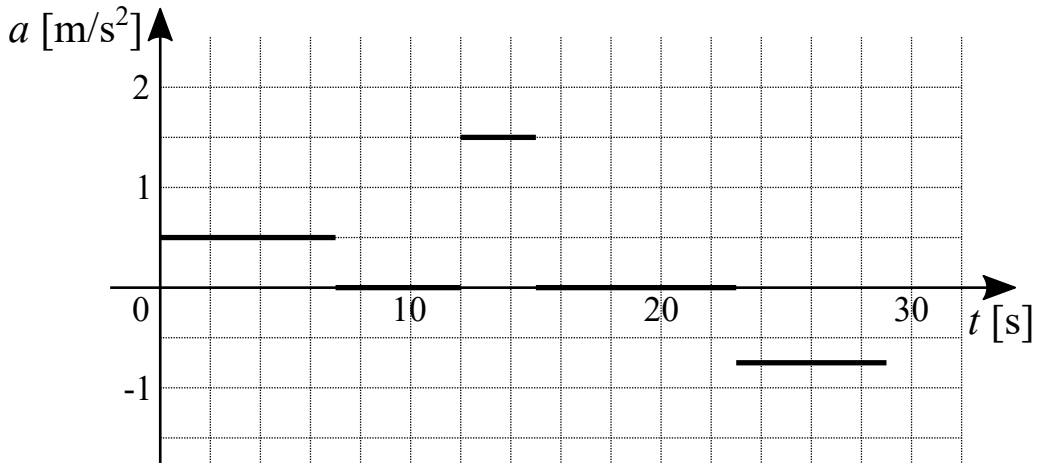
Županijsko natjecanje iz fizike 2017/2018
Srednje škole – 1. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijte imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. **Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

1. zadatak (11 bodova)

Automobil se giba po pravcu. U početnom trenutku ($t = 0$) brzina automobila iznosi 8 m/s. Ubrzanje automobila mijenja se u vremenu na način kako je prikazano na $a(t)$ grafu.

a) Nacrtajte graf ovisnosti brzine o vremenu $v(t)$.
b) Izračunajte koliki je put prešao automobil za vrijeme ovog gibanja.
c) Izračunajte srednju brzinu automobila.



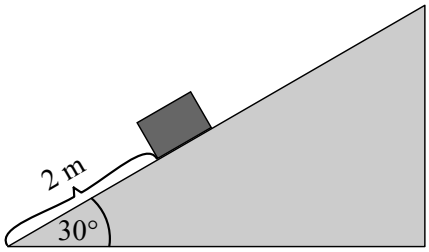
2. zadatak (10 bodova)

Vlak A duljine 98 m giba se brzinom $v_A = 36$ km/h. Vlak B duljine 79 m giba se brzinom $v_B = 11$ m/s. Vlakovi prometuju po dvokolosječnoj pruzi u suprotnim smjerovima te se svaki sa svoje strane približavaju tunelu duljine 554 m. U trenutku ulaska vlaka A u tunel vlak B se nalazi na udaljenosti s od ulaska u tunel te počinje jednoliko ubrzavati. Nakon 23 s vlak B ulazi u tunel te se nastavlja gibati jednolikom brzinom. Vlak A se cijelo vrijeme giba jednolikom brzinom. Vlakovi istovremeno izlaze iz tunela.

a) Izračunajte vrijeme gibanja vlaka A kroz tunel.
b) Izračunajte udaljenost s vlaka B od tunela u trenutku ulaska vlaka A u tunel.
c) Izračunajte brzinu gibanja vlaka B u tunelu.
d) Izračunajte ubrzanje vlaka B do ulaska u tunel.
e) Odredite položaj na kojem su vlakovi sreli te koliko je vremena trajalo mimoilaženje vlakova.

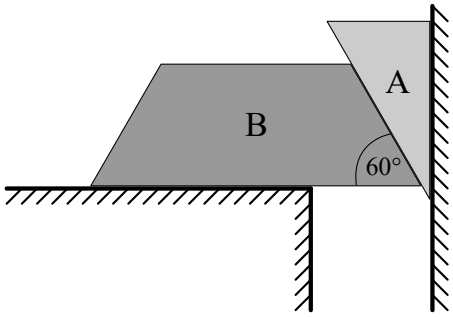
3. zadatak (10 bodova)

Kvadar se nalazi na kosini koja zatvara kut 30° s horizontalom. Početni položaj kvadra označen je na slici. U početnom trenutku kvadar je gurnut uz kosinu brzinom 4 m/s. Koeficijent trenja između kvadra i kosine iznosi 0.21. Izračunajte nakon koliko vremena će brzina kvadra opet postići početnu vrijednost i ukupan put koji prijeđe kvadar u tom vremenu.



4. zadatak (9 bodova)

Na slici su prikazana dva tijela: A i B. Tijelo A jednom je svojom stranicom naslonjeno na vertikalni zid, a drugom na tijelo B. Tijelo B nalazi se na nepomičnoj horizontalnoj podlozi. Trenje između tijela A i B, kao i između tijela A i vertikalnog zida i tijela B i horizontalne podloge je zanemarivo. Omjer masa tijela A i B jednak je $m_A : m_B = 1 : 4$. Izračunajte iznos i smjer ubrzanja tijala A i B.



5. zadatak (10 bodova)

Ivica i Marica igraju se lopticama. Ivica se nalazi u dvorištu zgrade i baca svoju lopticu vertikalno u vis brzinom 8 m/s. Marica se nalazi na prozoru 1. kata zgrade i istovremeno s Ivicom baca svoju lopticu u horizontalnom smjeru brzinom 5 m/s. Horizontalna udaljenost Ivice i Marice iznosi 5 m. Loptice se sudare na visini h iznad početne visine loptice koju je bacio Ivica.

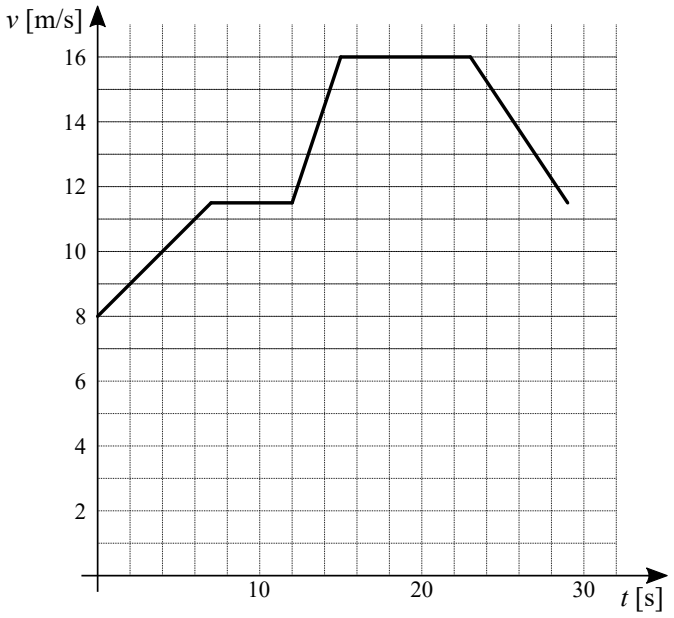
a) Izračunajte vertikalnu udaljenost položaja s kojih su izbačene loptice.
b) Izračunajte iznose brzine obje loptice neposredno prije njihovog sudara te skicirajte njihove smjerove.
c) Izračunajte brzinu, kojom Marica treba baciti lopticu u horizontalnom smjeru, da pogodi lopticu, koju je bacio Ivica, u najvišoj točki njezine putanje. Odredite trenutak u kojem Marica treba baciti lopticu.

Uzmite da je gravitacijsko ubrzanje $g = 10$ m/s^2.

Županijsko natjecanje iz fizike 2017/2018
Srednje škole – 1. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (11 bodova)

U prvom vremenskom intervalu $\Delta t_1 = 7$ s automobil se giba jednoliko ubrzano ubrzanjem $a_1 = 0.5$ m/s^2. Brzina na kraju prvog vremenskog intervala, u $t = 7$ s iznosi:
$v_1 = v_0 + a_1 \Delta t_1 = 11.5$ m/s. **(1 bod)**
Automobil u prvom vremenskom intervalu prelazi put:
$s_1 = v_0 \Delta t_1 + \frac{1}{2} a_1 (\Delta t_1)^2 = 68.25$ m. **(1 bod)**
U drugom vremenskom intervalu $\Delta t_2 = 5$ s automobil se giba jednoliko brzinom $v_2 = v_1 = 11.5$ m/s te prelazi put:
$s_2 = v_2 \Delta t_2 = 57.5$ m. **(1 bod)**
U trećem vremenskom intervalu $\Delta t_3 = 3$ s automobil se giba jednoliko ubrzano ubrzanjem $a_3 = 1.5$ m/s^2. Brzina na kraju prvog vremenskog intervala, u $t = 15$ s iznosi:
$v_3 = v_2 + a_3 \Delta t_3 = 16$ m/s. **(1 bod)**
Automobil u trećem vremenskom intervalu prelazi put:
$s_3 = v_2 \Delta t_3 + \frac{1}{2} a_3 (\Delta t_3)^2 = 41.25$ m. **(1 bod)**
U četvrtom vremenskom intervalu $\Delta t_4 = 8$ s automobil se giba jednoliko brzinom $v_4 = v_3 = 16$ m/s te prelazi put:
$s_4 = v_4 \Delta t_4 = 128$ m. **(1 bod)**
U petom vremenskom intervalu $\Delta t_5 = 6$ s automobil se giba jednoliko usporeno usporenjem $a_5 = -0.75$ m/s^2. Brzina na kraju petog vremenskog intervala, u $t = 29$ s iznosi:
$v_5 = v_4 + a_5 \Delta t_5 = 11.5$ m/s. **(1 bod)**
Automobil u petom vremenskom intervalu prelazi put:
$s_5 = v_4 \Delta t_5 - \frac{1}{2} a_5 (\Delta t_5)^2 = 82.5$ m. **(1 bod)**
Automobil je prešao ukupni put:
$s = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 = 68.25$ m $+ 57.5$ m $+ 41.25$ m $+ 128$ m $+ 82.5$ m $= 377.5$ m.
Srednja brzina automobila iznosi:
$\bar{v} = \frac{s}{t_{ukupno}} = \frac{377.5 \text{ m}}{29 \text{ s}} = 13$ m/s. **(1 bod)**
$v(t)$ graf prikazan je na slici desno. **(2 boda)**



2. zadatak (10 bodova)

Vlak A od ulaska do izlaska iz tunela prelazi put:
$d + l_A = v_A t_{ukupno}$, **(1 bod)**

gdje je d duljina tunela, l_A duljina vlaka A, $v_A = 36$ km/h $= 10$ m/s brzina vlaka A i t_{ukupno} vrijeme gibanja vlaka A kroz tunel. Slijedi da je:

$t_{ukupno} = \dfrac{d + l_A}{v_B} = \dfrac{554 \text{ m} + 98 \text{ m}}{10 \text{ m/s}} = 65.2$ s. **(1 bod)**

Vlak B se na putu s giba $t_s = 23$ s jednoliko ubrzano ubrzanjem a_B i početnom brzinom $v_{B0} = 11$ m/s. Vrijedi:

$s = v_{B0}t_s + \dfrac{1}{2}(v_{B1} - v_{B0})t_s$, **(1 bod)**

gdje je v_{B1} brzina vlaka B u trenutku ulaska u tunel. Za gibanje vlaka B u tunelu vrijedi:

$d + l_B = v_{B1}(t_{ukupno} - t_s)$, **(1 bod)**

gdje je l_B duljina vlaka B. Slijedi da je brzina v_{B1} jednaka:

$v_{B1} = \dfrac{d + l_B}{t_{ukupno} - t_s} = \dfrac{554 \text{ m} + 79 \text{ m}}{65.2 \text{ s} - 23 \text{ s}} = 15$ m/s. **(1 bod)**

Udaljenost vlaka B od tunela u trenutku ulaska vlaka A u tunel jednaka je:

$s = \dfrac{1}{2}(v_{B1} + v_{B0})t_s = \dfrac{1}{2}(11 \text{ m/s} + 15 \text{ m/s})23 \text{ s} = 299$ m. **(1 bod)**

Ubrzanje vlaka B na putu s jednako je:

$a_B = \dfrac{v_{B1} - v_{B0}}{t_s} = 0.174 \text{ m/s}^2$. **(1 bod)**

Postavimo ishodište koordinatnog sustava u točku ulaska vlaka A u tunel. Uzmimo trenutak ulaska vlaka B u tunel za početni trenutak. Tada vrijedi:

$x_A(t) = v_A(t_s + t)$,

$x_B(t) = d - v_{B1}t$.

U trenutku kada su se vlakovi sreli, njihove koordinate položaja su jednake:

$v_A(t_s + t') = d - v_{B1}t' \;\Rightarrow\; t' = \dfrac{d - v_A t_s}{v_A + v_{B1}} = 12.96$ s. **(1 bod)**

Prema tome, vlakovi će se sresti na udaljenosti

$x_A(t') = v_A(t_s + t') = 359.6$ m od ulaza u tunel vlaka A. **(1 bod)**

Relativna brzina vlaka B u odnosu na referentni sustav, u kojem vlak A miruje, iznosi:

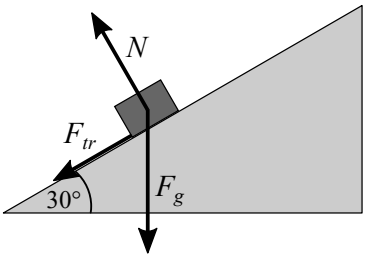
$v_{B,rel} = v_{B1} + v_A = 25$ m/s.

Vrijeme mimoilaženja vlakova jednako je:

$t_m = \dfrac{l_A + l_B}{v_{B,rel}} = \dfrac{98 \text{ m} + 79 \text{ m}}{25 \text{ m/s}} = 7.08$ s. **(1 bod)**

3. zadatak (10 bodova)

Kvadar će se gibati uz kosinu dok se ne zaustavi, a zatim će se gibati niz kosinu. Dijagram sila na kvadar za vrijeme gibanja uz kosinu prikazan je na slici desno. Slijedi da je drugi Newtonov zakon za gibanje kvadra u smjeru paralelno kosini i u smjeru okomito na kosinu oblika:



$ma_1 = \dfrac{1}{2}mg + F_{tr}$, **(1 bod)**

$0 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}mg - N$. **(1 bod)**

Sila trenja jednaka je:

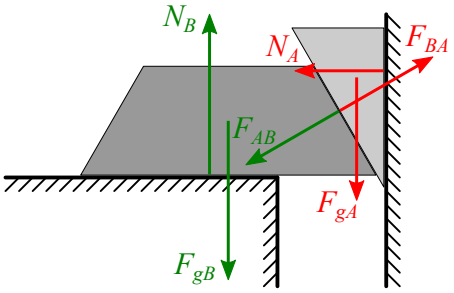
$F_{tr} = \mu N$. **(1 bod)**

Silu reakcije podloge izrazimo pomoću druge jednadžbe i uvrstimo u izraz za silu trenja te dobijemo:

$F_{tr} = \mu\dfrac{\sqrt{3}}{2}mg$.

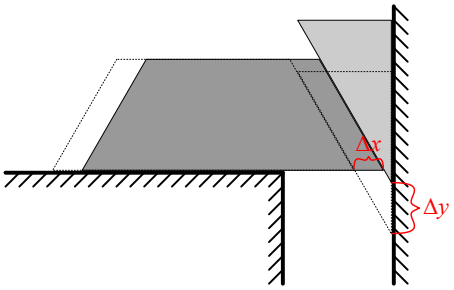
Uvrštavanjem u prvu jednadžbu za ubrzanje kvadra dobijemo:
$a_1 = \frac{1}{2}\left(1+\mu\sqrt{3}\right) g = 6.69\ \mathrm{m/s^2}$. **(1 bod)**
Dakle, kvadar se giba jednoliko usporeno uz kosinu. Vrijeme do zaustavljanja je:
$0 = v_0 - a_1 t_1 \ \Rightarrow\ t_1 = \frac{v_0}{a_1} = \frac{4\ \mathrm{m/s}}{6.69\ \mathrm{m/s^2}} = 0.6\ \mathrm{s}.$
Put koji prijeđe u tom vremenu jednak je:
$s_1 = v_0 t_1 - \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{v_0^2}{2a_1} = 1.2\ \mathrm{m}.$
Tijelo će se nakon zaustavljanja početi gibati jednoliko ubrzano niz kosinu. U ovom slučaju sila trenja djeluje paralelno kosini u smjeru uz kosinu. Slijedi da je drugi Newtonov zakon za smjer paralelan kosini u slučaju gibanja niz kosinu oblika:
$ma_2 = \frac{1}{2} mg - F_{tr}$. **(1 bod)**
Ubrzanje tijela niz kosinu jednako je:
$a_2 = \frac{1}{2}\left(1-\mu\sqrt{3}\right) g = 3.12\ \mathrm{m/s^2}$. **(1 bod)**
Tijelo će ponovo postići početnu brzinu nakon vremena:
$v = v_0 = a_2 t_2 \ \Rightarrow\ t_2 = \frac{v_0}{a_2} = \frac{4\ \mathrm{m/s}}{3.12\ \mathrm{m/s^2}} = 1.28\ \mathrm{s}.$
U ovom vremenu tijelo će prijeći put:
$s_2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 = \frac{v_0^2}{2a_2} = 2.56\ \mathrm{m}.$
Prema tome, tijelo će ponovo postići početnu brzinu nakon
$t = t_1 + t_2 = v_0\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right) = 1.88\ \mathrm{s}$ **(2 boda)**
vremena te u tom vremenu prijeđe ukupan put:
$s = s_1 + s_2 = \frac{v_0^2}{2}\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right) = 3.76\ \mathrm{m}.$ **(2 boda)**

4. zadatak (9 bodova)



Na slici su prikazane sve sile na tijela A i B pri čemu su sile na tijelo A označene crvenom bojom, a sile na tijelo B zelenom bojom **(2 boda)**. Tijelo A će se gibati vertikalno prema dolje ubrzanjem a_A, a tijelo B će se gibati u horizontalnom smjeru ulijevo ubrzanjem a_B. Drugi Newtonov zakon za tijelo A u horizontalnom i vretikalnom smjeru, respektivno, glasi:
$0 = \frac{\sqrt{3}}{2} F_{BA} - N_A,$
$m_A a_A = m_A g - \frac{1}{2} F_{BA}$. **(1 bod)**
Drugi Newtonov zakon za tijelo B u horizontalnom i vretikalnom smjeru, respektivno, glasi:
$m_B a_B = \frac{\sqrt{3}}{2} F_{AB}$, **(1 bod)**
$0 = N_B - m_B g - \frac{1}{2} F_{AB}.$

Prema trećem Newtonovom zakonu sila tijela A na tijelo B F_{AB} jednakog je iznosa sili tijela B na tijelo A F_{BA}, odnosno vrijedi $F_{AB} = F_{BA}$ **(1 bod)**. Tijelo A u vremenskom intervalu Δt pomakne se u vertikanom smjeru za Δy. U istom vremenskom intervalu tijelo B pomakne se u horizontalnom smjeru za Δx. Sa slike se može vidjeti da je omjer pomaka jednak:



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}.$$

Budući da su vremenski intervali u kojima tijela A i B naprave pomake Δy i Δx, respektivno, jednaki, njihova ubrzanja se odnose na isti način. Prema tome, vrijedi:

$$\frac{a_A}{a_B} = \sqrt{3}. \textbf{ (1 bod)}$$

U zadatku je zadan omjer masa tijela A i B $\frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{4}$ iz čega slijedi $m_B = 4m_A$. Iz treće jednadžbe slijedi:

$$F_{AB} = \frac{2}{\sqrt{3}} m_B a_B = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 4m_A \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} a_A = \frac{8}{3} m_A a_A. \textbf{ (1 bod)}$$

Uvrštavanjem u drugu jednadžbu dobije se:

$$m_A a_A = m_A g - \frac{1}{2}\frac{8}{3} m_A a_A,$$

$$\left(1 + \frac{4}{3}\right) a_A = g,$$

$$a_A = \frac{3}{7} g. \textbf{ (1 bod)}$$

Slijedi da je ubrzanje tijela B jednako:

$$a_B = \frac{1}{\sqrt{3}} a_A = \frac{\sqrt{3}}{7} g. \textbf{ (1 bod)}$$

5. zadatak (10 bodova)

Vrijeme od trenutka izbačaja loptica do njihovog sudara jednako je vremenu potrebnom da loptica, koju je bacila Marica, prijeđe njihov međusobni horizontalni razmak:

$$s = v_M t_{ukupno} \;\Rightarrow\; t_{ukupno} = \frac{s}{v_M} = 1 \text{ s}. \textbf{ (1 bod)}$$

U tom će vremenu loptica, koju je bacila Marica, pasti za:

$$h_M = \frac{1}{2} g t_{ukupno}^2 = 5 \text{ m}, \textbf{ (1 bod)}$$

dok se loptica, koju je bacio Ivica, u istom trenutku nalazi na visini:

$$h_I = v_{I0} t_{ukupno} - \frac{1}{2} g t_{ukupno}^2 = 3 \text{ m}$$

u odnosu na svoju početnu visinu. Prema tome, vertikalna udaljenost položaja izbačaja loptica iznosi:

$$\Delta h = h_I + h_M = 8 \text{ m}. \textbf{ (1 bod)}$$

Ovisnost brzine loptice, koju je bacio Ivica, o vremenu je oblika:

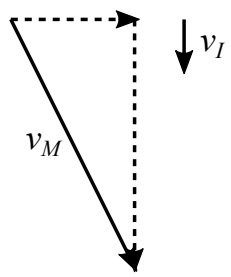
$$v_I(t) = v_{I0} - gt.$$

Uvrštavanjem t_{ukupno} u prethodnu jednadžbu dobije se brzina loptice, koju je bacio Ivica, neposredno prije sudara:

$$v_I(t_{ukupno}) = v_{I0} - g t_{ukupno} = -2 \text{ m/s}. \textbf{ (1 bod)}$$

Dakle, iznos brzine je 2 m/s, a smjer vertikalno prema dolje. Brzina loptice, koju je bacila Marica, neposredno prije sudara ima dvije komponente: komponentu u horizontalnom smjeru iznosa 5 m/s i u vertikalnom smjeru prema dolje iznosa:

$v_{M,vertikalno} = gt_{ukupno} = 10$ m/s.
Ukupna brzina je:
$v_M = \sqrt{5^2 + 10^2}$ m/s $= 11.2$ m/s. **(1 bod)**
Smjerovi brzina loptica neposredno prije sudara prikazani su na slici **(1 bod)**. U slučaju sudara loptica u točki najviše putanje loptice koju je bacio Ivica, najprije treba odrediti položaj sudara. Vrijeme potrebno da loptica, koju je bacio Ivica, dosegne maksimalnu visinu svoje putanje jednako je:



$0 = v_I - gt_{max} \;\Rightarrow\; t_{max} = \dfrac{v_{I0}}{g} = 0.8$ s, **(1 bod)**
a maksimalna visina iznosi:
$h_{max} = \dfrac{1}{2}gt_{max}^2 = 3.2$ m.
Prema tome, loptica, koju je bacila Marica, mora prijeći vertikalnu udaljenost:
$h'_M = 8$ m $- 3.2$ m $= 4.8$ m. **(1 bod)**
Time je određeno vrijeme pada loptice koju je bacila Marica:
$h'_M = \dfrac{1}{2}gt'^2 \;\Rightarrow\; t' = \sqrt{\dfrac{2h'_M}{g}} = 0.98$ s.
Nadalje, brzina kojom Marica treba baciti lopticu u horizontalnom smjeru iznosi:
$v'_M = \dfrac{l}{t'} = 5.1$ m/s. **(1 bod)**
Marica treba baciti lopticu prije Ivice i to za $\Delta t = t' - t_{max} = 0.18$ s. **(1 bod)**