Općinsko natjecanje iz fizike

- srednje škole: IV. grupa -

22.01.2019.

1. Jabuka se nalazi na grani stabla na visini $h = 3\,\mathrm{m}$ od tla. U jednom trenu jabuka počne padati slobodnim padom, uz zanemariv otpor zraka. Nađite vrijeme pada jabuke t za opažača $\mathcal{S}$ koji miruje pored stabla. (Jabuka se giba nerelativistički.) Odredite i vrijeme padanja jabuke t' kako ga mjeri opažač $\mathcal{S}'$ koji se u odnosu na opažača $\mathcal{S}$ giba brzinom $v = 0.9c$ u horizontalnom smjeru. Za koliko bi se zadnji rezultat promijenio kad bi se opažač $\mathcal{S}'$ gibao istom brzinom vertikalno, a ne horizontalno, u odnosu na opažača $\mathcal{S}$?

[10 bodova]

2. Kuglica mase (mirovanja) m naleti brzinom $v = \frac{1}{2}c$ na mirujuću kuglicu dvostruko veće mase. Sudar je neelastičan, tako da se kuglice nastave zajedno gibati. Odredite omjer energije izgubljene u sudaru i ukupne energije koju su kuglice imale prije sudara.

[10 bodova]

3. Na dnu bazena dubokog $h = 2\,\mathrm{m}$ nalazi se mala svjetiljka, koju možemo zamisliti kao točkasti izvor svjetlosti. Kada je svjetiljka upaljena, na površini vode se pojavi svijetli krug. Odredite polumjer r tog kruga. Ako se na površinu vode nadolije sloj ulja visine $h' = 10\,\mathrm{cm}$, za koliko će se promijeniti polumjer svijetlog kruga? Indeks loma vode je $n_\mathrm{v} = 1.33$, dok je indeks loma ulja $n_\mathrm{u} = 1.46$.

[10 bodova]

4. Nepolarizirana zraka svjetlosti upada iz vakuuma pod određenim kutom na optičko sredstvo indeksa loma n. Odredite n, ako je poznato da se reflektirana zraka potpuno polarizira, a lomljena zraka otkloni za kut $\delta = 10°$ u odnosu na upadnu zraku.

[10 bodova]

5. Kad svjetlost valne duljine λ upada okomito na optičku rešetku konstante d, maksimum prvog reda se opazi na kutu $\theta_1 = 18°$. Nađite položaje svih vidljivih difrakcijskih maksimuma ako istu rešetku obasjamo svjetlošću valne duljine $\lambda' = \frac{2}{3}\lambda$.

[10 bodova]

Vrijednosti fizikalnih konstanti:

- brzina svjetlosti: $c = 3 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$;
- ubrzanje sile teže: $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$.

VAŽNO: Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule). Za pisanje, koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Općinsko natjecanje iz fizike - rješenja

- srednje škole: IV. grupa -

22.01.2019.

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Za promatrača $\mathcal{S}$ jabuka pada nerelativistički, dakle slobodnim padom. [1 bod]

   Prema tome, vrijeme t je dano formulom

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad [1 \text{ bod}]$$

$$= 0.78\,\text{s}. \qquad [1 \text{ bod}]$$

   Da bismo odredili vrijeme t', označimo trenutak kad jabuka počne padati kao događaj 1. Njegova vremenska koordinata je $t_1 = 0$, a prostorne koordinate su $x_1 = 0$ i $y_1 = h$, gdje x predstavlja horizontalnu koordinatu, a y vertikalnu. Slično, događaj 2, kad jabuka padne ima koordinate $t_2 = t$, $x_2 = 0$, $y_2 = 0$. [1 bod]

   Koristeći formulu za Lorentzovu transformaciju vremena, lako je odrediti t'. U slučaju kad se $\mathcal{S}'$ giba u horizontalnom smjeru imamo

$$t' = t'_2 - t'_1 = \gamma \left[(t_2 - t_1) \pm \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1) \right], \qquad [1 \text{ bod}]$$

   gdje je $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} = 10/\sqrt{19}$ Lorentzov faktor, a predznak $\pm$ ovisi giba li se $\mathcal{S}'$ udesno ili ulijevo. Budući da je $x_1 = x_2$, gornji izraz se pojednostavi na

$$t' = \gamma t = 10\sqrt{\frac{2h}{19g}} \qquad [1 \text{ bod}]$$

$$= 1.79\,\text{s}. \qquad [1 \text{ bod}]$$

   U slučaju vertikalnog gibanja, u formuli za Lorentzovu transformaciju moramo x koordinate zamijeniti y koordinatama. Budući da je $y_2 - y_1 = h \neq 0$, mjereno vrijeme ovisi o tome giba li se $\mathcal{S}'$ prema gore ili dolje. [1 bod]

   Razlika u mjerenom vremenu u odnosu na horizontalno gibanje je

$$\delta t' = \pm\gamma \frac{vh}{c^2} = \pm\frac{9h}{19c} \qquad [1 \text{ bod}]$$

$$= \pm 2.06 \times 10^{-8}\,\text{s}, \qquad [1 \text{ bod}]$$

   gdje „+" predznak odgovara gibanju prema gore, a „−" predznak gibanju prema dolje.

2. Početna količina gibanja sustava je

$$p_1 = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{mc}{\sqrt{3}}, \qquad \text{[2 BODA]}$$

dok je početna energija

$$E_1 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + 2mc^2 = \frac{2}{\sqrt{3}}(1+\sqrt{3})mc^2. \qquad \text{[2 BODA]}$$

U sudaru je nužno očuvana količina gibanja, pa nakon sudara vrijedi

$$p_2 = p_1. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Budući da je sudar savršeno neelastičan, nakon sudara tijelo ima masu $3m$ i njegova je energija

$$E_2 = \sqrt{(3mc^2)^2 + (p_2c)^2} = 2\sqrt{\frac{7}{3}}mc^2. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Prema tome, dio početne energije koji je izgubljen u sudaru je

$$\eta = \frac{E_1 - E_2}{E_1} = 1 - \frac{\sqrt{7}}{1+\sqrt{3}} = 0.03. \qquad \text{[2 BODA]}$$

3. Svijetli krug na površini vode je slika svjetiljke sa dna bazena. Polumjer kruga je određen totalnom refleksijom. Za kutove veće od graničnog, svjetlost se na površini vode totalno reflektira i ne izlazi van. [2 BODA]

Prema tome, ako je α granični kut za totalnu refleksiju u vodi, onda iz geometrije slijedi

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{r}{h}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

S druge strane, kut totalne refleksije je određen Snellovim zakonom

$$\sin\alpha = \frac{1}{n_\mathrm{v}}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

Kombiniranjem ovih jednadžbi imamo

$$r = \frac{h}{\sqrt{n_\mathrm{v}^2 - 1}} \qquad \text{[1 BOD]}$$

$$= 2.28\,\mathrm{m}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

Ako na vodu nadolijemo sloj ulja, tada će granična zraka u ulju zatvarati kut β s okomicom, gdje prema Snellovom zakonu vrijedi

$$n_\mathrm{u}\sin\beta = n_\mathrm{v}\sin\alpha = 1. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Odavde vidimo da će se dolijevanjem ulja svijetlom krugu proširiti polumjer za

$$\delta r = h'\operatorname{tg}\beta = \frac{h'}{\sqrt{n_\mathrm{u}^2 - 1}} \qquad \text{[1 BOD]}$$

$$= 9.40\,\mathrm{cm}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

4. Ako svjetlost upada pod kutom α, a lomi se pod kutom β, tada iz uvjeta zadatka vrijedi

$$\alpha - \beta = \delta \qquad \text{[2 BODA]}$$

Nadalje, iz činjenice da je reflektirana zraka u potpunosti polarizirana, zaključujemo da kut upada odgovara Brewsterovom kutu te da mora vrijediti

$$\operatorname{tg} \alpha = n. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Sada možemo gornje jednakosti uvrstiti u Snellov zakon

$$\sin \alpha = n \sin \beta \qquad \text{[2 BODA]}$$

i dobiti jednadžbu

$$n = n(n \cos \delta - \sin \delta). \qquad \text{[2 BODA]}$$

Rješenje ove jednadžbe je

$$n = \frac{1 + \sin \delta}{\cos \delta} \qquad \text{[1 BOD]}$$

$$= 1.19. \qquad \text{[1 BOD]}$$

5. Maksimumi difrakcije na optičkoj rešetci se javljaju pod kutovima koji zadovoljavaju jednadžbu

$$d \sin \theta_k = k\lambda, \qquad \text{[2 BODA]}$$

pa iz podataka danih u zadatku možemo odrediti omjer λ/d

$$\frac{\lambda}{d} = \sin \theta_1. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Ako rešetku obasjamo svjetlošću valne duljine $\lambda' = \frac{2}{3}\lambda$, difrakcijski maksimumi će biti vidljivi pod kutovima

$$\sin \theta'_k = k\frac{\lambda'}{d} = \frac{2}{3}k \sin \theta_1. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Odavde lako nađemo

$$\theta'_1 = 11.89^\circ,\ \theta'_2 = 24.33^\circ,\ \theta'_3 = 38.17^\circ,\ \theta'_4 = 55.49^\circ. \qquad \text{[4 BODA]}$$