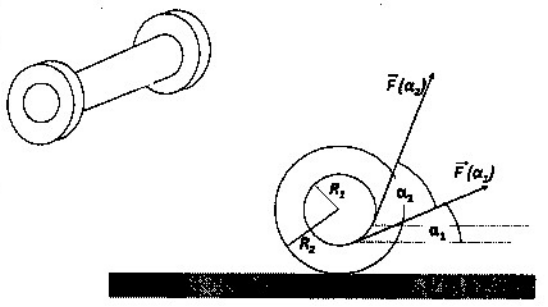
Zadaci za državno natjecanje 2017. – 3. skupina

Zadatak 1 (18 bodova)

Na kalemu sa slike, radijusa unutarnjeg cilindra R_1 i vanjskog R_2, momenta inercije I, namotan je konac zanemarive debljine, tako da slobodan kraj konca visi s donje strane – namatan je suprotno od kazaljke na satu. Kalem stoji na stolu a trenje između kalema i stola je takvo da kalem neće proklizati.
Mala Monika uhvati slobodan kraj konca i vuče konac silom F pod kutom α u odnosu na horizontalu (na slici su prikazana dva takva proizvoljna kuta).
Diskutiraj smjer gibanja kalema u ovisnosti o kutu $\alpha \in [0, \pi/2]$ i omjeru R_1/R_2.



Zadatak 2 (18 bodova)

Radio Alžir je dugovalna radiopostaja koja odašilje AM radio na frekvenciji $f = 153$ kHz. Radiovalovi te stanice do prijamnika dolaze na dva načina: pravocrtno (direktnim putem) i odbijanjem o ionosferu. Ionosfera je sloj atmosfere koji djeluje kao zrcalo za radiovalove i reflektira ih pod istim upadnim kutom natrag, a nalazi se na visini $H = 60$ km.

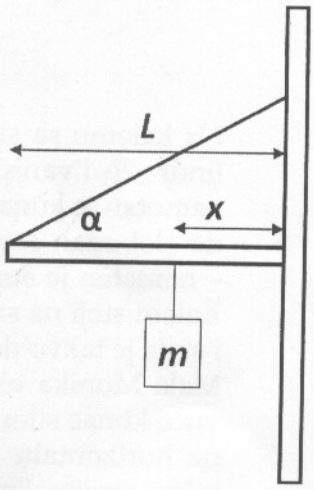
a) Ako s L označimo udaljenost prijamnika od izvora, nađi takve L_n za koje nema signala. L_n izrazi preko f, H, n i brzine svjetlosti c. U svojem računu pretpostavite da je Zemlja ravna. Je li ta pretpostavka valjana za sve L?

b) Koji je najveći, a koji najmanji takav L za danu frekvenciju? (brzina svjetlosti $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

c) Za koje frekvencije ne postoje udaljenosti kod kojih dolazi do destruktivne interferencije?

Zadatak 3 (18 bodova)

Dizalica se sastoji od okomite čelične grede i horizontalne grede duljine L na nekoj visini, kako je prikazano na slici. Okomita greda je dobro učvršćena i nepomična je, a horizontalna je učvršćena s jedne strane preko napete sajle a s druge strane samo preko trenja koeficijenta $\mu = 0.6$. Teret težine $m = 1000$ kg visi ispod horizontalne grede, na udaljenosti $x = 0.4L$ od okomite grede. Masa tereta je puno teža od mase sajle i grede, pa njih zanemarujemo.



a) Skiciraj sve sile na horizontalnu gredu i sajlu.

b) Nađi raspon kuta α za koji sustav miruje.

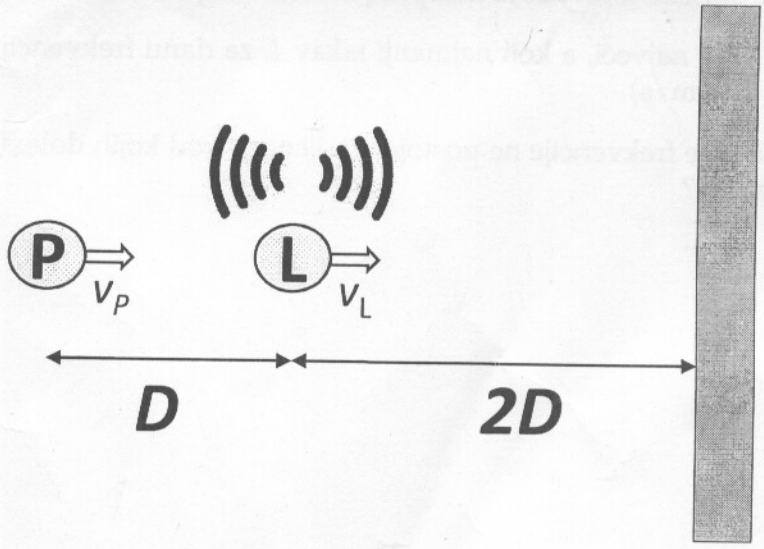
c) Nađi masu koju, obješenu okomito, sajla mora moći izdržati tako da ne pukne prilikom nošenja tereta.

Zadatak 4 (16 bodova)

Policajac Petar hvata lopova Lovru koji bježi nepoznatom brzinom v_L prema velikoj zgradi i istodobno se manično smije (ispušta neki zvuk nepoznate frekvencije f_0). Policajac trči za njim brzinom $v_P = 10$ m/s, i istodobno čuje i njegov smjeh i jeku tog smijeha jer se zvuk odbija od zgradu ispred (slika). Budući da su frekvencije njegovog smjeha kojeg Petar čuje f_1 i smjeha kojeg čuje zbog jeke f_2 jako bliske, ono što uho razaznaje su udari, tj. poznate su kombinacije frekvencija $f_s = \frac{f_1+f_2}{2} = 250$ Hz i $f_u = |f_1 - f_2| = 5$ Hz.

Zbog čega frekvencije f_1 i f_2 nisu iste? Odredite brzinu lopova i hoće li ga Petar stići prije nego spas pronađe u prostorijama velike zgrade ako je u početnom trenutku Lovre dvaput dalje od zgrade nego što je Petar od Lovre.

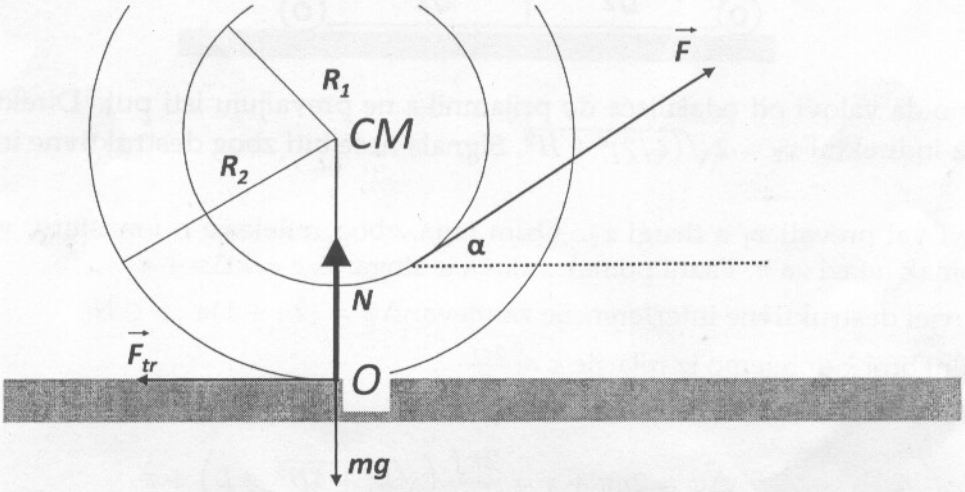
Brzina zvuka u zraku je $c = 340$ m/s.



Zadaci za državno natjecanje 2017. – 3. skupina
Rješenja

Zadatak 1 (18 bodova)

Prvo raspišemo sile na kalem, kao na slici dolje. Vučna sila F je uvijek tangencijalna i ima hvatište na unutarnjem cilindru R_1, sila trenja F_{tr} je vodoravna s podlogom i sa hvatištem u točki dodira kalema s podlogom O, sila teža mg ima hvatište u centru mase CM, a sila N je otpor podloge sa hvatištem u O.



Za korektno nacrtane sile daje se **(4 boda)**

Rješenje problema slijedi iz raspisa sila u horizontalnom i vertikalnom smjeru kao i momenta.

$$\text{Vodoravno: } F\cos\alpha - F_{tr} = ma$$
$$\text{Okomito: } F\sin\alpha + N = mg$$
$$\text{Moment oko CM: } R_2F_{tr} - R_1F = I\frac{a}{R_2}$$

Zadnji član smo napisali preko linearne akceleracije, iz uvjeta da tijelo ne proklizava – $\alpha = a/R_2$. (ovdje je α kutna akceleracija, ne kut!)

Za obje sile **(2 boda)**, za moment **(3 boda)** i za vezu akceleracija **(3 boda)**

Sila trenja je statička i možemo je izraziti iz prve jednadžbe te uvrstiti u treću, pa dobijemo:

$$\begin{aligned} F_{tr} &= F\cos\alpha - ma \\ Ia &= R_2^2F\cos\alpha - R_2^2ma - R_1R_2F \\ a(I + R_2^2m) &= R_2F(R_2\cos\alpha - R_1) \end{aligned}$$

(4 boda)

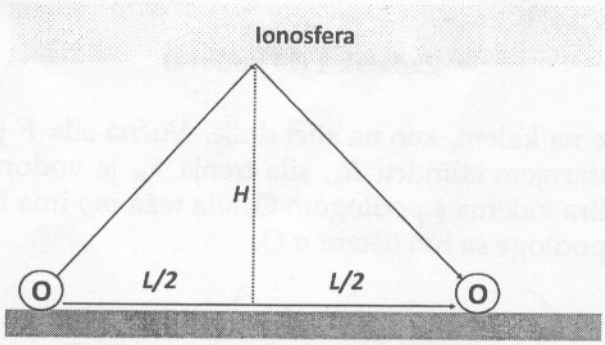
Vidimo da akceleracija mijenja predznak kada je $R_2\cos\alpha - R_1 = 0$, a to je isti uvjet koji daje i grafičko rješenje:

$$\cos\alpha_C = \frac{R_1}{R_2}$$

(2 boda)

Zadatak 2 (18 bodova)

Skicirajmo odašiljač i prijamnik te dva vala – direktni i onaj koji se odbije:



Vidimo da valovi od odašiljaća do prijamnika ne prevaljuju isti put. Direktni put je $x_1 = L$, a indirektni $x_2 = 2\sqrt{(L/2)^2 + H^2}$. Signala neće biti zbog destruktivne interferencije **(2 boda)**

a) Prvi val prevali x_1 a drugi x_2. Osim toga, zbog refleksije o ionosferu, val dobije pomak u fazi za π. Fazni pomak valova je stoga: $\Delta\varphi = k\Delta x + \pi$ **(4 boda)**

a uvjet destruktivne interferencije zahtjeva: $\Delta\varphi = (2n+1)\pi$; $n \in \mathbb{N}_0$ **(2 boda)**

Valni broj k dobijemo iz relacije $k = \frac{2\pi f}{c}$

Uvrštavanjem svih relacija imamo:

$$\Delta\varphi = 2n\pi + \pi = \frac{2\pi f}{c}\left(\sqrt{L^2 + 4H^2} - L\right) + \pi$$

$$2n\pi\frac{c}{2\pi f} = \sqrt{L^2 + 4H^2} - L$$

$$\frac{nc}{f} + L = \sqrt{L^2 + 4H^2}$$

Posljednji izraz sada možemo kvadrirati, uz opasku da smo L odabrali pozitivan, inače bi razlika puteva $x_2 - x_1$ imala drugačiji oblik.

$$L_n = \frac{4f^2H^2 - n^2c^2}{2ncf}$$

(3 boda)

b) Iz gornje relacije zaključujemo da je za danu frekvenciju najveći $L_{n=1} = 3\,671$ km, a najmanji L_n (a da je pozitivan) dobijemo iz relacije:

$$4f^2H^2 - n^2c^2 > 0 \Rightarrow n < \frac{2fH}{c}$$

(2 boda)

Rezultat desno je $n < 61.2$, stoga je najveći $n = 61$, pa je $L_{61} = 392.8$ m. **(2 boda)**

c) Do destruktivne interferencije ne dolazi za frekvencije za koje vrijedi $L_{n=1} < 0$, tj.

$$L_0 < 0 \Rightarrow 4f^2H^2 < c^2$$

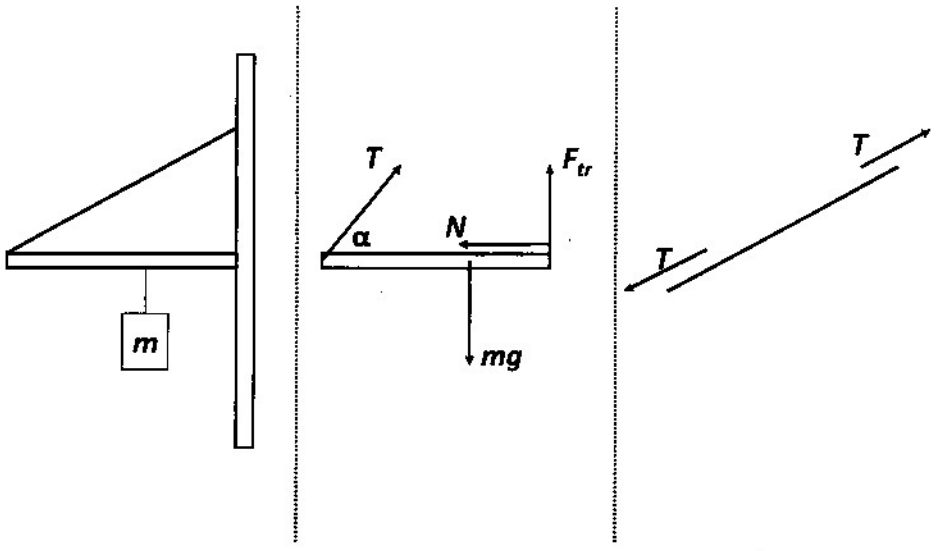
$$f < \frac{c}{2H}$$

kritična frekvencija $f_c = 2.5$ kHz. **(3 boda)**

Zadatak 3 (18 bodova)

a) Sile na horizontalnu gredu su sila utega $F = mg$, sila napetosti sajle T, sila trenja F_{tr} i reakcije podloge N. Smjerovi i hvatišta sila su kao na slici. **(4 boda)**

Sile na sajlu su sila napetosti T od horizontalne grede i sila napetosti T od vertikalne grede za koju je pričvršćena. **(2 boda)**



b) Sustav miruje ako je trenje statičko, tj. $F_{tr} \leq \mu N$ **(3 boda)**. Raspišemo li sile po horizontalnom i vertikalnom smjeru i momente, uz činjenicu da ukupni moment i ukupna sila mora iščezavati:

$$N = T\cos\alpha$$
$$mg = T\sin\alpha + F_{tr} \Rightarrow T = \frac{mg - F_{tr}}{\sin\alpha}$$
$$0.6\,L\,mg = LF_{tr} \Rightarrow F_{tr} = 0.6\,mg$$

Za sile **(2 boda)**, moment **(3 boda)**

Iz uvjeta statičkog trenja i prve jednadžbe za N:

$$0.6\,mg \leq \mu T\cos\alpha = \frac{\mu mg(1-0.6)}{\tan\alpha}$$
$$\tan\alpha \leq \frac{2}{3}\mu \Rightarrow \alpha \leq 21.8^\circ$$

(2 boda)

c) Sajla trpi silu T. Iz prošlog dijela zadatka izrazimo T:

$$T\sin\alpha = 0.4\,mg \Rightarrow T = \frac{0.4\,mg}{\sin\alpha}$$

Uvrstimo li vrijednosti dobijemo $T = 10\,566$ N, pa sajla mora moći izdržati masu od $m = 1\,077$ kg. **(2 boda)**

Zadatak 4 (16 bodova)

Frekvencije f_1 i f_2 su različite zbog Dopplerovog efekta. **(2 boda)**

Frekvencija f_1 se direktno dobije iz vlastite frekvencije lopova f_0 preko jednadžbe za Dopplerov efekt u kojoj se gibaju i izvor i promatrač:

$$f_1 = f_0 \frac{c + v_P}{c + v_L}$$

S druge strane, f_2 frekvencija dolazi od zvuka koji se odbio od zida, pa je za nju efektivno zid izvor. Do zida dolazi frekvencija f_x, za koju je zid promatrač, a lopov izvor. Sastavimo li te dvije relacije:

$$f_2 = f_x \frac{c + v_P}{c}$$
$$f_x = f_0 \frac{c}{c - v_L}$$
$$f_2 = f_0 \frac{c + v_P}{c - v_L}$$

(6 bodova)

Poznate su nam kombinacije $f_s = \frac{f_1+f_2}{2}$ i $f_u = |f_1 - f_2| = f_2 - f_1$. Posljednje smo zaključili jer $f_2 > f_1$. Sada obje te kombinacije možemo izraziti preko f_0 i v_L:

$$f_s = \frac{f_0}{2} \cdot \frac{(c + v_P)\, 2\, c}{c^2 - v_L^2}$$
$$f_u = f_0 \frac{(c + v_P)\, 2\, v_L}{c^2 - v_L^2}$$

Iz omjera ove dvije vrijednosti dobijemo:

$$\frac{f_s}{f_u} = \frac{c}{2v_L} \Rightarrow v_L = \frac{c f_u}{2 f_s} = 3.44\ \mathrm{m/s}$$

(4 boda)

Da bi odredili hoće li policajac stići lopova promotrimo vrijeme koje im treba da dođu do zgrade, ako pretpostavimo da je lopov od zgrade udaljen za $2D$. Tada je policajac udaljen za D od lopova, tj. $3D$ od zgrade:

$$t_L = \frac{2D}{v_L} = 0.58D$$
$$t_P = \frac{3D}{v_P} = 0.3D$$

Policajac će prije doći do zgrade, tj. stići će lopova! **(4 boda)**

Državno natjecanje iz fizike
Vinkovci, 02.-05. svibnja 2017.

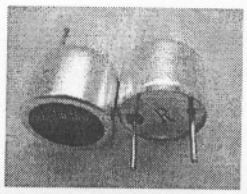
EKSPERIMENTALNI ZADATAK

3. skupina

Pribor:

- Ultrazvučni prijemnik
- Ultrazvučni predajnik
- Mjerne trake na letvicama, 2 komada
- Tri pravokutna profila (plastika, karton ili šperpločea)
- Voltmetar (AC mjerenja)

Na slici su prikazani ultrazvučni pretvornici. Jedan od njih je prijamnik (oznaka R), a drugi predajnik (oznaka T).



Da bi predajnik emitirao u ultrazvučnom području potreban je generator tahvih signala. Predajnik je spojen na elektronički sklop koji to ostvaruje. Podatak o generiranoj frekvenciji zapisan je na kućištu elektroničkog sklopa (rezonatna frekvencija).

Prijamnik prima signale u širem rasponu ultrazvučnih frekvencija. Spojen je na kućište pojačala signala.

Mjerenja se očitavaju pomoću voltmetra koji se spaja na prijamnik na označeno mjesto.

Zadatci:

Odrediti brzinu širenja ultrazvuka pomoću zadanog pribora na barem dva načina.

Opišite detaljno opažanja i obrazložite mjerenja. Skicirajte eksperimentalne postave.

Objasnite fizikalne pojave na osnovu kojih ste izveli mjerenja i odredili brzinu ultrazvuka u zraku.

Procijenite točnost mjerenja. Što sve uvjetuje točnost mjerenja?

Usporedite mjerenja sa očekivanom teorijskom vrijednosti brzine.

Napomene:

Upute za potreban izvor napona dane su uz pripremljeni pribor.

Predajnik učvrstite sa manjim komadom plastelina na stol. Jednu mjernu traku na letvici postavite uz predajnik. Prijamnik učvrstite na kraj druge letvicu sa mjernom trakom.

Državno natjecanje iz fizike
Vinkovci, 02.-05. svibnja 2017.

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA

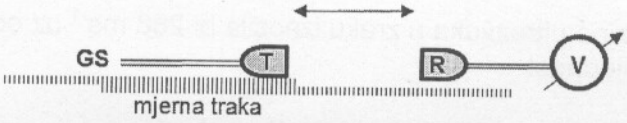
3. skupina

Sa zadanim priborom očekivana su četiri načina rješenja eksperimentalnog zadatka. Prvi način (stojni val) najjednostavniji je. Određivanje brzine ultrazvuka pomoću interferencije valova na dvije pukotine nešto je zahtjevnije. Brzinu uktrazvuka u zraku može se odrediti i pomoću "Loydova zrcala". Moguća su i opažanja ogiba ultrazvučnih valova.

1. način: Stojni val

Stojni val nastaje interferencijom dvaju valova jednake amplitude i jednake frekvencije, a time i jednake valne duljine, koji se na istom pravcu gibaju jedan nasuprot drugome. Može nastati superponiranjem reflektiranog vala od čvrste prepreke i upadnog vala. **1 bod**

Predajnik i prijemnik se međusobno udaljavaju, okrenuti jedan prema drugome, a na voltmetru se očitavaju promjene napona. **3 boda**



Pri udaljenostima manjima od 10 cm relativno je jednostavno očitati ovisnost napona o udaljenosti sa izraženim minimumima i maksimumima. Na prijamniku se reflektiraju ultrazvučni valovi i nastaje stojni val. Dva susjedna minimuma su međusobno udaljena za pola valne duljine:

$$d = \frac{\lambda}{2}$$ **2 boda**

Bilježenjem mjesta na kojem se nalazi prijamnik pri minimumu ili maksimumu primljenog signala može se odrediti međusobna udaljenost između dva susjedna minimuma ili maksimuma. **1 bod**

Rezultati mjerenja:

U tablicama su prikazane dvije moguće serije mjerenja (za manje i veće udaljenosti pretvornika). **4 boda**

Broj mjerenja	d / cm	Δd / cm
1	2,3	
2	2,7	0,4
3	3,1	0,4
4	3,2	0,3
5	3,6	0,4
6	4,0	0,4
7	4,4	0,4
8	4,7	0,3
9	5,0	0,3
10	5,3	0,3
		$\overline{\Delta d}$=0,36cm
		r_m=17%

Broj mjerenja	d / cm	Δd / cm
1	9,4	
2	9,8	0,4
3	10,3	0,5
4	10,8	0,5
5	11,2	0,4
6	11,6	0,4
7	12,1	0,5
8	12,5	0,4
9	12,9	0,4
10	13,4	0,5
		$\overline{\Delta d}$=0,44cm
		r_m=9%

d ... razmak između prijemnika pri očitavanju maksimuma signala
$\overline{\Delta d}$... udaljenost prijamnika između dva uzastopna prijema

Povećanjem udaljenosti između pretvornika dolazi do smanjenja intenziteta signala, ali su pojave pojačavanja i slabljenja signala i dalje uočljive.

Na osnovu ovih mjerenja pri većim razmacima pretvornika mjerenja su nešto preciznija.

Rezultat procjena brzine ultrazvuka:

Iz d=0,44cm slijedi da je valna duljina λ=0,88cm.

Uz frekvenciju predajnika od 40 kHz, brzina vala iznosi:

$$v = \lambda \cdot f$$ **2 boda**

$$\mathbf{v = 352\ ms^{-1}}$$ **1 bod**

Brzina ultrazvuka u zraku usporediva je brzini zvuka u zraku. Tako je očekivana teorijska vrijednost 344ms^{-1} pri 20°C. Odstupanja od terijske vrijednosti iznosi 2,3%.

Na osnovu prve serije brzina ultrazvuka u zraku iznosila bi 288 ms^{-1} uz odstupanje od 16% s obzirom na očekivanu vrijednost. **1 bod**

2. način: Interferencija valova ultrazvuka na dvije pukotine

Emitirani ultrazvučni val iz predajnika nailazi na dvije pukotine. Pukotine postaju 2 izvora vala. Iz pukotina izlaze dva koherentna ultrazvučna vala. **1 bod**

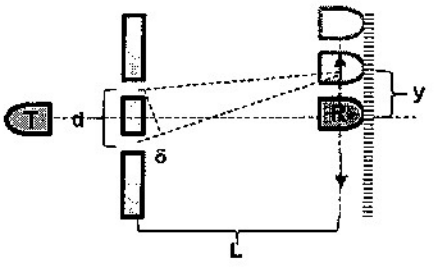
Razmak između sredina pukotina je 7 cm, a širine pukotina su 2 cm. **1 bod**

Ovisno o razlici u fazi (ili razlici hoda) koju će valovi imati u određenoj točki prostora, nastat će konstruktivna ili destruktivna interferencija. Pomoću voltmetra se očitavaju naizmjenični maksimumi i minimumi signala (interferencije).

1 bod

Eksperimentalni postav prikazan je na slici:

4 boda



Moguće je zabilježiti položaje prijamnika na mjestima kada je očitan maksimum signala i zatim odrediti udaljenosti između dva susjedna maksimuma.

Uvjet konstruktivne interferencije je da je razlika hoda između dvije valne zrake jednaka cjelobrojnoj vrijednosti valnih duljina:

$$\delta = n\lambda$$

Da bi nastala destruktivna interferencija razlika hoda mora biti jednaka polubrojnoj vrijednosti valnih duljina:

$$\delta = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$$

n = 0,1,2,3,....

Na osnovu skice postava i prethodnih uvjeta moguće je odrediti razmak između dva susjedna maksimuma ili minimuma:

$$y = \frac{\delta L}{d}$$ **2 boda**

Odnosno, mjerenjem razmaka pukotina (d), i udaljenosti pukotina od zaslona (L) može se izračunati valna duljina ultrazvučnog signala, λ:

$$\lambda = \frac{yd}{L}.$$ **1 bod**

Primjer mjerenja koja su izvedena:

d=7cm
L=36cm

2 boda

Broj mjerenja	y / cm	λ / cm
1	4,5	0,875
2	4	0,778
3	4	0,778
4	5	0,97

$$\bar{\lambda} = 0,85cm$$

$$v = \lambda \cdot f$$

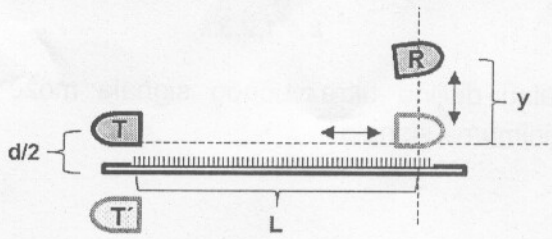
$$v = 340\ ms^{-1}$$

1 bod

3. način: Loydovo ″zrcalo″

Loydovo ″zrcalo″ je glatka reflektirajuća ploha, na primjer ravnina stola, pomoću koje dobivamo virtualnu ″sliku″ predajnika. Dobivena su dva koherentna izvora ultrazvuka. Izvori su u fazi. Potrebno je malo podići predajnik sa površine stola. Udaljenost predajnika od stola jednaka je polovici udaljenosti predajnika i njegove ″slike″.
Prijamnik se može pomicati duž stola dok ne očitamo maksimalni napon na voltmetru.
Ako pomičemo prijamnik okomito na ravninu stola možemo očitati daljne maksimume i razmake između dva susjedna maksimuma.

Prikaz eksperimentalnog postava:



Očekivana mjerenja:

L=44cm
d=10cm
y=3,8cm

$$\lambda = \frac{yd}{L} = \frac{3,8cm \cdot 10cm}{44cm}$$

$$\lambda = 0,86cm$$

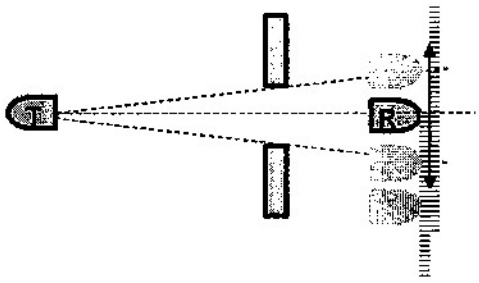
$$v = \lambda \cdot f$$

$$v = 344\ ms^{-1}$$

4. način: Ogib ultrazvučnih valova

Na zvučnim valovima, pa tako i na ultrazvuku moguće je opaziti pojavu ogiba ili difrakcije.

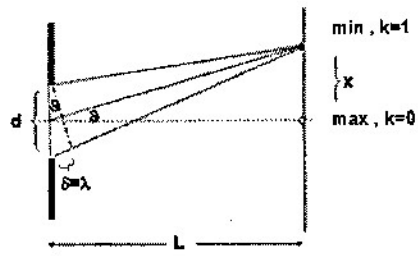
Difrakcija je skretanje vala iza prepreke ili zalaženje iza pukotine i njegovo odstupanje od pravocrtnog širenja.



Sporedni maksimumi signala nalaze se u područje sjene. Intenziteti signala su izrazito manji no u slučaju središnjeg maksimuma i teže ih je mjeriti.

Na osnovu skice mogu se uočiti dva slična trokuta.

Za male kuteve Θ:



$\Delta 1: \sin\Theta = \frac{\lambda}{d}$

$\Delta 2: tg\Theta \approx \sin\Theta = \frac{x}{L}$

slijedi uvjet opažanja minimuma signala:

$$\frac{\lambda}{d} = \frac{x}{L}$$

$\frac{xd}{L} = k\lambda$ *k-ti red minimuma signala od središnjeg maksimuma*

$\frac{xd}{L} = (2k-1)\frac{\lambda}{2}$ *k-ti red maksimuma signala od središnjeg maksimuma*

k = 1,2,3...

Valnu duljinu ultrazvučnog signala može se izračunati na osnovu određivanja položaja minimuma signala:

$$\lambda = \frac{xd}{kL}$$

Neka je udaljenost od izvora ultrazvučnog vala do pukotine 50 cm, a od pukotine do prijamnika 25 cm. Mjerenja se mogu izvesti za razne širine pukotina.

Mjerenja i izračuni:

L=25 cm

d=6cm	k	x/cm	λ/cm
	1	3,9	0,94
	2	7,0	0,84
	3	10,7	0,86
	1	3,8	0,91
	2	7,1	0,85
	3	10,7	0,86
	$\lambda = (8{,}8 \pm 0{,}6)cm$		
	r_m=6,8%		
	v = 352 ms^{-1}		

d=4cm	k	x/cm	λ/cm
	1	3,9	0,94
	2	7,0	0,84
	3	10,7	0,86
	1	3,8	0,91
	2	7,1	0,85
	3	10,7	0,86
	$\lambda = (8{,}85 \pm 0{,}52)cm$		
	r_m=5,8%		
	v = 355 ms^{-1}		

Napomena:

Ako je jedan od načina određivanja brzine ultrazvuka opisani 3. ili 4. način, bodovat će se kao 2. način.

Točnost mjerenja uvjetovana je: **2 boda**

- Očitavanjem mjernih podataka
- Ovisi o tome je li postignuta rezonatna frekvencija
- O usmjerenost prijemnika i predajnika
- O veličini senzora. On mora biti manji od valne duljine.
- O snazi senzora
- O razlučivosti voltmetra
- Prijemu signala
- Pojačanju signala...