- uže nepoznate mase *m*
- spajalica (masu spajalice zanemariti)
- metalni prsteni poznate mase (1 veći mase 5 g i 4 manja svaki mase 2 g)
- papirnata mjerna vrpca
- školska klupa

U sklopu zadatka treba:

1. Nacrtati skicu eksperimenta. (5 bodova)
2. Na skici prikazati veličine koje ćete mjeriti i veličine potrebne za objašnjenje postupka. (5 bodova)
3. Opisati postupak mjerenja, objasniti fizikalne osnove (model) za rješenje zadatka, izvesti formulu za vezu između tražene mase i veličina koje ćete mjeriti (10 bodova)
4. Napraviti 5 mjerenja, podatke prikazati tabelarno, odrediti srednju vrijednost nepoznate mase užeta i provesti jednostavan račun pogreške pazeći na pouzdane znamenke (10 bodova)

Ukupno eksperimentalni zadatak 30 bodova

Rješenje eksperimentalnog zadatka



Postavimo uže na školsku klupu tako da kraći dio užeta duljine l_1 visi preko ruba stola, a dio duljine l_2 leži na stolu (slika a). Polako pomičemo uže po stolu tako da se dio l_1 povećava i izmjerimo duljine l_1 i l_2 pri kojima uže taman počne samostalno klizati po stolu i padati. Možemo reći da je neposredno prije tog trenutka sila teža koja djeluje na dio užeta l_1 ($F_g = m_1 g = \frac{m}{L} l_1 g$, gdje je m_1 masa dijela užeta l_1, m je masa cijelog komada užeta, a L duljina cijelog užeta) u ravnoteži sa silom trenja na stolu koja djeluje na dio užeta l_2 ($F_{tr} = \mu m_2 g = \mu \frac{m}{L} l_2 g$, gdje je μ faktor trenja između užeta i podloge, a m_2 masa dijela užeta l_2) koji leži na stolu. Zato vrijedi:

$$m_1 g = \mu m_2 g \;\Rightarrow\; \frac{m}{L} l_1 g = \mu \frac{m}{L} l_2 g \;\Rightarrow\; \mu = \frac{l_1}{l_2} \qquad (1)$$

Sada na kraj užeta objesimo uteg (prsten ili više njih) mase m_0 (Slika b). Slično kao i u gore opisanom slučaju, u trenutku kad uže upravo krene klizati vrijedi:

$$\left(m_0 + \frac{m}{L} l'_1\right) g = \mu \frac{m}{L} l'_2 g \;, \qquad (2)$$

gdje je l'_1 duljina dijela užeta koji visi preko ruba stola i na njemu je učvršćen uteg, a l'_2 je duljina dijela užeta koji leži na klupi. Iz jednakosti (1) i (2) sređivanjem konačno se dobije da je tražena **masa užeta**:

$$m = \frac{m_0 L}{\frac{l_1 l'_2}{l_2} - l'_1} \qquad (3)$$

Znači prvo izmjerimo veličine l_1, l_2, a zatim mjerenjem l'_1 i l'_2 za 5 različitih masa utega m_0 te određujemo masu užeta prema jednadžbi (3) za svako od tih mjerenja i podatke prikažemo tabelarno. Na kraju odredimo srednju vrijednost mase užeta i provedemo jednostavan račun pogreške.