Državno natjecanje iz fizike 2018/2019
Poreč, 10.-13. travnja 2019.
Srednje škole – 1. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijte imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. **Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

1. zadatak (17 bodova)

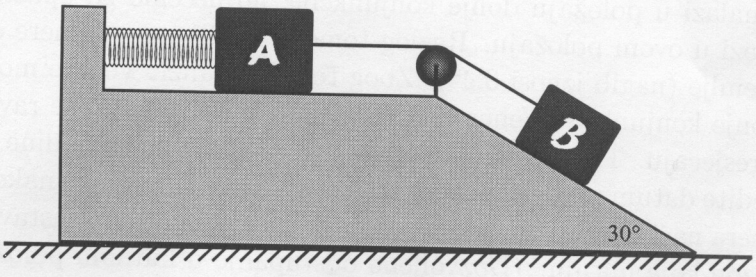
Riba pliva nizvodno rijekom stalnom brzinom 17.6 km/h u odnosu na vodu tik ispod površine vode. Rijeka teče brzinom 4 km/h. Ptica leti stalnom brzinom tako da smjer njezine brzine zatvara kut 60° s horizontalom. Riba i ptica gibaju se jedna prema drugoj i to u istoj vertikalnoj ravnini. Ako je početna udaljenost ribe i ptice 42 m, ptica će nakon 3 s gibanja uloviti ribu. Nakon što je ulovila ribu, ptica se s ribom uzdiže iznad rijeke brzinom jednakog iznosa, dok smjer brzine zatvara pravi kut s pravcem kojim se riba spuštala do rijeke. Nakon 2 s gibanja riba ispušta pticu.

a) Izračunajte brzinu ptice.
b) Izračunajte maksimalnu visinu ribe.
c) Izračunajte položaj pada ribe u rijeku (u odnosu na njezin početni položaj).
d) Skicirajte putanje ribe i ptice te izračunajte udaljenost ribe i ptice u trenutku pada ribe u rijeku.

Uzmite da je gravitacijsko ubrzanje $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

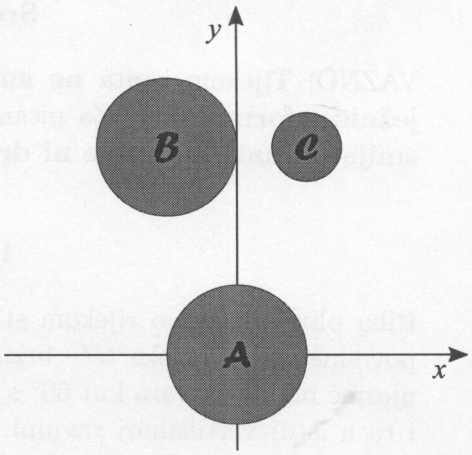
2. zadatak (17 bodova)

Platforma miruje na horizontalnoj podlozi. Na platformu postavimo tijela A i B, koja su međusobno povezana nerastezljivim užetom zanemarive mase preko koloture zanemarive mase, a tijelo A povezano je i s platformom preko opruge. Mase tijela A i B odnose se kao $m_A : m_B = 1 : 2$. Koeficijent trenje između tijela A i B i platforme je $\mu = 0.2$. Na početku sustav pridržavamo u položaju u kojem je opruga nerastegnuta te ga zatim pustimo da se giba. Tijela A i B se bigaju u odnosu na platformu, a platforma miruje na horizontalnoj podlozi. U trenutku u kojem je opruga rastegnuta za 10% u odnosu na nerastegnutu duljinu, ubrzanje tijela A i B u odnosu na platformu iznosi $0.1g$. Platforma uslijed djelovanja vanjske sile počinje ubrzavati stalnim ubrzanjem a u odnosu na horizontalnu podlogu. U trenutku u kojem je duljina opruga za 40% veća u odnosu na nerastegnutu duljinu, ubrzanje tijela A i B u odnosu na platformu jednako je nuli. Izračunajte iznos i smjer ubrzanja platforme a. Trenje između platforme i horizontalne podloge je zanemarivo, kao i trenje između užeta i koloture.



3. zadatak (18 bodova)

Tri novčića međusobno različitih gustoća nalaze se na horizontalnoj podlozi po kojoj se mogu gibati bez trenja. Polumjer novčića A i B je $2a$, a novčića C a. Položaj sva tri novčića u početnom trenutku prikazan je na slici: središte novčića A nalazi se u ishodištu koordinatnog sustava, središte novčića B nalazi se na koordinati $(-2a, 6a)$ i središte novčica C nalazi se na koordinati $(2a, 6a)$. U početnom trenutku novčić A giba se brzinom v_A u pozitivnom smjeru osi y, a novčići B i C miruju. Nakon svih sudara novčić A miruje, a novčić C se giba brzinom 10 cm/s. Masa novčića C iznosi 5 g. Sudari novčića su savršeno elastični. Rub svakog novčića je savršeno gladak tako da prilikom sudara ne dolazi do rotacije novčića oko svoje osi.



Izračunajte:

a) brzinu novčića A prije sudara v_A,

b) iznos i smjer brzine novčića B nakon sudara i smjer brzine novčića C nakon sudara,

d) mase novčića A i B.

4. zadatak (18 bodova)

Promotrimo gibanje Zemlje i Venere oko Sunca. Pretpostavimo da se planeti gibaju po kružnim putanjama. Polumjer kružne putanje Venere oko Sunca iznosi 108 208 000 km. Period gibanja Zemlje oko Sunca jednak je 365.26 dana. Masa Sunca iznosi $1.989 \cdot 10^{30}$ kg, a gravitacijska konstanta je $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \mathrm{m}^3/\mathrm{kgs}^2$.

a) Izračunajte period gibanja Venere oko Sunca.

Vrijeme potrebno da planet obiđe jednom oko Sunca naziva se još i siderički period. Sinodički period nekog planeta je vrijeme potrebno da planet dođe u isti položaj u odnosu na Zemlju. Sinodički period Venere možemo najlakše odrediti, ako za početni položaj uzmemo položaj donje konjunkcije Venere. U položaju donje konjunkcije Venera se nalazi na pravcu između Zemlje i Sunca i to između njih.

b) Izračunajte koliko će punih krugova oko Sunca napraviti Zemlja, a koliko Venera između dvije uzastopne donje konjunkcije Venere.

c) Izračunajte sinodički period Venere, odnosno vrijeme između dviju uzastopne donje konjunkcije Venere.

Prolazak planeta ispred Sunčeve ploče naziva se tranzit. Tranzit Venere opaža se kad se Venera nalazi u položaju donje konjunkcije, no nećemo ga opaziti svaki put kada se Venera nalazi u ovom položaju. Razlog tome je nagib staze Venere oko Sunca u odnosu na stazu Zemlje (nagib iznosi 3.4°). Zbog toga se tranzit Venere može opaziti samo kad je točka donje konjunkcije Venere istovremeno i točka u kojoj se ravnine gibanja Zemlje i Venere presjecaju. Tranzit Venere opažen je 8. lipnja 2004. godine.

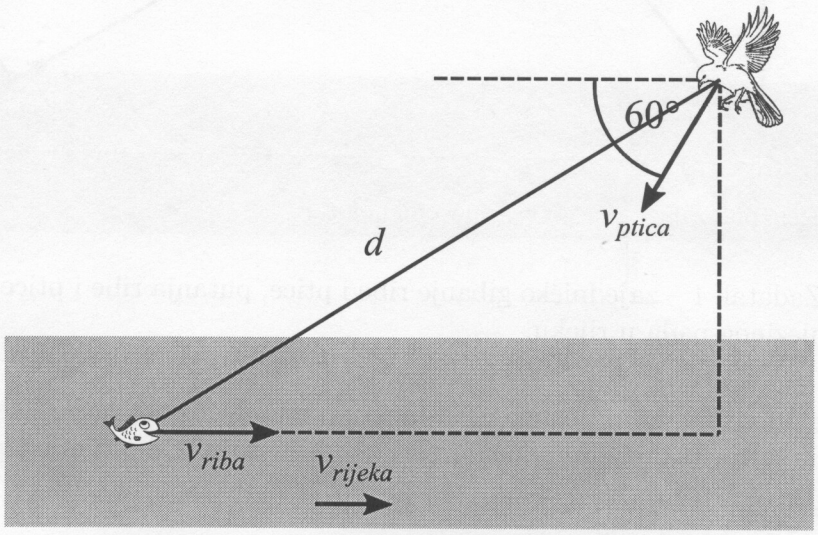
d) Odredite datum prvog sljedećeg tranzita Venere tj. vrijeme nakon kojeg će se Zemlja i Venera naći u približno istom položaju u koordonatnom sustavu vezanom za daleke zvijezde koje miruju. (Dozvoljeno odstupanje u kutnom položaju Zemlje i Venere je $\leq 3°$.)

Državno natjecanje iz fizike 2018/2019
Poreč, 10.-13. travnja 2019.
Srednje škole – 1. skupina

Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (17 bodova)

Položaj ribe i ptice u početnom trenutku, kao i smjer njihove brzine prikazani su na slici 1.



Slika 1: Zadatak 1 – početni položaji i brzine ribe i ptice.

Sa skice se može vidjeti da vrijedi:

$d^2 = \left((v_{riba} + v_{rijeka})\, t_1 + \frac{1}{2} v_{ptica} t_1\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} v_{ptica} t_1\right)^2$ **(2 boda)**

$\frac{d^2}{t_1^2} = (v_{riba} + v_{rijeka})^2 + v_{ptica}\,(v_{riba} + v_{rijeka}) + \frac{1}{4} v_{ptica}^2 + \frac{3}{4} v_{ptica}^2$

$\frac{d^2}{t_1^2} = (v_{riba} + v_{rijeka})^2 + v_{ptica}\,(v_{riba} + v_{rijeka}) + v_{ptica}^2$

Uvrstimo brojeve: $d = 42$ m, $t_1 = 3$ s, $v_{riba} + v_{rijeka} = (17.6 + 4) \cdot \frac{1000}{3600}$ m/s $= 6$ m/s:

$196 = 36 + 6 v_{ptica} + v_{ptica}^2$

$v_{ptica}^2 + 6 v_{ptica} - 160 = 0$

$(v_{ptica} - 10)\,(v_{ptica} + 16) = 0$ **(2 boda)**

Slijedi da je brzina ptice $v_{ptice} = 10$ m/s. **(1 bod)**

Početni položaj uzdizanja ptice s ribom te smjer njezine brzine prikazani su na slici 2.

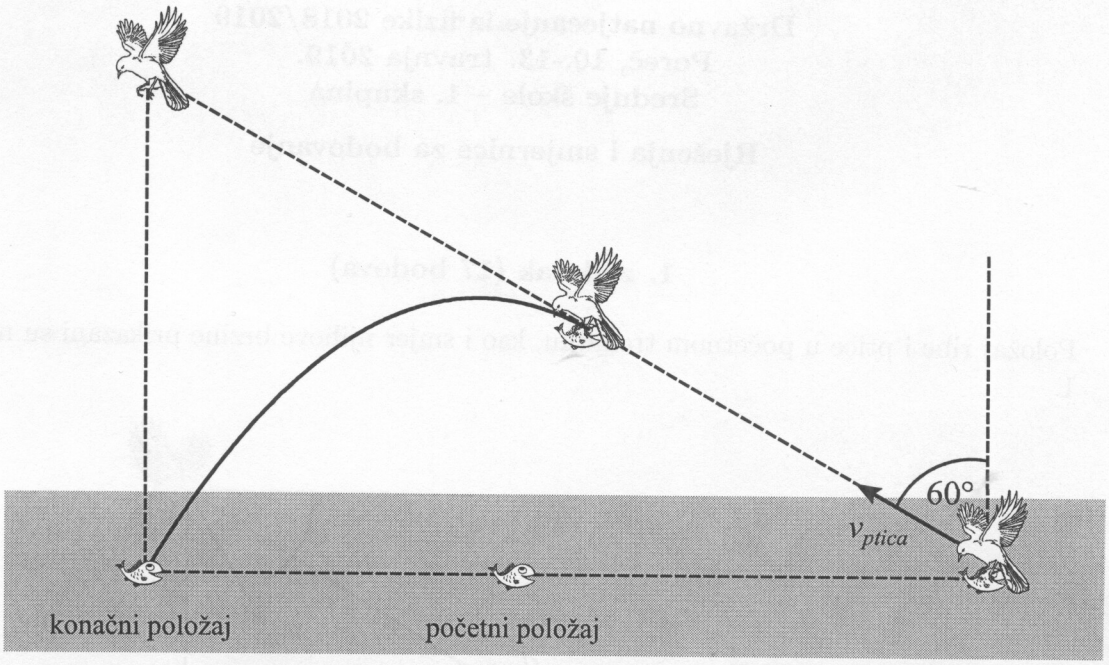
Ptica će se za $t_2 = 2$ s popesti na visinu:

$y_2 = \frac{1}{2} v_{ptica} t_2 = 10$ m **(1 bod)**

U trenutku ispuštanja riba ima početnu brzinu iznosa $v_0 = v_{ptica}$ u smjeru 30° u odnosu na horizontalu. Za gibanje ribe vrijede sljedeće jednadžbe:

$y(t) = y_2 + \frac{1}{2} v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ **(1 bod)**

$x(t) = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 t$ **(1 bod)**



Slika 2: Zadatak 1 – zajedničko gibanje ribe i ptice, putanja ribe i ptice nakon ispuštanja ribe do njezinog pada u rijeku.

Maksimalnu visinu, koju postiže riba, možemo odrediti iz sljedeće relacije gdje smo uzeli u obzir da je vertikalna komponenta brzine u najvišoj točki putanje jednaka nuli:

$\left(\frac{1}{2}v_0\right)^2 = 2gy_3 \Rightarrow y_3 = \frac{v_0^2}{8g} = 1.25$ m **(1 bod)**

$y_{max} = y_2 + y_3 = 11.25$ m **(1 bod)**

U trenutku pada ribe u rijeku vrijedi:

$y(t_4) = 0 = y_2 + \frac{1}{2}v_0 t_4 - \frac{1}{2}gt_4^2$

$0 = 10 + 5t_4 - 5t_4^2$

$t_4^2 - t_4 - 2 = 0$

$(t_4 - 2)(t_4 + 1) = 0$ **(1 bod)**

Prihvatljivo rješenje za vrijeme pada ribe u rijeku je $t_4 = 2$ s nakon što ju je riba ispustila. **(1 bod)**

Udaljenost točke pada ribe u vodu od početne točke jednaka je:

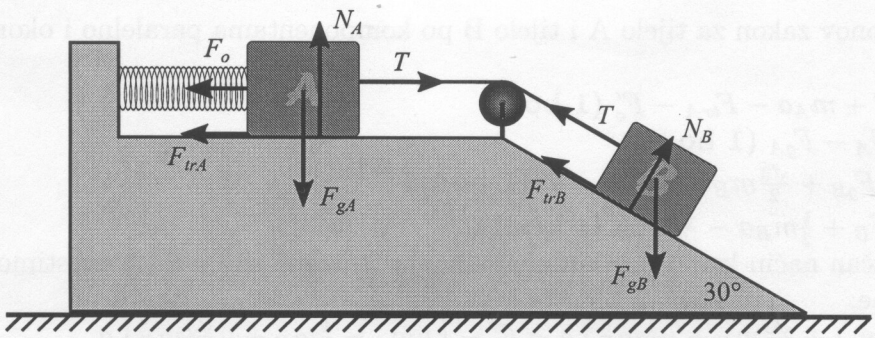
$(v_{riba} + v_{rijeka})\, t_1 - \frac{\sqrt{3}}{2}v_{ptica}\,(t_2 + t_4) = 6$ m/s $\cdot$ 3 s $- \frac{\sqrt{3}}{2}10$ m/s $\cdot$ 4 s $= -16.6$ m, odnosno 16.6 m lijevo od početnog položaja **(2 boda)**. Riba i ptica se u horizontalnom smjeru gibaju jednakom brzinom pa prelaze i jednaku horizontalnu udaljenost. U trenutku pada ribe u rijeku njhova udaljenost jednaka je:

$\frac{1}{2}v_{ptica}\,(t_2 + t_4) = 20$ m. **(1 bod)**

Putanje ribe i ptice prikazane su na slici: **(2 boda)**.

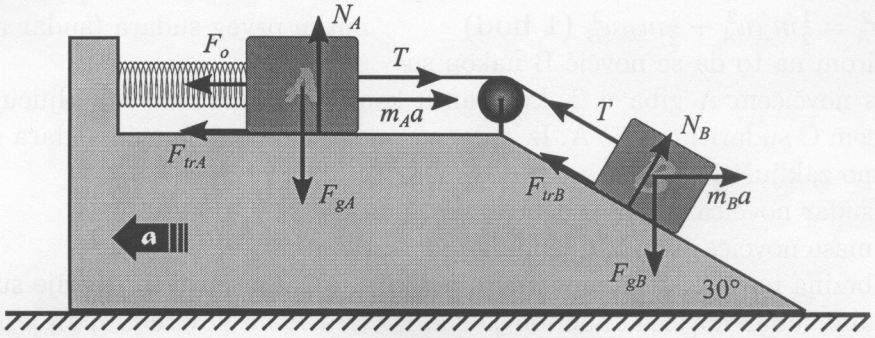
2. zadatak (17 bodova)

Tijelo B gibat će se niz kosinu zbog čega će se tijelo A gibati prema desno. Sile na tijela A i B za vrijeme njihovog gibanja prikazane su na slici 3. Ubrzanje tijela A i B a' se mijenja za vrijeme gibanja jer se mijenja iznos sile opruge. Možemo napisati 2. Newtonov zakon za tijelo A i tijelo B po komponentama paralelno i okomito na podlogu:



Slika 3: Zadatak 2 – sile na tijelo A i B dok platforma miruje na horizontalnoj podlozi.

$m_A a' = T - F_{trA} - F_o$ **(1 bod)**
$0 = N_A - F_{gA}$ **(1 bod)**
$m_B a' = \frac{1}{2} F_{gB} - F_{trB} - T$ **(1 bod)**
$0 = N_B - \frac{\sqrt{3}}{2} F_{gB}$ **(1 bod)**
Sila trenja jednaka je umnošku koeficijenta trenja i sile podloge na tijelo pa slijedi:
$F_{trA} = \mu N_A = \mu F_{gA}$ **(1 bod)**
$F_{trB} = \mu N_B = \mu \frac{\sqrt{3}}{2} F_{gB}$ **(1 bod)**
Uvrštavanjem izraza za sile trenja u prvu i treću jednadžbu i njihovim zbrajanjem dobije se:
$F_o = \left(\frac{1}{2} m_B - \mu \left(m_A + \frac{\sqrt{3}}{2} m_B\right)\right) g - (m_A + m_B)\, a'$
Sila opruge je:
$F_o = k\,(l - l_0) = k\,(1.1 l_0 - l_0) = 0.1 k l_0$. **(1 bod)**
Uvrštavanjem omjera masa $m_B = 2m_A$, ubrzanja tijela $a' = 0.1g$, izraza za silu opruge i koeficijenta trenja $\mu = 0.2$ dobije se:
$0.2 k l_0 = \left(1 - 0.3\left(1 + \sqrt{3}\right)\right) m_A g$
$k = \left(5 - 2\sqrt{3}\right) \frac{m_A g}{l_0}$ **(1 bod)**
Kada platforma ubrzava, na tijela A i B djeluje inercijalna sila u smjeru suprotnom od ubrzanja platforma. Iz uvjeta zadatka da će se opruga dodatno produljiti zaključujemo da inercijalna sila na tijela A i B djeluje prema desno što znači da je ubrzanje platforme prema lijevo **(1 bod)**. U ovom slučaju sve sile na tijela A i B u sustavu platforme prikazane su na slici 4.



Slika 4: Zadatak 2 – sile na tijelo A i B dok platforma ubrzava prema lijevo. Sile su prikazane u sustavu platforme.

U trenutku u kojem je ubrzanje tijela A i B u odnosu na platformu jednako nuli, 2.

Newtonov zakon za tijelo A i tijelo B po komponentama paralelno i okomito na podlogu glasi:

$0 = T + m_A a - F_{trA} - F_o'$ **(1 bod)**

$0 = N_A - F_{gA}$ **(1 bod)**

$0 = \frac{1}{2}F_{gB} + \frac{\sqrt{3}}{2}m_B a - F_{trB} - T$ **(1 bod)**

$0 = N_B + \frac{1}{2}m_B a - \frac{\sqrt{3}}{2}F_{gB}$ **(1 bod)**

Na sličan način kao u prethodnom slučaju izrazimo sile trenja, uvrstimo i zbrojimo jednadžbe:

$$0 = \left(m_A + \frac{\sqrt{3}}{2}m_B + \mu\frac{1}{2}m_B\right)a - F_o' - \left(\mu m_A - \frac{1}{2}m_B + \mu\frac{\sqrt{3}}{2}m_B\right)g$$

Sila opruge je u ovom slučaju $F_o' = k\left(l' - l_0\right) = 0.4kl_0$. Uvrštavanjem poznatih vrijednosti dobije se:

$$\left(1.2 + \sqrt{3}\right)m_A a = 0.4l_0\left(5 - 2\sqrt{3}\right)\frac{m_A g}{l_0} + \left(0.2\sqrt{3} - 0.8\right)m_A g$$

$$a = \frac{1.2 - 0.6\sqrt{3}}{1.2 + \sqrt{3}}g = 0.055g = 0.54\ \mathrm{m/s^2}$$ **(4 boda)**

3. zadatak (18 bodova)

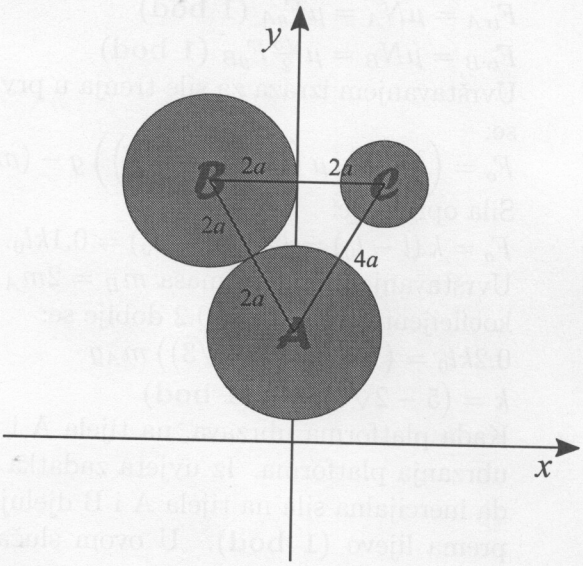
Novčić A najprije će se sudariti s novčićem B. Njihovi položaji u trenutku sudara prikazani su na slici 5. Sila novčića A na novčić B djeluje okomito na tangentu u točki njihova dodira te će stoga brzina novčića B nakon sudara u_B imati isti smjer. Iz pravokutnog trokuta prikazanog na slici hipotenuze $4a$ i jedne katete $2a$ zaključujemo da je kut između smjera djelovanja sile i pozitivnog smjera osi y $30°$ **(1 bod)**. Zakon očuvanja količine gibanja za sudar novčića A i B možemo napisati po komponentama u koordinatnom sustavu:

$0 = m_A u_{Ax} - m_B\frac{1}{2}u_B$ **(1 bod)**

$m_A v_A = m_A u_{Ay} + m_B\frac{\sqrt{3}}{2}u_B$ **(1 bod)**

Zakon očuvanja energije za ovaj sudar glasi:

$\frac{1}{2}m_A v_A^2 = \frac{1}{2}m_A u_A^2 + \frac{1}{2}m_B u_B^2$ **(1 bod)**



Slika 5: Zadatak 3 – položaji novčića u trenutku prvog sudara (sudar novčića A i B).

S obzirom na to da se novčić B nakon sudara s novčićem A giba u 2. kvadrantu koordinatnog sustava zaključujemo da će se s novčićem C sudariti novčić A. Iz zadanog podatka da nakon svih sudara novčić A miruje, možemo zaključiti sljedeće:

- sudar novčića A i C je centralan, **(1 bod)**
- mase novčića A i C su jednake, **(1 bod)**
- brzina novčića C nakon sudara jednaka je brzini novčića A prije sudara. **(1 bod)**

Centralni sudar novčića znači da je sila novčića A na novčić C u smjeru brzine novčića A prije sudara. U suprotnom, slično kao u sudaru novčića A i B, smjer brzine novčića C nakon sudara bila bi u smjeru okomitom na tangentu u točki njihova dodira, odnosno pod određenim kutem u odnosu na brzinu novčića A prije sudara. Prethodno bi zbog zakona očuvanja količine gibanja nužno značilo da bi novčić A nakon sudara imao komponentu brzine okomitu na smjer brzine prije sudara. No, budući da je zadano da novčić A nakon

sudara miruje, zaključujemo da je sudar novčića A i C centralan **(2 boda)**. Dalje možemo analizirati centralni elastični sudar novčića A i C gdje su brzine novčića prije sudara: u_A i $u_C = 0$, a nakon sudara: u'_A i u'_C. Zakoni očuvanja količine gibanja i energije su kako slijedi (gibanje novčića prije i nakon sudara je duž osi paralelne smjeru brzine u_A):

$m_A u_A = m_A u'_A + m_C u'_C$

$\frac{1}{2} m_A u_A^2 = \frac{1}{2} m_A u_A'^2 + \frac{1}{2} m_C u_C'^2$

Iz zakona očuvanja količine gibanja izrazimo u_A:

$u_A = u'_A + \frac{m_C}{m_A} u'_C$,

uvrstimo u zakon očuvanja energije i sredimo pa dobijemo jednadžbu:

$u'_C \left(\left(1 - \frac{m_C}{m_A} \right) u'_C - 2u'_A \right) = 0$

Rješenje $u'_C = 0$ i $u'_A = u_A$ odbacujemo jer ne odgovara uvjetima ovog sudara. Iz drugog rješenja za brzine novčića A i C nakon sudara slijedi:

$u'_A = \dfrac{m_A - m_C}{m_A + m_C} u_A$, $u'_C = \dfrac{2m_A}{m_A + m_C} u_A$

Iz zahtjeva zadatka da je $u'_A = 0$ slijedi $m_A = m_C = 5$ g, a nadalje za brzinu novčića A prije sudara s novčićem C slijedi $u_A = u'_C = 10$ cm/s. **(4 boda)**

Ako je sudar novčića A i C centralan, to znači da se novčić A prije sudara s novčićem C, a nakon sudara s novčićem B gibao duž spojnice središta novčića A i C. Iz slike možemo vidjeti da iz toga slijedi da brzina novčića A nakon sudara s novčićem B zatvara kut od 30° s pozitivnim smjerom osi y, odnosno da je $u_{Ax} = \frac{1}{2} u_A$ i $u_{Ay} = \frac{\sqrt{3}}{2} u_A$ **(1 bod)**. Prethodno uvrstimo u zakon očuvanja količine gibanja za sudar novčića A i B pa dobijemo:

$0 = m_A \frac{1}{2} u_A - m_B \frac{1}{2} u_B$

$m_A v_A = m_A \frac{\sqrt{3}}{2} u_A + m_B \frac{\sqrt{3}}{2} u_B$

Iz prve jednadžbe slijedi $m_A u_A = m_B u_B$. Uvrštavanjem u drugu dobijemo:

$v_A = \sqrt{3} u_A = \sqrt{3} u'_C = 17.3$ cm/s **(1 bod)**

Uvrštavanjem prethodnih izraza u zakon očuvanja energije dobije se omjer masa novčića:

$\dfrac{m_A}{m_B} = 2$ **(1 bod)**

Pa je prema tome masa novčića B $m_B = \frac{1}{2} m_A = 2.5$ g **(1 bod)**.

Nadalje za brzinu novčića B nakon sudara slijedi:

$u_B = \frac{m_A}{m_B} u_A = 2u_A = 20$ cm/s **(1 bod)**.

4. zadatak (18 bodova)

Venera se giba oko Sunca po kružnoj putanju radi djelovanja gravitacijske sile te stoga 2. Newtonov zakon glasi:

$m_{Venera} \dfrac{v^2}{r} = G \dfrac{m_{Venera} m_{Sunce}}{r^2}$, **(2 boda)**

gdje je v orbitalna brzina Venere, a r polumjer kružne putanje Venere oko Sunca. Brzina v nadalje je jednaka:

$v = \dfrac{2r\pi}{T_{Venera}}$. **(1 bod)**

Uvrštavanjem prethodnog u 2. Newtonov zakon dobijemo:

$\dfrac{4r\pi^2}{T_{Venera}^2} = G \dfrac{m_{Sunce}}{r^2} \Rightarrow T_{Venera} = \sqrt{\dfrac{4\pi^2 r^3}{G m_{Sunce}}} = 224.7$ dana **(2 boda)**

Uzmimo da se u početnom trenutku $t = 0$ Venera nalazi u položaju donje konjunkcije na kutu 0°. Smjer rotacije Zemlje i Venere oko Sunca prikazan je na slici 6. Uspoređujući sideričke periode Venere i Zemlje zaključujemo da se Venera giba brže od Zemlje. Za vrijeme jednog sideričkog perioda Venere Zemlja će se pomaknuti za kut:

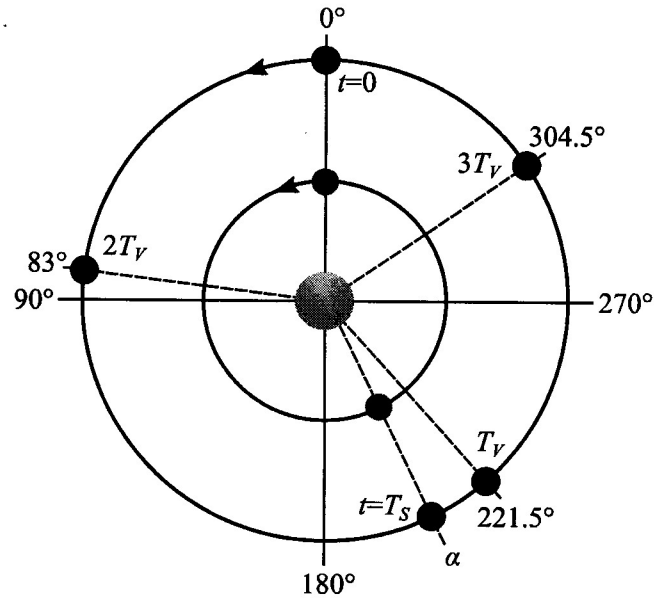
$\Delta\phi = \frac{360°}{T_{Zemlja}} T_{Venera} = 221.5°$ **(1 bod)**

U vremenu sljedećeg sideričkog perioda Venere, odnosno u trenutku $t = 2T_{Venera}$ Zemlja će se dodatno zakrenuti za $\Delta\phi$ te će biti na kutu:

$2 \cdot 221.5° - 360° = 83°$ **(1 bod)**

U trenutku $t = 3T_{Venera}$ Zemlja je na položaju:

$3 \cdot 221.5° - 360° = 304.5°$ **(1 bod)**



Slika 6: Zadatak 4

Sa slike možemo vidjeti da nakon vremena T_{Venera} Zemlja još nije napravila puni krug oko Sunca. U trenutku $2T_{Venera}$ Zemlja je napravila jedan puni krug i nalazi se na 83°. Također možemo vidjeti da Venera između T_{Venera} i $2T_{Venera}$ sustiže Zemlju te da se razlika kuta između Venere i Zemlje smanjila. U trenutku $3T_{Venera}$ vidimo da je Venera prestigla Zemlju što znači da se donja konjunkcija Venere dogodila u trenutku T_S koji je između $2T_{Venera}$ i $3T_{Venera}$. Dakle, Venera će između dva položaja donje konjunkcije napraviti dva puna kruga oko Sunca, a Zemlja jedan **(1 bod)**. Na slici su također prikazani položaji dvije uzastopne donje konjunkcije Venere pri čemu se Zemlja i Venera u drugoj konjunkciji nalaze na kutu α. Vrijedi:

$\alpha = \frac{360°}{T_{Zemlja}} (T_S - T_{Zemlja})$ **(1 bod)**

$\alpha = \frac{360°}{T_{Venera}} (T_S - 2T_{Venera})$ **(1 bod)**

Izjednačimo prethodne dvije jednadžbe:

$$\frac{360°}{T_{Zemlja}} (T_S - T_{Zemlja}) = \frac{360°}{T_{Venera}} (T_S - 2T_{Venera})$$

Sređivanjem za sinodički period Venere T_S dobijemo:

$$T_S = \frac{T_{Zemlja} T_{Venera}}{T_{Zemlja} - T_{Venera}} = \frac{1}{\frac{1}{T_{Venera}} - \frac{1}{T_{Zemlja}}} = 583.9 \text{ dana}$$ **(2 boda)**

Uvjet za opažanje sljedećeg Venerinog tranzita je da se Venera nalazi u donjoj konjunkciji i to na istom položaju u odnosu na daleke zvijezde kao 8. lipnja 2004. Prethodno smo odredili da se nakon svakog sideričkog perioda Zemlja i Venera zakrenu za kut α. Slijedi da traženi uvjet možemo zapisati kao $n\alpha \approx m360°$, gdje su n i m prirodni brojevi **(2 boda)**. Najprije izračunamo kut α:

$\alpha = 360° \frac{2T_{Venera} - T_{Zemlja}}{T_{Zemlja} - T_{Venera}} = 215.5°$ **(1 bod)**

Uvrštavanjem prirodnih brojeva dobivamo da je $5 \cdot 215.5° \approx 3 \cdot 360°$ **(1 bod)** što znači da se sljedeći Venerin tranzit dogodio 5 sideričkih perioda Venere nakon 8. lipnja 2004., odnosno nakon $5 \cdot 583.9$ dana $= 2919.5$ dana ≈ 8 godina **(1 bod)**.

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
Poreč, 10. - 13. travnja 2019.

srednje škole - 1. skupina

EKSPERIMENTALNI ZADATAK
(30 bodova)

Pribor: Papir A3 format, ravnalo, novčić od 2 kn, novčić od 20 lipa, selotejp

Zadatak: Sudari novčića

1. Mjerenje

Postavit novčiće na papir na nekoj udaljenosti jednog od drugog. Novčićem od 2 kune gađate novčić od 20 lipa. Sudar mora biti centralan tako da se nakon sudara novčići gibaju po istom pravcu. Neka pismo novčića bude prema gore, a glava prema dolje. Izmjerite pomak novčića od dvije kune nakon sudara od mjesta sudara do mjesta zaustavljanja, a zatim pomak novčića od 20 lipa nakon sudara od mjesta sudara do mjesta zaustavljanja. Napravite nekoliko mjerenja tako da možete napraviti račun pogreške. Za jedno mjerenje olovkom zaokružite oko novčića tako da se vidi na papiru gdje su bili novčići i označite na papiru kako ste izmjerili pomake. Mjerenja upišite u tablicu. Prije samog mjerenja možete novčićima prijeći po papiru po putanji kojom će se gibati novčići. Pazite da se novčići ne rotiraju prilikom gibanja jer će pogreške biti veće.

2. Mjerenje

Ponoviti mjerenje, ali tak da novčićem od 20 lipa gađate novčić od 2 kune. Također za jedno mjerenje olovkom zaokružite oko novčića tako da se vidi na papiru gdje su bili novčići i označite na papiru kako ste izmjerili pomake.

Koeficijent restitucije

Za prvo i drugo mjerenje izračunajte koeficijent restitucije.
Faktor trenja za obadva novčića je isti.
Omjer masa novčića od 20 kuna i 20 lipa je 2,15.

Napravite račun pogreške.

Relativni gubitak mehaničke energije

Za prvo i drugo mjerenje izračunajte koliki je relativni gubitak mehaničke energije u postocima u trenutku sudara (ne nakon sudara kada se gibaju usporeno).

Napravite račun pogreške.

Napomena:

Koeficijent restitucije je omjer relativnih brzina nakon i prije sudara po apsolutnoj vrijednosti.

$$k = \left| \frac{\vec{v}'_1 - \vec{v}'_2}{\vec{v}_1 - \vec{v}_2} \right|$$

gdje je $\vec{v}_1$ vektor brzine prvog tijela prije sudara, $\vec{v}_2$ vektor brzine drugog tijela prije sudara, $\vec{v}'_1$ vektor brzine prvog tijela nakon sudara, $\vec{v}'_2$ vektor brzine drugog tijela nakon sudara.

Ukoliko je k=1 sudar je savršeno elastičan, ako je 1>k>0 sudar je neelastičan, i ako je k=0 sudar je savršeno neelastičan.

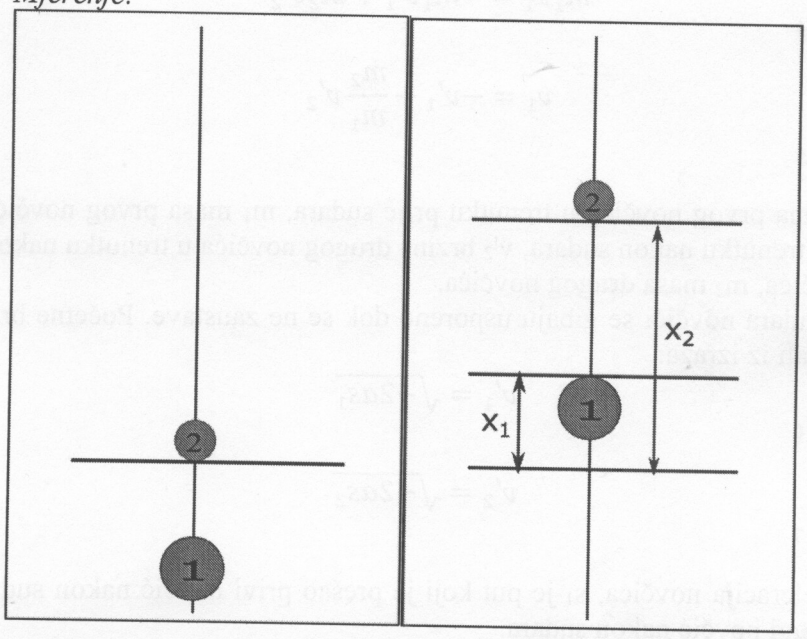
Želimo vam puno uspjeha u rješavanju.

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
Poreč, 10. - 13. travnja 2019.

srednje škole - 1. skupina

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATAKA
(30 bodova)

Mjerenje:



Na slikama su prikazani novčići prije sudara i poslije sudara. Na papiru je poželjno označiti mjesto sudara linijom i okomitom linijom smjer gibanja novčića. Na drugoj slici je prikazano kako je potrebno mjeriti pomake novčića.

Prvi novčić dobro je postaviti 3 do 4 cm od drugog. Ako su previše daleko preciznost pogotka je manja tako da novčići neće ostati na istom pravcu. Ako su preblizu može se dogoditi da prilikom udaranja prvog novčića zahvati se i drugi novčić. Ako dođe do rotacije novčića mjerenje treba ponoviti. Prvi novčić može se udariti s prstom ili ravnalom tako da se ravnalo malo savine. Pokazalo se da su najbolji rezultati ako se pored novčića stavi ravnalo i ravnalo se udari s prstom. Mogući su i drugi načini.

Pravilno označen pomak novčića u prvom mjerenju 2 boda.
Pravilno označen pomak novčića u drugom mjerenju 2 boda.

Računanje koeficijenta restitucije

Vektor količina gibanja prvog novčića u trenutku kad udari u drugi novčić mora biti jednaka zbroju vektora količina gibanja oba novčića odmah nakon sudara:

$$\vec{p}_1 = \vec{p'}_1 + \vec{p'}_2$$

Jednadžba 1

Ako se novčići nastave gibati u istom smjeru onda vrijedi:

$$m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

Jednadžba 2

Brzina prvog novčića prije sudara biti će jednaka:

$$v_1 = v'_1 + \frac{m_2}{m_1} v'_2$$

Jednadžba 3

(1 bod)

Ako se prvi novčić odbije unazad onda je:

$$m_1 v_1 = -m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

Jednadžba 4

$$v_1 = -v'_1 + \frac{m_2}{m_1} v'_2$$

Jednadžba 5

(1 bod)

v_1 je brzina prvog novčića u trenutku prije sudara, m_1 masa prvog novčića, v'_1 brzina prvog novčića u trenutku nakon sudara, v'_2 brzina drugog novčića u trenutku nakon sudara, m_1 masa prvog novčića, m_2 masa drugog novčića.

Nakon sudara novčići se gibaju usporeno dok se ne zaustave. Početne brzine novčića mogu se izračunati iz izraza:

$$v'_1 = \sqrt{-2as_1}$$

Jednadžba 6

$$v'_2 = \sqrt{-2as_2}$$

Jednadžba 7

(1 bod)

a je deceleracija novčića, s_1 je put koji je prešao privi novčić nakon sudara, s_2 je put koji je prešao drugi novčić nakon sudara.

$$s_1 = |x_1|$$

Jednadžba 8

$$s_2 = |x_2|$$

Jednadžba 9

Novčići se zaustavljaju zbog sile trenja:

$$F_{tr} = -\mu m g$$

Jednadžba 10

(1 bod)

μ je faktor trenja, m masa, g ubrzanje slobodnog pada

$$F_{tr} = ma$$

Jednadžba 11

a je deceleracija tijela.

$$a = -\mu g$$

Jednadžba 12

Onda je:

$$v'_1 = \sqrt{2\mu g s_1}$$

Jednadžba 13

$$v'_2 = \sqrt{2\mu g s_2}$$

Jednadžba 14

(1 bod)

Uvrštavanjem jednadžbe 11 i 12 u jednadžbu 3 dobijemo brzinu prvog novčića u trenutku sudara ako se prvi novčić nastavi gibati u istom smjeru:

$$v_1 = \sqrt{2\mu g}(\sqrt{s_1} + \frac{m_2}{m_1}\sqrt{s_2})$$

Jednadžba 15

(1 bod)

Ukoliko se prvi novčić odbije nazad tada je:

$$v_1 = \sqrt{2\mu g}(-\sqrt{s_1} + \frac{m_2}{m_1}\sqrt{s_2})$$

Jednadžba 16

(1 bod)

U slučaju da se drugi novčić giba u istom smjeru nakon sudara koeficijent restitucije biti će:

$$k = \left|\frac{v'_1 - v'_2}{v_1}\right|$$

Jednadžba 17

(1 bod)

$$k = \left|\frac{\sqrt{s_1} - \sqrt{s_2}}{\sqrt{s_1} + \frac{m_2}{m_1}\sqrt{s_2}}\right|$$

Jednadžba 18

(1 bod)

U slučaju da se drugi novčić giba u suprotnom smjeru nakon sudara koeficijent restitucije biti će:

$$k = \left|\frac{-v'_1 - v'_2}{v_1}\right|$$

Jednadžba 19

$$k = \left|\frac{-\sqrt{s_1} - \sqrt{s_2}}{-\sqrt{s_1} + \frac{m_2}{m_1}\sqrt{s_2}}\right|$$

Jednadžba 20

(1 bod)

Primjer rezultata mjerenja kada novčić od 2 kune udara u novčić od 20 lipa:

$$\frac{m_2}{m_1} = 0{,}465$$

(1 bod)

x_2/cm	x_1/cm	k	Δk
4,60	0,75	0,687	0,024
5,80	1,00	0,665	0,002
8,90	1,80	0,602	0,061
18,10	2,90	0,693	0,030
18,40	3,10	0,674	0,011
19,10	3,50	0,641	0,022
28,40	4,50	0,698	0,035
	$\bar{k}$ =	0,663	

,

$$k = 0{,}663 \pm 0{,}061$$

Jednadžba 21

Relativna pogreška 9,2%.

Primjer rezultata mjerenja kada novčić od 20 lipa udara u novčić od 2 kune:

$$\frac{m_2}{m_1} = 2{,}15$$

x_2/cm	x_1/cm	k	Δk
1,80	-0,30	0,807	0,011
3,60	-0,60	0,807	0,011
4,30	-0,80	0,831	0,013
5,80	-0,95	0,804	0,015
7,80	-1,40	0,823	0,005
9,80	-1,80	0,829	0,010
14,80	-2,50	0,810	0,008
	$\bar{k}$ =	0,818	

tablica 2 boda

$$k = 0{,}818 \pm 0{,}015$$

Jednadžba 22

račun pogrešaka 2 boda

Relativna pogreška 1,8%.

Računanje relativnog gubitka mehaničke energije

Relativni gubitak mehaničke energije biti će:

$$\varepsilon = \frac{E_k - E'_k}{E_k} = 1 - \frac{E'_k}{E_k}$$

Jednadžba 23

(1 bod)

E_k je ukupna kinetička energija u trenutku prije sudara, a E'_k ukupna kinetička energija u trenutku nakon sudara.

Kinetička energija u trenutku prije sudara je:

$$E_k = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

Jednadžba 24 (1 bod)

Kinetička energija u trenutku nakon sudara je:

$$E'_k = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_1 v_2'^2$$

Jednadžba 25 (1 bod)

Uvrštavajući u jednadžbu 21 jednadžbe 22 i 23 te za brzine jednadžbe 11 i 12 i za slučaj da se prvi novčić nastavi gibati u istom smjeru jednadžbu 13 dobije se:

$$\varepsilon = 1 - \frac{s_1 + \frac{m_2}{m_1} s_2}{s_1 + \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 s_2 + 2\frac{m_2}{m_1}\sqrt{s_1 s_2}}$$

Jednadžba 26 (1 bod)

Za slučaj da se prvi novčić odbije natrag umjesto jednadžbe 13 koristi se jednadžba 14 i dobije se:

$$\varepsilon = 1 - \frac{s_1 + \frac{m_2}{m_1} s_2}{s_1 + \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 s_2 - 2\frac{m_2}{m_1}\sqrt{s_1 s_2}}$$

Jednadžba 27 (1 bod)

Primjer rezultata mjerenja kada novčić od 2 kune udara u novčić od 20 lipa:

x_2/cm	x_1/cm	ε	Δε
4,60	0,75	16,8%	0,97%
5,80	1,00	17,7%	0,03%
8,90	1,80	20,2%	2,49%
18,10	2,90	16,5%	1,27%
18,40	3,10	17,3%	0,41%
19,10	3,50	18,7%	0,96%
28,40	4,50	16,3%	1,46%
	$\bar{\varepsilon}$=	17,7%	

$$\varepsilon = (17{,}7 \pm 2{,}49)\%$$

Jednadžba 28

Relativna pogreška 14,07%.

Primjer rezultata mjerenja kada novčić od 20 lipa udara u novčić od 2 kune:

x_2/cm	x_1/cm	ε	Δε
1,80	-0,30	23,8%	1,23%
3,60	-0,60	23,8%	1,23%
4,30	-0,80	21,1%	1,48%
5,80	-0,95	24,2%	1,63%
7,80	-1,40	22,0%	0,57%
9,80	-1,80	21,4%	1,15%
14,80	-2,50	23,5%	0,91%
	$\bar{\varepsilon}$=	22,6%	

tablica 2 boda

$\varepsilon = (22{,}6 \pm 1{,}63)\%$

račun pogrešaka 2 boda

Jednadžba 29

Relativna pogreška 7,22%.

Preciznost mjerenja 2 boda