DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE – POREČ, 10.-13. travnja 2019.

Srednje škole – 2. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijete koristiti nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. ***Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora***.

1. zadatak (20 bodova)

Dva pozitivna točkasta naboja Q pričvršćeni su u točkama ($a/2, a/2; 0$) i ($-a/2; a/2; 0$), a dva točkasta naboja -Q u točkama ($-a/2; -a/2; 0$) i ($a/2; -a/2; 0$). Poznate su vrijednosti $a > 0$ i elektrostatska energija ukupnog sustava naboja U_E.

a) Odredite Q i predznak rada W potrebnog za stvaranje takve konfiguracije dovođenjem svih naboja iz beskonačnosti.

b) Odredite rad W koji treba uložiti kako bi se jedan od četiri naboja doveo iz beskonačne udaljenosti u navedeni položaj, dok su preostala tri naboja na navedenim položajima.

c) Da bi testni naboj q prešao iz točke A = (0; -a/2; 0) u točku B = (0; 0; 0), uložen je rad $W < 0$. Odredite predznak i iznos naboja q.

d) U određenom trenutku se naboj smješten u točki (a/2; a/2; 0) se oslobodi. Zanemarujući gravitacijsku silu odredite smjer njegove brzine odmah nakon tog trenutka.

2. zadatak (15 bodova)

Kapacitet kondenzatora kod kojeg je debljina dielektričnog materijala mnogo manja od dimenzija ploča kondenzatora ($d^2 << S$) može se izračunati koristeći izraz za slučaj kondenzatora s paralelnim pločama. Neka je ε_R dielektrična konstanta dielektričnog materijala i E_M maksimalno električno polje koje dielektrični materijal može podnijeti prije nego se uništi. Kondenzator je opisan s dvije karakteristične vrijednosti, kapacitetom C i maksimalnim naponom koji može podnijeti, V_{max}.
Da ne bi došlo do zamjene oznake za volumen kondenzatora s naponom na kontaktima kondenzatora koristi će se oznaka Y za volumen dielektričnog materijala.

a) Dokažite da volumen Y kondenzatora kapaciteta C i maksimalnog napona V_{max} ne može biti manji od jedne određene minimalne vrijednosti. Izrazite Y_{min} u ovisnosti o E_M i ε_R.

b) S kojim od navedenih materijala je moguća proizvodnja kondenzatora minimalnog volumena

MATERIJAL	ε_R	E_{max} (kV/mm)
Parafinski papir	2.5	50
Keramika	60	15
Silikat	8	90
Stiropor	2.6	50
Porculan	6	25
Epoksidna smola	4	35
Teflon	2.2	20

c) Koji od navedenih materijala omogućava proizvodnju kondenzatora kapaciteta 4.4 μF, maksimalnog napona 50 V i ima oblik paralelopipeda dimenzija 10x10x2 mm^3.

3. zadatak (20 bodova)

Sustav koji se sastoji od idealnog dvotomnog plina izvodi reverzibilni termodinamički kružni proces u smjeru kazaljke na satu, gdje su: A→B izobara, B → C izohora, C → A adijabata.
Uz pretpostavku da su poznati p_A i V_A i da vrijedi $V_B=V_A/x$, gdje je $x>1$:

a) Odredite p_C kao funkciju od p_A i x.
b) Pronađite učinkovitost η kružnog procesa kao funkciju od x.
c) Uzimajući u obzir da je funkcija $\eta(x)$ monotono pada za $x>1$, odredite vrijednost od x iz intervala $2.5 < x < 3.5$, s greškom manjom od 0.05, za koju je učinkovitost η=24%.
d) Odredite u kojim je stanjima, ili stanju, kružnog procesa entropija sustava maksimalna i u kojim je stanjima, ili stanju, kružnog procesa entropija sustava minimalna. Izračunajte vrijednost S_{max}-S_{min} kao funkciju od x i broja molova plina n.

4. zadatak (15 bodova)

Dušik se nalazi u cilindru volumena 2 litre s klipom zanemarive mase koji služi kao čep. U jednom trenutku blokiramo klip, te zagrijavamo plin na različite temperature i mjerimo tlak. Rezultati su prikazani u donjoj tablici:

T(°C)	p(Pa)
10	168100
20	174000
50	191800
100	221500
150	251200
250	310600

a) Skicirajte graf temperature plina kao funkcije tlaka u cilindru i odredite parametre krivulje koja najbolje opisuje podatke.
b) Kolika je masa dušika unutar cilindra?

Neka se klip sada slobodno kreće duž osi cilindra i neka je sustav (cilindar + klip) okružen atmosferskim tlakom. Klip se nikako ne može odvojiti od cilindra. Osim u slučaju kada je izričito navedeno, zanemarujemo razmjenu topline između plina i vanjskog okoliša.

c) Ako je temperatura plina u ravnoteži 23 ° C, koliki je volumen unutar cilindra (u litrama)?

Cilindar je potopljen pod vodom, 7 m ispod površine. Temperatura plina u cilindru je 23 ° C.

d) Koji je sad volumen plina, pod pretpostavkom da se temperatura ne mijenja?
e) Ostavljajući cilindar pod vodom, koju količinu topline je potrebno oduzeti plinu, tako da njegov volumen postane 2 litre?
f) Koja bi trebala biti masa cilindra, ovisno o temperaturi plina T, kako bi se osiguralo da cilindar ostane u ravnoteži na toj dubini? Pod ravnotežom podrazumijevamo da se ne diže na površinu niti tone dolje. Materijal cilindra zauzima zanemariv volumen.

(Molarna masa dušika M(N)=14 g/mol, kemijska formula dušika je N_2, $c_{dušik}$ = 1,04 $kJkg^{-1}K^{-1}$, ρ_{voda} = 1,0 gcm^{-3})

Fizikalne konstante:

R = 8,31 J/K mol

P_{atm}= 1 atm = 101300 Pa

g = 9,81 m/s^2

Rješenja i smjernice za bodovanje – 2. skupina

1. **Zadatak** (20 bodova)

a. Elektrostatska energija sustava je:

$$U_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q^2}{a} - \frac{2Q^2}{a} - \frac{2Q^2}{\sqrt{2}a}\right) = -\frac{Q^2}{\pi\varepsilon_0 2\sqrt{2}a} < 0$$

Slijedi:

$$Q = \sqrt{-\pi\varepsilon_0 2\sqrt{2}aU_E}$$ **(2 boda)**

Kako je W_E=-U_E>0, polje obavlja pozitivan rad da bi stvorila traženu konfiguraciju naboja.

(2 boda)

b. Potencijal u točki *P*=(*a/2, a/2; 0*) je:

$$\varphi(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{a} - \frac{Q}{a} - \frac{2Q}{\sqrt{2}a}\right) = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}}$$ **(2 boda)**

Dakle potencijalna energija naboja u *P* je:

$$U(P) = Q\varphi(P)$$

Rad da bi se naboj iz beskonačnosti doveo u tu točku je:

$$W_\infty = -\Delta U = -Q\,(0 - \varphi(P)) = Q\varphi(P)$$

$$W_{ext} = -W_\infty = -Q\varphi(P) = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}} = -\frac{U_E}{2} > 0$$ **(2 boda)**

c. Potencijali u točkama A i B od sva četiri naboja su:

$$\varphi(A) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{2Q}{\frac{a}{2}} + \frac{2Q}{\frac{\sqrt{5}a}{2}}\right) = \frac{Q}{\pi\varepsilon_0 a}\left(\frac{1}{\sqrt{5}} - 1\right) \qquad \varphi(B) = 0$$

Da bi se naboj *q* pomaknuo od točke A do B električno polje obavlja rad:

$$W_E = -\Delta U = -q\Delta\varphi = -q(\varphi(B) - \varphi(A)) = q\varphi(A)$$ **(2 boda)**

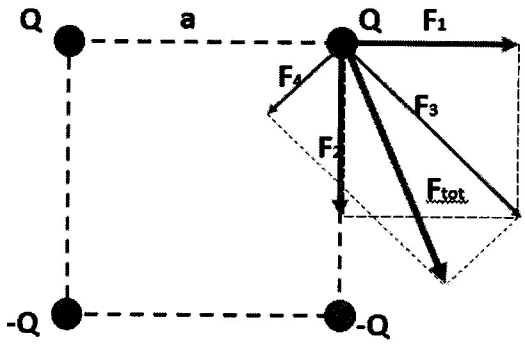
Slijedi da je uložen rad:

$$W = -W_E = -q\varphi(A) = -\frac{qQ}{\pi\varepsilon_0 a}\left(\frac{1}{\sqrt{5}} - 1\right) = \frac{qQ}{\pi\varepsilon_0 a}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$ **(2 boda)**

Znači da:

$$q = \frac{W\pi\varepsilon_0 a}{Q\left(1 - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)} < 0$$ (zato što je W<0) **(2 boda)**

d. Budući da je početna brzina naboja nula, smjer njegove brzine odmah nakon oslobađanja podudara se sa smjerom njegovog početnog ubrzanja. Iz 2. Newtonovog zakona, *ma= QE*, proizlazi da se smjer ubrzanja podudara sa smjerom ukupnog električnog polja stvorenog od ostala tri naboja u točki (*a/2; a/2; 0*). **(2 boda)**



Neka je α kut između sila F_{TOT} i F_4 a β između sila F_4 i F_2 koje djeluju na naboj u točki (*a/2; a/2; 0*).

Kut β=45° zato što F_4 djeluje u smjeru dijagonale. Računajući intenzitete za sile koje djeluju na naboj u točki (*a/2; a/2; 0*) slijedi:

$$F_3 = \sqrt{2}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$$

$$F_4 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$$

$$F_{tot} = \frac{3}{2}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$$ **(2 boda)**

Slijedi da:

$$\cos(\alpha) = F_4/F_{tot} = 1/3$$

$$\alpha = \cos^{-1}(1/3) = 70{,}5°$$

Smjer brzine naboja imat će kut α-β = 25,5° u odnosu pravca koji prolazi kroz naboj u točki (*a/2; a/2; 0*) i točki (*a/2; -a/2; 0*) , paralelan y osi i smjer nacrtan na dijagramu. **(2 boda)**

2. **Zadatak** (15 bodova)

a. Kapacitet i radni napon dani su pomoću:

$$C = \varepsilon_0\varepsilon_r\frac{S}{d}, \quad V \leq Vmax = E_M\, d$$ **(1 bod)**

Ako je *Y = Sd:*

$$C = \varepsilon_0\varepsilon_r\frac{Y}{d^2} \quad i \quad d^2 \geq \frac{V_{max}^2}{E_M^2}$$ **(2 boda)**

Slijedi:

$$C \leq \varepsilon_0\varepsilon_r\frac{E_M^2 Y}{V_{max}^2}$$ **(2 boda)**

Dakle:

$$Y \geq Y_{min} = \frac{CV_{max}^2}{\varepsilon_0\varepsilon_r E_M^2}$$ **(2 boda)**

b. Da bi volumen bio minimalan, treba maksimizirati $\varepsilon_r E_M^2$:

MATERIJAL	ε_r	E_m (KV/mm)	$\varepsilon_r E_m^2 (10_{15} V^2/m^2)$
Parafinski papir	2.5	50	6.25
Keramika	60	15	13.5
Silikat	8	90	64.8
Stiropor	2.6	50	6.5
Porculan	6	25	3.75
Epoksidna smola	4	35	4.9
Teflon	2.2	20	0.88

(2 boda)

Iz vrijednosti navedenih u tablici zaključuje se da je najpovoljniji materijal silikat. **(2 boda)**

c. Preuređivanjem prethodne jednadžbe dobiva se:

$$\varepsilon_r E_M^2 = \frac{C V_{max}^2}{\varepsilon_0 Y} = 13.3 \times 10^{15}\ \mathrm{V^2/m^2}$$ **(2 boda)**

U ovome slučaju razumno je pretpostaviti da je kondenzator napravljen od keramike.

(2 boda)

3. Zadatak (20 bodova)

a. Radi se o adijabtskoj promjeni s γ = 7/5, dakle vrijedi:

$$p_C\, V_C^\gamma = p_A\, V_A^\gamma$$ **(1 bod)**

Iz čega slijedi:

$$p_C = p_A \left(\frac{V_A}{V_C}\right)^\gamma = x^{7/5} p_A$$ **(2 boda)**

b. Tijekom procesa BC sustav prima toplinu a tijekom izobare AB:

$$Q_{BC} = n\, c_v\, \Delta T = \frac{5}{2} n\, R\, \Delta T$$ **(1 bod)**

Iz jednadžbe idealnog plina:

$$nR\, \Delta T = V\, \Delta p$$

$$Q_{BC} = \frac{5}{2} V_B (p_C - p_B) = \frac{5}{2}\frac{V_A}{x}\left(x^{\frac{7}{5}} pA - pA\right) = \frac{5}{2x}\left(x^{\frac{7}{5}} - 1\right) V_A\, p_A$$ **(2 boda)**

Slično za AB:

$$Q_{AB} = n\, c_p\, \Delta T = \frac{7}{2} n\, R\, \Delta T$$ **(1 bod)**

$$Q_{AB} = \frac{7}{2} p_A (V_B - V_A) = \frac{7}{2} p_A \left(\frac{V_A}{x} - V_A\right) = \frac{7}{2x}(x - 1) V_A\, p_A$$ **(2 boda)**

Učinkovitost je dakle:

$$\eta = \frac{Q_{AB}+Q_{BC}}{Q_{BC}} = 1 - \frac{7(x-1)}{5\,(x^{7/5}-1)}$$ **(2 boda)**

c. Da bi se odredila vrijednost od*x* treba riješiti jednadžbu:

$$\eta = 1 - \frac{7(x-1)}{5\left(x^{\frac{7}{5}}-1\right)} = 0{,}24$$ **(2 boda)**

Vrijednosti *x* mogu se naći numerički. Lako se može provjeriti da je vrijednost traženog *x* između 2 i 4.

Uzimajući x=3,5 i dalje provjeravajući vrijednosti u određenom intervalu proizlazi:

x= 3.50 i η = 0.267 za 3.00 < $x_{srednji}$ < 3.50

x= 3.25 i η = 0.251 za 3.00 < $x_{srednji}$ < 3.25

x= 3.13 i η = 0.243 za 3.00 < $x_{srednji}$ < 3.13

x= 3.06 i η = 0.238 za 3.06 < $x_{srednji}$ < 3.13 **(1 bod)**

Slijedi da će za $x_{srednji}$ = 3.08 greška biti manja od 5%. **(2 boda)**

d. U razmatranom ciklusu sustav predaje toplinu prilikom izobarne kompresije AB i apsorbira je u izohornom zagrijavanju BC. Stoga se entropija smanjuje od A do B, povećava od B do C i ostaje konstantna u adijabatskom procesu CA. Maksimalna entropija stoga će biti u cijelom adijabatskom procesu CA, a minimalna u stanju B. **(2 boda)**

Razlika entropije može se izvesti iz općeg izraza koji vrijedi za idealni plin:

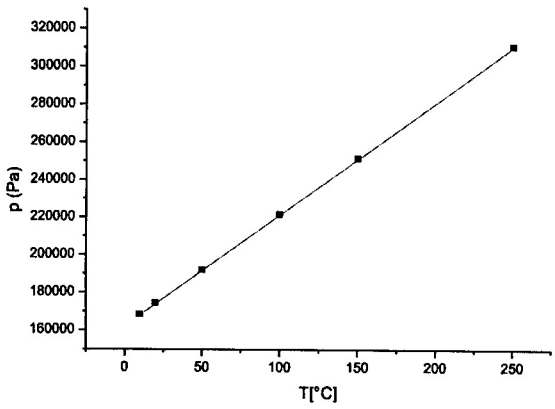
$$S_{maksimalna} - S_{minimalna} = S_C - S_B = n\,c_v\,ln\left(\frac{p_C\,V_C^{\gamma}}{p_B\,V_B^{\gamma}}\right) = \frac{5}{2}R\,n\,ln\left(\frac{p_C}{p_A}\right) = \frac{7}{2}nR\,ln\,x$$

(2 boda)

4. Zadatak (15 bodova)

Podaci navedeni u tablici izgledaju:

a)



(2 boda)

Iz čega se nalazi se da je nagib pravca 593,8 Pa/T. **(2 boda)**

b) Iz jednadžbe idealnog plina.

$p\,V = nRT$

$p = (mR/M_m V)T$

Iz čega slijedi: $m = nagib * \frac{M_m V}{R} = 4\,g$ **(2 boda)**

c) U ravnoteži vrijedi:

$V = \left(\frac{mR}{M_m p}\right)T = 3.48\,L$ gdje $p = p_{atm}$ **(2 boda)**

d) volumen plina u ovome slučaju je:

$V = \left(\frac{mR}{M_m p}\right)T = 2.07\,L$ $gdje\, p = p_{atm} + \rho_{vode} * g * h$ **(2 boda)**

e) Temperatura je :

$\frac{V\,M_m P}{mR} = T_k = 285.69\,K = 12.69\,°C$

Slijedi da je toplina:

$Q = m * c_{dušik}(T_k - T_p) = -21439J$ **(2 boda)**

f) Koristeći jednadžbe za idealni plin i uzgon:

$F_U = \rho_{vode} V_{plin} g$
$F_U = (m_{cilindra} + m)g$

Slijedi:

$\rho_{vode} V_{plin} g = (m_{cilindra} + m)g$ **(1 bod)**
$V_{plin} = (mR/MmP)T$

Dobije se:

$m_{cilindra}(T) = \left(\frac{\rho_{vode} R}{M_m(p_{atm} + \rho_{vode} * g * h)} T - 1\right) m$ **(2 boda)**

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE, Poreč, 10.-13. travanja 2019.

Eksperimentalni zadatak – 2. skupina

Određivanje gustoće ρ

Zadatak

- Odrediti gustoću ρ materijala (metala) od kojeg su napravljeni metalni valjčići

Pribor

- Metalni valjčići čiju gustoću mjerimo (3 različite dimenzije)
- 2 plutena čepa
- Dvije elastične gumice
- Staklena čaša
- Škarice
- Samoljepljiva traka
- Milimetarski papir (1 list)
- Bočica s vodom 0.5 L (gustoća vode je 1000 kg/m^3)

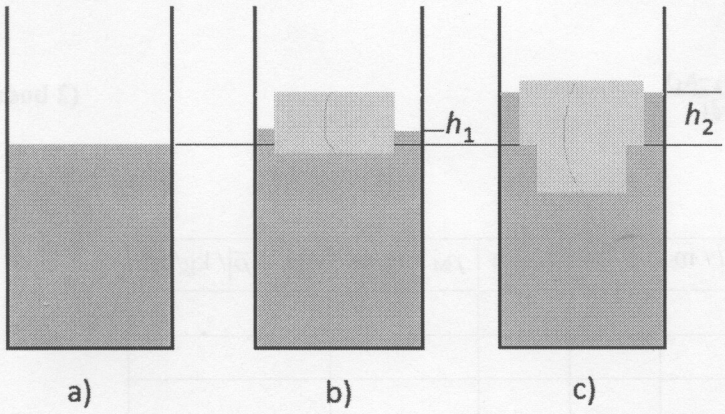
U sklopu zadatka treba:

1. Objasniti fizikalne osnove (model) za rješenje zadatka i opisati precizno uz skice koje veličine i kako ćete mjeriti (16 bodova)
2. Napraviti najmanje 5 različitih mjerenja kombinirajući pribor i podatke prikazati tabelarno (10 bodova)
3. Provesti račun pogreške za ρ (srednja vrijednost, maksimalna apsolutna pogreška, relativna pogreška, zapis rezultata) (4 boda)

Ukupno eksperimentalni zadatak 30 bodova

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE, Poreč, 10.-13. travnja 2019.

Eksperimentalni zadatak – 2. skupina (rješenje i smjernice za bodovanje)



(2 boda)

Gustoća tvari ρ je omjer mase m i volumena V: $\rho = \frac{m}{V}$ **(1 bod)**

Gustoću materijala od kojeg su napravljeni metalni valjčići odredit ćemo koristeći se silom uzgona u vodi.

Pomoću milimetarskog papira (možemo si pomoću škarica iz milimetarskog papira izrezati mjernu traku) odredimo radijus r_v i duljinu l metalnog valjčića te mu pomoću tih podataka možemo odrediti volumen V_M: $V_M = r_v^2 \pi l$ **(1 bod)**

Masu metalnih valjčića ne možemo s predloženim priborom direktno mjeriti pa ćemo iskoristiti silu uzgona.

Na čašu s vanjske strane samoljepljivom trakom zalijepimo mjernu traku izrezanu iz milimetarskog papira.

Natočimo u čašu određenu količinu vode i zabilježimo na mjernoj traci razinu vode (slika a)). Tu razinu ćemo zvati nulta razina.

Metalni valjčići tonu u vodi pa ćemo se zbog toga morati koristiti plutenim čepovima.

Prvo u vodu stavimo pluteni čep na koji smo prethodno stavili elastičnu gumicu koja će služiti za pridržavanje metalnih valjčića. Odredimo visinu h_1 za koju se podignula razina vode u odnosu na nultu razinu (slika b)). U tom slučaju čep miruje na površini vode. Na njega djeluju sila teža $F_{gč}$ prema dolje i sila uzgona $F_{uč}$ prema gore te su one u ravnoteži:

$$F_{gč} = F_{uč} \Rightarrow m_č g = \rho_v g V_{ču} \Rightarrow m_č = \rho_v V_{ču}$$ **(3 boda)**

gdje je $V_{ču} = r_č^2 \pi h_1$ uronjeni dio volumena čepa ($r_č$ je radijus čaše kojeg također izmjerimo milimetarskim papirom), $m_č$ je masa čepa, $\rho_v = 1000\ \mathrm{kgm^{-3}}$ je gustoća vode. **(1 bod)**

Nakon toga pomoću elastične gumice učvrstimo metalni valjčić za čep i tako ih zajedno spustimo u vodu (slika c)) te izmjerimo visinu h_2 za koju je sada podignuta razina vode u odnosu na nultu razinu. Sada je opet u ravnoteži sila uzgona sa silom težom:

$$(m_č + m_M) g = \rho_v g V_{čvu}$$ **(3 boda)**

gdje je m_M masa metalnog valjčića, $V_{čvu} = r_č^2 \pi h_2$ uronjeni volumen metalnog valjčića i čepa zajedno. Iz gornje jednadžbe je

$m_M = \rho_v V_{čvu} - m_č = \rho_v V_{čvu} - \rho_v V_{ču} = \rho_v r_č^2 \pi (h_2 - h_1)$ **(3 bod)**

Sad je gustoća metalnog valjčića:

$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} \quad \Rightarrow \quad \rho_M = \rho_v \frac{r_č^2 (h_2 - h_1)}{r_v^2 l}$ **(2 boda)**

Podatke prikažemo tabelarno

Tablica

Br. mjerenja	h_1 / m	h_2 / m	l / m	$r_č$ / m	r_v / m	ρ_M / kg/m^3	$\lvert\rho_i - \bar{\rho}\rvert$ / kg/m^3
1.							
2.							
3.							
4.							
5.							
6.							

(10 bodova)

Na kraju provedemo jednostavni račun pogreške.

Srednja vrijednost gustoće: $\bar{\rho} = \frac{\sum \rho_i}{n}$, n je broj mjerenja **(1 bod)**

Maksimalna apsolutna pogreška: $\lvert\Delta\rho\rvert_{max} = \lvert\rho_i - \bar{\rho}\rvert_{max}$ **(1 bod)**

Relativna pogreška: $\Delta r = \frac{\lvert\Delta\rho\rvert_{max}}{\bar{\rho}} \cdot 100\%$ **(1 bod)**

Rezultat: $\rho = \bar{\rho} \pm \lvert\Delta\rho\rvert_{max}$ **(1 bod)**