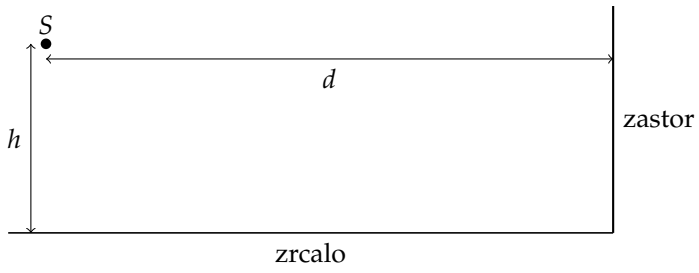
Županijsko natjecanje iz fizike

- srednje škole: IV. grupa -

08.03.2017.

1. Točkasti izvor S monokromatske svjetlosti valne duljine λ nalazi se iznad ravnog zrcala na udaljenosti $d = 1\,\mathrm{m}$ od zastora na kojem stvara interferencijsku sliku.



   - Skicirajte izgled interferencijske slike na zastoru. Hoće li tik iznad spojnice zrcalo-zastor doći do konstruktivne ili destruktivne interferencije?
   - Širina interferentnih pruga, odnosno razmak između dva susjedna interferencijska minimuma, na zastoru iznosi $\Delta x = 0.25\,\mathrm{mm}$. Ukoliko izvor udaljimo od zrcala za $\Delta h = 0.6\,\mathrm{mm}$, ne mijenjajući udaljenost od zastora, širina pruga se smanji $\eta = 1.5$ puta. Iz ovih podataka odredite valnu duljinu svjetlosti λ.

   Prilikom računanja koristite aproksimaciju vrlo dalekog zastora $d \gg h$.

   [10 bodova]

2. Na nekom se planetu druge kozmičke brzine, računate nerelativistički i relativistički, razlikuju za faktor 2. Odredite ubrzanje sile teže g na površini tog planeta, ako je njegov polumjer jednak polumjeru Zemlje.

   Napomena: druga kozmička brzina definira se kao minimalna brzina koju je potrebno dati tijelu koje miruje na površini nekog planeta da se u potpunosti oslobodi gravitacijskog utjecaja tog tijela. Pritom se zanemaruje eventualna rotacija tog planeta, kao i utjecaj ostalih nebeskih tijela.

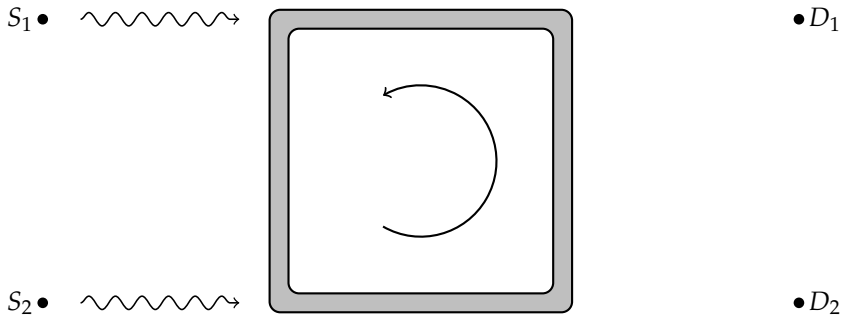
   [11 bodova]

3. Laser emitira svjetlosni puls trajanja $\tau = 0.13\,\mathrm{ms}$ i energije $E = 10\,\mathrm{J}$. Taj puls upada na obližnji zid pod kutom $\theta = 30°$ u odnosu na okomicu. Odredite srednju silu $\vec{F}$ kojom puls djeluje na zid ako zid reflektira 50% upadne svjetlosti.

   Uputa: posebno izračunajte komponentu sile $\vec{F}$ okomito na zid i komponentu paralelnu zidu.

   [8 bodova]

4. Voda struji brzinom $v = 200\,\mathrm{m/s}$ kroz cijev oblika kvadrata stranice $\ell = 100\,\mathrm{m}$, kao na slici. Dva su svjetlosna pulsa odaslana istovremeno iz izvora S_1 i S_2, te se detektiraju na pripadnim detektorima D_1 i D_2 s vremenskom razlikom τ. Odredite τ ako je poznat indeks loma vode $n = 1.33$. Zanemarite efekte na rubu kvadrata.



[9 BODOVA]

5. Islandski dvolomac vrsta je kristala čiji indeks loma ovisi o smjeru polarizacije upadne svjetlosti. Promatrate uzorak dvolomca koji je rezan u obliku pločice debljine $d = 1\,\mathrm{cm}$ i postavljen u xy ravnini. Indeks loma za svjetlost polariziranu u x smjeru je $n_x = 1.65$, dok je indeks loma za svjetlost polariziranu u y smjeru $n_y = 1.4$. Okomito na dvolomac (u z smjeru) upada monokromatska, koherentna, linearno polarizirana svjetlost valne duljine $\lambda = 660\,\mathrm{nm}$ te intenziteta $I_0 = 1\,\mathrm{kW/m^2}$ čiji smjer polarizacije zatvara kut od 45° s osi x. Nakon što svjetlost izađe iz dvolomca, upada na polarizator čija optička os također zatvara kut od 45° s osi x. Odredite koliki će biti intenzitet svjetlosti nakon što prođe kroz polarizator. Zanemarite sve refleksije.

   U zadatku možete koristiti sljedeće vrijednosti za usrednjene trigonometrijske funkcije po jednom periodu:

$$\langle \sin^2 x \rangle = \langle \cos^2 x \rangle = \frac{1}{2}, \quad \langle \sin x \cos x \rangle = 0.$$

[12 BODOVA]

Vrijednosti fizikalnih konstanti:

- brzina svjetlosti: $c = 3.00 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$;
- polumjer Zemlje: $R = 6.38 \times 10^3\,\mathrm{km}$.

Županijsko natjecanje iz fizike - rješenja

- srednje škole: IV. grupa -

08.03.2017.

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. U ovakvom eksperimentalnom postavu dolazi do interferencije između zraka svjetlosti koje dolaze izravno do zastora te zraka svjetlosti koje se reflektiraju od zrcala. Zrake reflektirane od zrcala možemo zamjeniti virtualnim izvorom S' koji je slika izvora S u zrcalu. [2 boda]

   - Interferentna slika je ista kao kod Youngovog pokusa s dvije pukotine s tom razlikom da su minimumi i maksimumi zamijenjeni budući da reflektirana zraka prilikom refleksije dobiva skok u fazi od 180°. Prema tome, područje tik do spojnice zrcalo-zastor pripada centralnom minimumu, odnosno, tamo dolazi do destruktivne interferencije. [2 boda]
   - Širina interferentnih pruga je dana formulom

     $$\Delta x = \frac{\lambda d}{2h}, \qquad [2 \text{ boda}]$$

     gdje je h visina izvora S obzirom na zrcalo. Kad dodatno odmaknemo izvor, vrijedi

     $$\frac{\Delta x}{\eta} = \frac{\lambda d}{2(h + \Delta h)}. \qquad [1 \text{ bod}]$$

     Iz ovih dviju jednadžbi imamo

     $$\lambda = \frac{2\Delta h \Delta x}{(\eta - 1)d} \qquad [2 \text{ boda}]$$

     $$= 600\,\text{nm}. \qquad [1 \text{ bod}]$$

2. Minimalna brzina potrebna da se tijelo oslobodi gravitacijskog utjecaja Zemlje jest ona brzina koja će tijelo dovesti na beskonačno veliku udaljenost od Zemlje, te će tamo stati. Budući da gravitacijska potencijalna energija iščezava na beskonačnim udaljenostima, ukupan zbroj kinetičke i potencijalne energije tijela mora iščezavati. [2 BODA]

- U nerelativističkom slučaju to znači

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} = 0, \qquad [1 \text{ BOD}]$$

odakle imamo

$$v_{\mathrm{II,nr}} = \sqrt{2GM/R} = \sqrt{2gR}. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

Ovdje smo uvrstili ubrzanje sile teže $g = GM/R^2$.

- U relativističkom slučaju imamo pak

$$(\gamma - 1)mc^2 - \frac{GMm}{R} = 0, \qquad [1 \text{ BOD}]$$

gdje je $\gamma = (1 - (v/c)^2)^{-1/2}$ Lorentzov faktor. Odavde slijedi

$$v_{\mathrm{II,r}} = c\sqrt{1 - \frac{1}{(1 + gR/c^2)^2}} = \sqrt{2gR}\frac{\sqrt{1 + \frac{1}{2}\frac{gR}{c^2}}}{1 + \frac{gR}{c^2}}. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Uzimajući omjer ovih dviju brzina, imamo

$$\frac{v_{\mathrm{II,nr}}}{v_{\mathrm{II,r}}} = \frac{1 + \frac{gR}{c^2}}{\sqrt{1 + \frac{1}{2}\frac{gR}{c^2}}} = 2. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

Rješavanjem ove jednadžbe po g, dobivamo

$$g = \frac{\sqrt{3}c^2}{R} \qquad [2 \text{ BODA}]$$

$$= 2.44 \times 10^{10}\,\mathrm{m/s^2}. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

3. Srednju silu na zid računamo kao količinu gibanja koju je svjetlost predala zidu kroz vrijeme τ. Količinu gibanja zraka svjetlosti računamo prema formuli $p = E/c$, gdje je E energija snopa. [1 BOD]

   - Prilikom izračuna komponente sile paralelne zidu uzimamo u obzir da je zid u potpunosti apsorbirao svu količinu gibanja koja se nije reflektirala. Uz oznaku $r = 0.5$ za koeficijent refleksije, možemo pisati

     $$F_{\parallel} = \frac{\Delta p_{\parallel}}{\tau} = (1-r)\sin\theta\frac{E}{c\tau}, \qquad \text{[2 BODA]}$$

     gdje $\sin\theta$ predstavlja projekciju ukupne količine gibanja na smjer paralelan zidu. Numerički

     $$F_{\parallel} = 6.41 \times 10^{-5}\,\mathrm{N}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

   - Za izračun sile okomite na zid moramo uzeti u obzir činjenicu da zid apsorbira $(1-r)$-ti dio svjetlosti, a reflektira ostatak. Prema tome, vrijedi

     $$F_{\perp} = \frac{\Delta p_{\perp}}{\tau} = (1-r)\cos\theta\frac{E}{c\tau} + 2r\cos\theta\frac{E}{c\tau} = (1+r)\cos\theta\frac{E}{c\tau}. \qquad \text{[2 BODA]}$$

     Uvrštavanjem dobivamo

     $$F_{\perp} = 3.33 \times 10^{-4}\,\mathrm{N}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

   Konačno, ukupna sila na zid je

   $$\vec{F} = (0.64\hat{x} + 3.33\hat{y}) \times 10^{-5}\,\mathrm{N}, \qquad \text{[1 BOD]}$$

   gdje smo uzeli da je jedinični vektor $\hat{x}$ paralelan zidu, a $\hat{y}$ okomit na zid.

4. Sa slike u zadatku je jasno da jedina razlika u vremenu putovanja zraka svjetlosti dolazi od gibanja kroz vodu. Stoga ćemo se koncentrirati na taj dio. Vrijeme koje zraka 1 provede gibajući se kroz vodu je

$$t_1 = \frac{\ell}{v_1}, \qquad \text{[1 BOD]}$$

gdje je v_1 brzina dobivena relativističkim zbrajanjem

$$v_1 = \frac{\frac{c}{n} - v}{1 - \frac{v}{nc}}. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Potpuno analogno, vrijeme koje zraka 2 provede gibajući se kroz vodu je

$$t_2 = \frac{\ell}{v_2}, \qquad \text{[1 BOD]}$$

uz

$$v_2 = \frac{\frac{c}{n} + v}{1 + \frac{v}{nc}}. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Jasno je da je $v_2 > v_1$, pa je i $t_1 > t_2$, stoga imamo

$$\tau = t_1 - t_2 = \frac{2\ell}{v} \frac{n^2 - 1}{(c/v)^2 - n^2} \qquad \text{[2 BODA]}$$

$$= 3.42 \times 10^{-13}\,\text{s}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

5. Prije upada na dvolomac, svjetlost je bila linearno polarizirana pod kutom $\alpha = 45°$ u odnosu na os x. To znači da za x i y komponente električnog polja tik prije dvolomca vrijedi

$$E_x = E_0 \cos\alpha \cos\omega t, \quad E_y = E_0 \sin\alpha \cos\omega t, \qquad \text{[2 BODA]}$$

gdje je ω frekvencija vala. Intenzitet upadne svjetlosti je povezan s amplitudom E_0 preko relacije

$$I_0 = c\epsilon_0 \langle \vec{E}_{\text{up}}^2 \rangle = \frac{c\epsilon_0}{2} E_0^2. \qquad \text{[1 BOD]}$$

Gibanjem kroz dvolomac, dolazi do razlike u fazi δ među ovim komponentama svjetlosti,

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_x - n_y)d. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Nakon izlaska iz dvolomca, y komponenta svjetlosti kasni u fazi za x komponentom, pa imamo

$$E'_x = E_0 \cos\alpha \cos\omega t, \quad E'_y = E_0 \sin\alpha \cos(\omega t - \delta). \qquad \text{[1 BOD]}$$

Prolaskom kroz polarizator koji je usmjeren pod kutom $\beta = 45°$ u odnosu na os x, dobivamo konačnu amplitudu električnog polja

$$E_{\text{iz}} = E_0 \cos\alpha \cos\beta \cos\omega t + E_0 \sin\alpha \sin\beta \cos(\omega t - \delta). \qquad \text{[1 BOD]}$$

Intenzitet izlazne svjetlosti je sad

$$\begin{aligned} I &= c\epsilon_0 \langle \vec{E}_{\text{iz}}^2 \rangle \\ &= c\epsilon_0 E_0^2 [\cos^2\alpha \cos^2\beta \langle \cos^2\omega t \rangle + \sin^2\alpha \sin^2\beta \langle \cos^2(\omega t - \delta) \rangle \\ &\quad + 2\sin\alpha \cos\alpha \sin\beta \cos\beta \langle \cos\omega t \cos(\omega t - \delta) \rangle] \qquad \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$

Koristeći

$$\langle \cos^2\omega t \rangle = \langle \cos^2(\omega t - \delta) \rangle = \frac{1}{2}, \quad \langle \cos\omega t \cos(\omega t - \delta) \rangle = \frac{1}{2}\cos\delta, \qquad \text{[1 BOD]}$$

gornji izraz postaje

$$\begin{aligned} I &= I_0 \left[\cos^2\alpha \cos^2\beta + \sin^2\alpha \sin^2\beta + \frac{1}{2}\sin 2\alpha \sin 2\beta \cos\delta \right] \\ &= I_0 \left[\cos^2(\alpha - \beta) - \sin 2\alpha \sin 2\beta \sin^2\frac{\delta}{2} \right] \\ &= \left\{ \alpha = \beta = \frac{\pi}{4} \right\} = I_0 \cos^2\frac{\delta}{2} \qquad \text{[2 BODA]} \\ &= 862\,\text{W/m}^2. \qquad \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$